HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

Année MDCCVII.

Avec les Memoires de Mathematique & de Physique, pour la même Année.

Tirés des Registres de cette Academie.



A PARIS,

Chez { GABRIEL MARTIN. JEAN-BAPTISTE COIGNARD fils. H. LOUIS GUERIN. } rüe S. Jacques.

M DCCXXX.

TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

ANATOMIE.

CHIMIE.

BOTANIQUE.

GEOMETRIE.

ASTRONOMIE.

GEOGRAPHIE.

ACOUSTIQUE.

TABLE.

MECHANIQUE.

TABLE
POUR
LES MEMOIRES.

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCVII.

PHYSIQUE GENERALE.

SUR LA LUMIERE DES CORPS FROTE'S.

Le nouveau & ingenieux Phosphore de M Bernoulli, dont il a été parlé dans les Hist. de 1700* & de 1701*, ne pouvoit manquer d'exciter la curiosité des Philosophes, & sur tout celle de l'Academie, qui a en quelque sorte un droit particulier sur cette découverte, dûë à l'un de ses membres. Entre les experiences qui ont été faites sur ce sujet, on est venu à celles de la Lumiere que rendent certains corps frotés dans l'obscurité. M. Bernoulli écrivit qu'il avoit fait depuis

* Pag. 5. & suiv.
* p. 1. & suiv.

long-temps des obſervations ſur ces Phenomenes, mais que juſque-là il avoit negligé d'en rendre compte à la Compagnie. Voici quel en eſt le réſultat.

Comme elles n'ont pas été faites la plûpart ſur les Corps qui rendent les plus aiſément de la lumiere, tels que ſeroient le dos d'un Chat froté à contre-poil, en hiver, ou du Sucre, ou du Souffre qu'on pile, &c. il y a certaine conditions à obſerver.

D'abord il faut que des deux Corps que l'on frote l'un contre l'autre, il y en ait au moins un qui ſoit tranſparent, afin que l'on puiſſe voir la lumiere au travers, pendant qu'elle dure, car d'ordinaire elle ne dure pas plus que le frotement.

Il faut que la ſuperficie des deux Corps ſoit plane, bien polie, & bien nette, afin que le contract ſoit immediat.

Il faut que les deux Corps ſoient durs.

Une grande denſité ſans une grande dureté fait auſſi ſon effet. Ainſi M. Bernoulli a eu de la lumiere en frotant contre une glace de verre du Mercure amalgamé avec l'étain.

L'un des deux Corps doit être le plus mince qu'il ſe pourra, il en ſera plus aiſé à échauffer par le frotement, & en rendra plus promptement de la lumiere, & une lumiere plus vive. C'eſt ce que M. Bernoulli a éprouvé ſur de petites plaques de Cuivre de differente épaiſſeur.

L'or froté contre le verre lui a paru le plus propre de tous les metaux à donner de la lumiere. Aucun corps n'en donne une ſi exquiſe que le Diamant. Elle n'eſt pas moins vive que celle d'un Charbon fortement excitée par le ſouffle. Il n'importe de quelle épaiſſeur ſoit le Diamant.

De-là M. Bernoulli a conclu que M. Boyle, tout habile qu'il étoit dans la Phyſique experimentale, a regardé comme une eſpece de prodige ce qui n'en étoit pas un. C'étoit un Diamant qui étant froté dans l'obſcurité jettoit de l'éclat, & auquel il donna le ſuperbe nom d'*Adamas lucidus*, Il n'avoit point de privilege particulier. Il eſt vrai cependant que ſon éclat duroit quelques inſtans

aprés le frotement, ce qui ne laisseroit pas de fonder en partie l'estime qu'en faisoit M. Boyle.

A l'occasion des Experiences de M. Bernoulli, M. Cassini le fils en fit aussi sur le même sujet.

1°. Un Diamant taillé en table, froté contre une glace de verre, rendit une lumiere semblable à peu prés à celle d'un Charbon enflamé, & qui parut plus large que la face du Diamant.

2°. Un Diamant taillé à facettes a rendu une lumiere moins vive.

3°. Un Ecu, & diverses autres plaques d'argent, en ont moins rendu que le Diamant.

4°. Un Double de Cuivre, & un sol en ont un peu rendu.

Tous les differens Corps des Experiences précedentes ont été frotez contre du verre.

5°. Le Diamant en table froté contre une plaque d'argent a fait de la lumiere.

SUR LES ARMES A FEU DIFFEREMMENT CHARGÉES.

MOnsieur Carré ayant rapporté à l'Academie quelques Experiences qu'un de ses Amis avoit faites sur les Armes à feu chargées de differentes manieres, on voulut les verifier, & M. Cassini le fils s'en chargea.

Il fit une espece de Machine, où il y avoit une piece de bois, armée à une de ses extremités d'une plaque de taule assés épaisse, qui devoit recevoir tous les coups d'un même fusil, tiré toûjours d'une même distance. Cette piece étoit mobile, & devoit ceder au coup plus ou moins, selon qu'il avoit plus ou moins de force, & en même temps marquer par la construction de la Machine combien elle avoit cedé.

Les Experiences de M. Cassini le fils font voir,

1°. Que lorſqu'on met de la bourre entre la poudre & la balle, l'effort en eſt plus grand. La raiſon en eſt manifeſte, & c'eſt-là la pratique commune.

2°. Que tout le reſte étant égal, les balles de calibre font plus d'effet, apparemment parce qu'elles ne ſortent pas ſi-tôt, & donnent lieu à l'inflammation d'une plus grande quantité de poudre.

3°. Que lorſqu'on bourre la poudre avec violence, l'effort n'eſt pas plus grand, que lorſqu'on ſe contente de la preſſer, qu'au contraire il paroît un peu moindre.

4°. Que la poudre que l'on met par deſſus la balle en diminuë l'effet, parce que comme la poudre fait ſon effort en tous ſens, celle qui eſt ſur la balle s'oppoſe en partie au mouvement qui la fait ſortir.

5°. Que cependant cette poudre contraire à l'effet de la balle, en augmente le bruit.

6°. Que le feu de la poudre qui eſt ſous la balle communique avec celle qui eſt deſſus, même quoique la balle ſoit de calibre, & qu'elle ſoit entre deux bourres. Cela paroît par la grande augmentation du bruit.

7°. Qu'en prenant une balle qui ne ſoit point de calibre, en mettant un peu de poudre deſſous, & beaucoup par deſſus, on peut tirer avec un tres-grand bruit, & ſans aucun effet ſenſible. Ceux à qui on a vendu des ſecrets pour être invulnerables ou *durs*, & qui ont eu la précaution d'en vouloir voir des épreuves, ont apparemment été trompés par ce tour de main, dont ils ne ſe ſont pas apperçûs.

SUR LES PIERRES ET PARTICULIEREMENT SUR CELLES DE LA MER.

UN voyage que M. Saulmon fit sur la Côte de Normandie & de Picardie, dans le Païs où elles confinent, lui valut quelques remarques, & quelques reflexions physiques, qu'il communiqua à l'Academie.

Les Galets sont des Cailloux ordinairement plats & ronds, & toûjours fort polis, que la Mer pousse sur ces Côtes-là. Il est aisé de comprendre que leur figure & leur poli leur viennent d'avoir été long-temps batus & agités par les flots, & usés les uns contre les autres. Mais il s'en trouve aussi dans les Terres; M. Saulmon a appris qu'à Caïeux quand on creuse des Caves, il s'écroule du galet en abondance, & qu'à Brutel qui est à une lieuë de la Mer, la même chose est arrivée lorsqu'on creusoit un Puits; & depuis il a observé que les Montagnes de Bonnueil, de Broye & du Quesnoy, qui sont environ à 18 lieuës de la Mer, sont toutes couvertes de galet. Il en a vû aussi dans la Vallée de Clermont en Beauvaisis, & a remarqué qu'il n'y en a point sur la cime de la Montagne, qui est fort haute.

Parmi les galets qui sont dans les Terres, il s'en trouve plusieurs qui ont une surface inégale, irréguliere & herissée de pointes, & de plus cette surface est une espece *d'écorce*, differente du reste de leur substance. Il paroît que c'est-là leur état naturel, car une cause étrangere ne peut les avoir revêtus de cette écorce, & au contraire elle peut les en avoir dépoüillés, & cette cause sera un frotement long & violent. Il est d'ailleurs extrêmement probable qu'ils soient de la même espece que les Cailloux, qui ont une pareille écorce assés épaisse, &

toute de craye. Mais qui aura enlevé cette envelope aux galets qui ſont dans les Terres ?

M. Saulmon n'heſite point à croire que toutes ces Terres auront été autrefois couvertes de la Mer. Nous avons déja propoſé cette penſée dans l'Hiſt. de 1706, * avec quelques-unes des preuves qui la peuvent appuïer. Mais M. Saulmon pour la rendre encore plus vrai-ſemblable, du moins à l'égard du Païs, où il a fait ſes obſervations, voulut montrer par la diſpoſition des lieux, que quand la Mer les couvroit, les Courans qui ſe formoient entre les Montagnes, & les tournoyemens d'eaux, devoient jetter les plus grands ou les plus petits galets dans les endroits où il les a effectivement trouvés ; car il faut remarquer que le plus ſouvent les grands & les petits ne ſont pas mêlés enſemble, mais diſtribués les uns d'un côté, les autres d'un autre. Il eſt viſible que ſelon l'idée de M. Saulmon cette Montagne, dont la cime n'avoit point de galet, ſe ſera élevée par ſa pointe au-deſſus de la Mer, & par conſequent n'aura pû recevoir dans toute cette partie les pierres que les flots rouloient ; mais de déterminer par les loix du mouvement des Corps qui circulent dans un fluide & avec lui, la differente diſtribution qui a dû ſe faire du galet en differens lieux, ce ſeroit & une Topographie ſi particuliere, & une Phyſique ſi délicate, que nous ne croïons pas y devoir entrer. Nous ferons ſeulement deux obſervations après M. Saulmon.

* P. 9. & ſuiv.

1°. Un trou de 16 pieds de profondeur percé directement & horizontalement dans la Falaiſe du Treſport, qui eſt toute de Moëlon, a diſparu en 30 ans, c'eſt-à-dire, que la Mer a miné dans la Falaiſe cette épaiſſeur de 16 pieds. En ſuppoſant qu'elle avance toûjours également, elle mineroit 1000 toiſes ou une petite demi-lieuë de Moëlon en 12000 ans. Il eſt conſtant par les Hiſtoires, qu'en une infinité d'endroits la Mer s'eſt avancée ou retirée, & qu'en general elle un a mouvement, mais fort lent, pour changer ſes premieres bornes.

2°. Non-ſeulement les Cailloux ont tous une écorce de

craye, mais on pourroit croire que leur ſubſtance noire & dure, qui eſt proprement le caillou, n'auroit été que de la craye, qui s'eſt peu à peu endurcie, & a changé de couleur. M. Saulmon a fait voir des Cailloux de differens *âges*, dont quelques-uns avoient encore à leur centre une quantité plus ou moins grande de craye toute molle, d'autres avoient des veines de craye qui ſe répandoient dans leur ſubſtance noire, & en auroient pris apparemment avec le temps la noirceur & la dureté. Il conjecture même que les Cailloux trop *vieux* ſe pourriſſent, & que ce ſont ceux-là dont on trouve que la ſubſtance noire eſt devenuë rougeâtre, moins liée, & comme roüillée. Tout cela s'accommoderoit aſſés avec le Syſtême rapporté dans l'Hiſt. de 1702 *, que les Pierres viennent de ſemence. Une opinion ſi hardie ne peut, ſi elle eſt vraïe, ſe verifier que fort lentement.

* p. 30. & ſuiv.

DIVERSES OBSERVATIONS
DE PHYSIQUE GENERALE.

I.

UN Muſicien illuſtre, grand Compoſiteur, fut attaqué d'une fiévre, qui ayant toûjours augmenté devint continuë avec des redoublemens; enfin le ſeptiéme jour il tomba dans un délire tres-violent, & preſque ſans aucun intervalle, accompagné de cris, de larmes, de terreurs, & d'une inſomnie perpetuelle. Le troiſiéme jour de ſon délire, un de ces diſtincts naturels que l'on dit qui font chercher aux Animaux malades les Herbes qui leur ſont propres, lui fit demander à entendre un petit concert dans ſa Chambre; ſon Medecin n'y conſentit qu'avec beaucoup de peine. On lui chanta les Cantates de M. Bernier. Dés les premiers accords qu'il entendit, ſon viſage prit un air ſerein, ſes yeux furent tranquilles, les convulſions ceſſerent abſolument, il verſa des

larmes de plaisir, & eut alors pour la Musique une sensibilité qu'il n'avoit jamais euë, & qu'il n'a plus étant gueri. Il fut sans fiévre durant tout le Concert, & dés que l'on eut fini, il retomba dans son premier état. On ne manqua pas de continuer l'usage d'un remede, dont le succès avoit été si imprévû & si heureux, la fievre & le delire étoient toûjours suspendus pendant les Concerts, & la Musique étoit devenuë si necessaire au Malade, que la nuit il faisoit chanter, & même danser une Parente qui le veilloit quelquefois, & qui étant fort affligée, avoit bien de la peine à avoir pour lui ces sortes de complaisances. Une nuit entre autres qu'il n'avoit auprés de lui que sa Garde qui ne sçavoit qu'un miserable Vaudeville, il fut obligé de s'en contenter, & en ressentit quelque effet. Enfin 10 jours de Musique le guerirent entierement, sans autre secours que celui d'une saignée du pied, qui fut la seconde qu'on lui fit, & qui fut suivie d'une grande évacuation. M. Dodart rapporta cette Histoire qu'il avoit bien verifiée; il ne prétendoit pas qu'elle pût servir d'exemple, ni de regle, mais il est assés curieux de voir comment dans un Homme, dont la Musique étoit, pour ainsi dire, devenuë l'Ame par une longue & continuelle habitude, des Concerts avoient rendu peu à peu aux Esprits leur cours naturel. Il n'y a pas d'apparence qu'un Peintre pût être gueri de même par des Tableaux, la Peinture n'a pas le même pouvoir que la Musique sur le mouvement des Esprits, & nul autre Art ne la doit égaler sur ce point.

II.

Un Philosophe, ami de M. Carré, & dont nous avons déja parlé plusieurs fois dans les Histoires précedentes, croyoit sur quelques Experiences qu'il avoit faites, que les Animaux qui se voïent dans l'eau avec le Microscope, n'y multiplioient point, & qu'ils venoient de petites Mouches invisibles, qui déposoient leurs œufs dans l'Air. En effet, comme ces Animaux sont des especes de petits Vers, il seroit assés naturel qu'ainsi que beaucoup d'autres

tres

tres Vers,ils vinssent de quelque espece aîlée. Mais l'Observateur s'est desabusé de cette opinion. Il a fait boüillir de l'eau & du fumier mêlés ensemble, & en a rempli deux fioles égales, qu'il a laissé refroidir jusqu'à ce qu'elles fussent tiedes. Il a mis dans une de ces fioles deux petites gouttes d'eau, qu'il avoit prises dans un Vase, dont l'eau étoit remplie d'Animaux, & 8 jours aprés il a trouvé cette fiole remplie d'une quantité innombrable d'Animaux de la même espece que ceux des deux gouttes d'eau. Pour l'autre fiole, il n'y apperçût rien, quoique le fumier eût pû apparemment produire quelques Animaux. Toutes les deux avoient été tres-exactement bouchées. Voilà donc la multiplication des petits Animaux de l'eau assés bien établie, mais elle l'est encore mieux s'il est bien vrai que ce Philosophe les ait vûs s'accoupler, il l'est du moins qu'il les a vûs s'unir deux à deux. On pourroit croire que c'est pour se battre, mais ne se battroient-ils jamais que deux à deux ?

III.

M. Lewenhoëck dit qu'il n'a pû observer la circulation du sang dans les Insectes, & cela l'a réduit à imaginer une autre maniere dont il croit que leur vie s'entretient. Mais le Philosophe dont nous venons de parler, tres-exercé dans l'usage du Microscope, prétend avoir vû distinctement la circulation dans la jambe d'une Araignée.

IV.

M. Homberg a dit qu'un jeune Homme qu'il connoît, qui se porte fort bien, rend tous les jours par les selles depuis 4 ou 5 ans une grande quantité de Vers, longs de 5 ou 6 lignes, quoiqu'il ne mange ni fruit ni salade, & qu'il ait fait tous les remedes connus. Il a rendu une fois ou deux plus d'une aune & demie d'un Ver plat, divisé par nœuds, qu'on appelle *le Solitaire*. On voit par-là combien il doit y avoir d'œufs d'Insectes dans tous les Alimens, qu'on soupçonneroit le moins d'en contenir, & qu'il ne faut qu'un Estomac, & pour ainsi dire, un four propre à les faire éclorre.

V.

L'*Iguana* eſt une eſpece de Lezard qui ſe trouve dans toute l'Amerique, & qui eſt décrit dans le Livre de Piſon: *De utriuſque Indiæ re naturali & medica.* Il eſt amphibie, & a deux Ventricules dont l'un renferme ſouvent une Pierre blanche en dehors, & dont le dedans eſt de la couleur à peu prés des Bezoars de l'Amerique. Elle a la vertu de chaſſer la pierre des Reins, & la gravelle, & de guerir les ſuppreſſions d'urine. On la donne en poudre tres-fine, avec une égale quantité de poudre de coquille de Noiſette, le tout au poids d'une dragme, dans l'eau de fleur d'Orange, pourvû qu'il n'y ait point de fiévre, ni de ſoupçon d'inflammation dans les Ureteres, ou dans la Veſſie, auquel cas il faudroit la donner dans du vin blanc, mêlé avec de l'eau ou de Perſil, ou de Parietaire, ou de quelque autre Diuretique. Elle fait ſon effet quelquefois dans une heure, & au plus tard dans trois. Un Medecin Eſpagnol de Caracas ayant écrit ſur ce ſujet à M. de Pas Medecin de la Faculté de Montpellier, qui eſt avec M. des Landes Directeur de la Compagnie de l'Aſſiente en Amerique, & lui ayant rapporté pluſieurs experiences qu'il a faites de la pierre de l'Iguana, on a eu dans l'Academie cette Lettre du Medecin Eſpagnol à M. de Pas.

V I.

M. Homberg a dit que les Européenes qui vont à Batavia n'y peuvent nourrir leurs Enfans, parce que leur lait eſt ſi ſalé qu'ils n'en veulent point; au lieu que celui des Negreſſes, quoiqu'elles uſent des mêmes alimens, eſt doux & ſucré à l'ordinaire, & ce ſont elles qui nourriſſent les Enfans des Hollandois & des Anglois. Lui-même, qui eſt né à Batavia, y a été nourri par une Noire. Il croit qu'apparemment quand les Européennes ſont tranſportées dans un climat ſi chaud, pour lequel elles ne ſont pas faites, les vaiſſeaux deſtinés en elles à filtrer le lait ſe dilatent trop, & laiſſent paſſer des ſels qui ne devroient pas entrer dans la compoſition de cette liqueur; mais que

les femmes des Païs chauds sont par la premiere formation telles qu'elles doivent être pour la generation d'un lait bien conditionné, c'est-à-dire, ou que les vaisseaux qui le filtrent sont naturellement plus étroits, & ne se dilattent point ensuite plus qu'il ne faut, ou qu'ils sont d'un tissu plus ferme, & moins capable de dilatation, ou enfin quelque chose d'équivalent.

VII.

M. Leibnits a écrit de Berlin à M. l'Abbé Bignon que le 6 Mars entre sept & dix heures du soir on avoit vû dans cette Ville, & dans les Païs voisins une lumiere Boreale, qui avoit quelque rapport à celle dont parle M. Gassendi dans la Vie de M. Peiresc. C'étoient deux arcs lumineux, dont l'un étoit plus élévé que l'autre, tous deux directement vers le Nord, leurs concavités tournées en embas, leurs cordes paralleles à l'horizon. Le superieur étoit interrompu; des rayons de lumiere naissans & qui s'évanoüissoient alloient de l'un vers l'autre.

VIII.

M. de la Lanne Consul en Candie a écrit au Consul de Tunis qu'à 2 mille de l'Isle de Santerini qui est à 70 mille de Candie, on s'est apperçû d'une nouvelle Isle, qui n'a paru d'abord que comme un petit Bâtiment, & qui grossissant chaque jour est devenuë aussi grande qu'un Vaisseau de haut bord. Elle est entourée de diverses autres petites Isles, & il en sort continuellement de grandes flames. Cette nouveauté est d'autant plus surprenante, qu'en cet endroit l'eau a plus de 60 brasses de profondeur, & qu'il faut que les feux soûterrains aïent une étrange force pour pouvoir lancer si haut au travers de la Mer une si grande masse de rochers. Comme en certains endroits de l'Isle de Santerini, & de quelques autres Isles de l'Archipel, le terrain est tout de Pierre-ponce, il y a bien de l'apparence que ces nouvelles Isles sont formées de ces pierres legeres. M. de Chastueil Gallaup, Gentilhomme Provençal, de beaucoup d'érudition & de merite, m'a fait l'honneur de me communiquer ce

fait, qu'il avoit appris par une Lettre de Tunis, & la même Lettre assuroit en même temps qu'il étoit confirmé par le Patron & les Matelots d'une Barque nouvellement arrivée de Levant à Souse au Royaume de Tunis, tous témoins oculaires de ce que M. de la Lanne avoit écrit.

V. les M. p. 1.

NOus renvoyons aux Memoires :

Le Journal des Observations de M. de la Hire pendant l'année 1706, sur la quantité d'Eau de pluïe, sur les Vents, &c.

V. les M. p. 339.

Et les Observations de M. Homberg sur les Araignées.

ANATOMIE.

SUR CE QUE DEVIENT L'AIR QUI EST ENTRE' DANS LES POUMONS.

V. les M. p. 253.

IL semble que tout devienne difficile en approfondissant, & qu'il ne faille qu'examiner une matiere avec plus de soin, & dans toutes ses dépendances, pour ne se plus contenter sur les explications. On a vû dans l'Hist. de 1700 * que M. Mery ne croit point que l'Air reçû dans le corps par la respiration, & ensuite mêlé avec le sang, s'échape par les pores de la peau avec les sueurs, ou avec toute cette grande quantité de matiere qui transpire sans cesse. Sa plus forte raison est que les Animaux mis dans le Vuide s'enflent par la dilatation de l'air contenu dans leur corps, & que cet air ne sort point au travers de leur peau, à moins qu'il ne vienne à la crever. Cela paroît assés décisif. Cependant un Philosophe lui a fait une ob-

* p. 25 & suiv.

jection considerable. Que l'on mette dans le Vuide de la sueur ramassée en un petit vase, on en voit sortir de l'air, ainsi que de toutes les autres liqueurs, la sueur en contient donc, & par consequent il peut & même il doit sortir avec elle par les pores de la peau des Animaux.

Pour répondre à cette difficulté, M. Mery distingue deux sortes d'air contenu dans le corps des Animaux, ou plutôt deux differentes voïes par où il y est entré. Il y a de l'air *intimement mêlé* dans tous les alimens, soit solides, soit liquides, que les Animaux prennent, ils reçoivent d'ailleurs continuellement de l'air *en masse* par la respiration. Le sang qui se forme des alimens est tout chargé de l'air qu'ils renfermoient, & M. Mery conçoit que comme ils en avoient pris autant qu'ils en pouvoient prendre, le sang est dans la même disposition, & semblable à de l'eau qui a dissous tout ce qu'elle peut dissoudre de sel. Mais ainsi que cette eau peut recevoir encore du sel en masse qu'elle ne disloudra point, le sang reçoit par la respiration de l'air qui ne se confond point avec lui, qui demeure en masse, & qui ne sert qu'à hâter son mouvement de circulation. L'air qui sort de la sueur mise dans le vuide, est celui qui étoit intimement mêlé avec elle, & qui l'est de même avec toutes les autres liqueurs du corps; mais l'air reçû par la respiration, étant toûjours demeuré en masse, ne sort qu'en masse, & par consequent ne peut tenir pour sortir du corps qu'une route pareille à celle par laquelle il y a penetré, c'est-à-dire, que comme il a passé des Vesicules du Poumon dans les extrémités des Veines capillaires du Poumon, & delà a été porté avec le sang jusqu'aux extrémités de toutes les Arteres capillaires du corps, il doit de ces extrémités entrer dans celles des Veines capillaires avec le sang, & enfin le suivre jusqu'aux extrémités des Arterres capillaires du Poumon, d'où il repassera seul dans les Vesicules du Poumon, & delà dans la Trachée, par où il étoit entré d'abord.

On peut faire plusieurs reflexions, & assés bien fondées, qui favoriseront le Systême de M. Mery.

1°. On ne sçauroit guere imaginer que l'air que respirent les Animaux ait aucune autre fonction qui le rende d'une necessité si absoluë, que celle d'aider à la circulation du sang. Or pour y aider, il paroît qu'il doit être en masse. On voit tous les jours que de l'air en masse contenu entre les parties d'une eau qui doit faire un Jet, la fait jaillir plus haut qu'elle n'eut fait naturellement, & il est certain que l'air intimement mêlé avec elle, celui qu'elle rendroit dans le Vuide, si elle y étoit mise, ne produit jamais cet effet. Il n'a aucun mouvement que celui de l'eau, dans laquelle il est confondu, & il ne lui donne en aucune occasion une impulsion nouvelle. Cela n'appartient qu'à l'air qui s'en tient toûjours séparé, & qui fait effort pour s'en débarrasser entierement. Ce que nous disons ici de l'eau s'applique de soi-même au sang.

2°. Si l'air en masse est necessaire au sang pour la circulation, il l'est encore plus au sang des Veines, qu'à celui des Arteres. Car comme nous l'avons dit dans l'Hist. de 1700, *les veines n'ont presque pas de ressort en comparaison des arteres, & elles contiennent presque la moitié plus de sang, & par consequent elles ont plus de besoin d'une force étrangere qui leur aide à le pousser.*. L'air arrivé avec le sang aux extrémités des arteres doit donc passer dans celles des veines, & par consequent il ne s'échape pas par les pores de la peau.

3°. Si l'air qui a été respiré entre dans les veines, il ne peut plus sortir du corps de l'Animal, comme il est certain qu'il en sort, que par le chemin que M. Mery lui fait tenir.

4°. Puisque l'experience nous apprend certainement qu'il sort par l'*expiration* autant d'air qu'il en étoit entré par l'*inspiration*, il est impossible qu'il en sorte la moindre partie par les pores de la peau.

5°. Comme l'air reçû dans le sang par la respiration fait un effort continuel pour se dégager d'avec lui, & par-là contribuë à son mouvement, il ne doit se dégager que quand il trouve des passages où le sang ne peut le sui-

vre. Or il n'en trouve de cette espece, que quand il est parvenu en circulant aux extrémités des Arteres capillaires du Poumon. Là se presentent les Vesicules du Poumon, tellement disposées qu'elles admettent l'air & non le sang, & cet effet de leur disposition est incontestable, puisqu'elles sont toûjours pleines d'air, & que les Arteres capillaires qui y aboutissent en nombre presque infini, n'y versent point le sang qu'elles contiennent, du moins tant que le Poumon est sain.

M. Mery appuïe son Systême par trois Experiences. Si l'on seringue de l'eau & du lait par le tronc de la Veine-Cave dans le Ventricule droit du Cœur, la liqueur qui de ce Ventricule se répand dans le Poumon de l'Artere Pulmonaire, passe des Arteres capillaires dans les Veines sans entrer dans les Vesicules, & par consequent l'air mêlé intimement avec elle fait le même chemin, ce qui prouve assés que ce n'est point l'air intimement mêlé dans le sang, qui étant arrivé aux extrémités des Arteres capillaires du Poumon, se dégage pour entrer dans les Vesicules, & sortir par la Trachée. De plus, si l'on souffle de l'air par la Trachée dans les Vesicules, il entre delà dans les Veines, & non dans les Arteres, car il passe entierement dans le Ventricule gauche du Cœur; marque assés sensible que les Arteres qui ne lui permettent point l'entrée, lorsqu'il est en masse, sont destinées pour sa sortie, puisqu'enfin il faut qu'il ressorte, & en même quantité qu'il étoit entré. Enfin si l'on ouvre le ventre d'un Chien vivant, & qu'on pique la Veine-Cave au-dessus des Arteres Emulgentes, on voit qu'à mesure qu'elle se vuide de sang, elle se remplit d'air, qui va se rendre dans le Ventricule droit du Cœur. Elle ne peut avoir reçû cet air que des mêmes Veines capillaires dont elle a reçû le sang qu'elle contenoit, & par consequent l'air tient la route marquée par M. Mery.

Tout son Systême suppose une grande difference entre l'air contenu en masse dans une liqueur, & celui qui est intimement mêlé avec elle. Il conçoit que l'air intime-

ment mêlé est revêtu de la figure propre aux petites parties de la liqueur, & n'a plus, tant qu'il est en cet état, aucune proprieté qui lui soit particuliere. Cette idée pourroit demander encore quelques éclaircissemens, mais elle est déja suffisamment établie par d'autres Systêmes, où elle paroît necessaire, & si l'on vouloit suivre toutes les difficultés jusqu'au bout, chaque petit Systême particulier conduiroit aux difficultés generales de la Physique.

SUR LA GLANDE PITUITAIRE.

V. les M. p. 125.

LE Corps humain consideré par rapport à une infinité de differens mouvemens volontaires qu'il peut executer, est un assemblage prodigieux de Leviers tirés par des Cordes. Si on le regarde par rapport au mouvement des liqueurs qu'il contient, c'est un autre assemblage d'une infinité de Tuyaux, & de Machines Hidrauliques. Enfin si on l'examine par rapport à la generation de ces mêmes liqueurs, c'est encore un assemblage infini d'Instrumens, ou de Vaisseaux Chimiques, de Filtres, d'Alembics, de Recipiens, de Serpentins, &c. le tout ensemble est un composé que nous sommes à peine capables d'admirer, & dont la plus grande partie échape à notre admiration même.

Le plus grand appareil de Chimie qui soit dans tout le Corps humain, le plus merveilleux Laboratoire est dans le Cerveau. C'est-là que se tire du sang ce precieux Extrait, qu'on appelle les Esprits, uniques moteurs materiels de toute la Machine du Corps. Toute la Mechanique du Cerveau, entant qu'elle nous est connuë, a deux intentions; l'une, de separer les Esprits du sang qui est monté à la tête; l'autre, de renvoyer vers le Cœur ce sang dépoüillé d'Esprits. La premiere intention s'accom-

plit

plit par une infinité de filtres d'une finesse & d'une délicatesse presque inconcevables ; la seconde, qui étoit d'autant plus difficile à executer, que le sang qui a perdu ses parties volatiles & est devenu moins fluide, a plus de peine à repasser dans des veines fort déliées, s'execute par une Limphe subtile que des Glandes lui fournissent, par de l'air contenu dans les *Ventricules* & qui va se mêler avec lui, par une disposition de Vaisseaux telle qu'il reçoit à propos & l'aire & la limphe dont il a besoin.

Entre les parties destinées à ce second usage, l'*Entonnoir* & la *Glande Pituitaire* sont deux des plus importantes. Nous en avons déja parlé dans l'Hist. de 1705. * L'Entonnoir ainsi nommé à cause de sa figure, reçoit une Limphe filtrée par les Glandes des *Plexus Choroïdes*, membranes glanduleuses, & tres-fines, & la Glande Pituitaire ayant une cavité qui communique avec l'Entonnoir, y reçoit la Limphe que l'Entonnoir lui envoye, & tire delà son nom de Pituitaire. Elle fait aussi des filtrations par elle-même, & separe du sang une liqueur blanche fort subtile, & apparemment fort spiritueuse. Nous n'entrerons pas dans la description exacte & fort circonstanciée que M. Litre fait de cette Glande. Nous remarquerons seulement une particularité singuliere de sa situation. Un *Sinus* qui la touche, c'est-à-dire, un de ces Reservoirs où se rassemble le sang de differentes veines, qui doit retourner au Cœur, est ouvert précisément à l'endroit où il la touche, de sorte qu'elle trempe en partie dans le sang. M. Littre juge que c'est-là une espece de Bain-marie, qui entretient dans la Glande une chaleur necessaire pour ses fonctions.

* p. 56. & 57.

La Glande Pituitaire se trouve dans tous les Quadrupedes, dans les Poissons, & dans les Oiseaux, aussi-bien que dans l'Homme, & c'est déja là un grand préjugé pour la necessité de son usage ; mais on en sera encore mieux instruit par une Observation de M. Littre, où l'on verra une grande & longue maladie, & enfin la mort causée originairement par l'obstruction & l'inflamma-

tion de la Glande pituitaire, qui est cependant fort petite.

SUR LA FORMATION DE LA VOIX.

V. les M. p. 66.

On a dit autrefois que pour certains Ouvrages d'Esprit, il falloit un petit sujet que l'invention de l'Auteur étendît; il semble que cela pourroit s'appliquer à tout ce qu'a donné M. Dodart sur la formation de la Voix dans les Memoires de 1700, & 1706, & à ce qu'il donne encore ici; car quoiqu'en ces matieres il ne s'agisse pas de faire joüer l'imagination, & de mettre dans les choses ce qui n'y étoit pas, c'est pourtant une espece d'invention, & plus ingenieuse peut-être que les inventions Poëtiques, que de trouver dans un aussi petit sujet que la formation de la Voix autant de choses differentes, qui lui appartiennent toutes, & qu'il étoit fort aisé de n'y pas appercevoir.

* V. l'Hist. de 1700. p. 17. & suiv. & l'Hist. de 1706. p. 15. & suiv.

M. Dodart avoit établi * que ce qui forme la Voix c'est que la Glotte diminuë son ouverture, & bande ses lévres de sorte que l'air lancé avec plus de vitesse par cette ouverture rétrecie, les fait fremir en passant, & leur cause des vibrations, & que ce qui forme les tons, ce sont les differens degrés d'ouverture de la Glotte. Mais quelques preuves qu'il en ait apportées, les yeux sont encore plus sûrs que le raisonnement, ou du moins il est toûjours agréable qu'ils viennent l'appuïer. M. Dodart indique dans l'Homme une autre Glotte visible, qui cependant est presque inconnuë, & qui agit de la même maniere que la vraie. C'est l'ouverture des Lévres, telle qu'elle est quand on veut siffler. Il est certain que cette ouverture naturellement assés grande pour le simple souffle, est considerablement rétrecie quand on siffle, & q'uelle l'est d'autant plus que les tons sont plus hauts.

Cette Glotte que M. Dodart appelle *labiale* a cela de particulier par rapport à la *gutturale* ou *vocale* qu'elle n'a aucun canal, aucun corps d'inſtrument, qu'on puiſſe jamais ſoupçonner de modifier le ſon, ni aucunes cavités qui puiſſent y contribuer par le raiſonnement, comme celles de la bouche & du nés contribuënt à la voix. Le ſon de ſon ſifflement n'eſt donc formé que par les ſeules vibrations des parties des lévres, alors extrêmement froncées, & agitées par le paſſage précipité de l'air, qui les fait fremir. Il eſt vrai, ſelon que M. Dodart l'obſerve, que la pointe de la langue prend quelquefois part à la formation des tons; car quand ils ſe ſuivent de fort prés la Glotte labiale n'étant pas aſſés déliée, ni aſſés flexible pour prendre ſi promptement les differens diametres neceſſaires, la pointe de la langue vient ſe preſenter en dedans à cette ouverture, & par un mouvement tres-preſte la rétrecit autant qu'il faut, ou la laiſſe libre un inſtant pour revenir auſſi-tôt la rétrecir encore.

M. Dodart a remarqué que ce mouvement de la langue, qui d'ordinaire ne ſert qu'à rendre plus parfaite l'action de ſiffler un Air, ſuffit ſeul, mais plus rarement, & dans peu de perſonnes, pour cette même action. Ceux qui la ſçavent executer ne remuënt aucunement les lévres, ils ne font qu'appliquer contre le palais les deux côtés de la pointe de la langue, de ſorte qu'ils laiſſent entre cette pointe & le palais une ouverture, par où l'air paſſe avec viteſſe, & qui en ſe rétreciſſant plus ou moins donne les differens tons. Dans les occaſions où la Glotte labiale a beſoin du ſecours de la langue, cette troiſiéme Glotte, qu'on peut appeller *linguale* eſt aſſez défectueuſe, faute d'une ſeconde langue.

Nous ne ſuivrons point M. Dodart dans une explication plus délicate, & moins neceſſaire au ſujet principal, de la lumiere dont quelques-uns ſifflent ſans aucune interruption, quoiqu'ils reprennent haleine, comme tous les autres Joüeurs d'Inſtrumens à vent. Il nous ſuffit que les exemples ſenſibles de deux Glottes nouvelles pouſſent

Jusqu'à la démonſtration tout ce qu'il avoit avancé ſur la veritable Glotte.

* p. 23.
Nous avons dit dans l'Hiſt. de 1700.* qu'aucun Inſtrument de Muſique artificiel ne reſſemble à la Glotte, il y faut ajoûter preſentement les deux Glottes nouvelles, & nous avons apporté la raiſon qui rend ces Inſtrumens de Muſique naturels inimitables à l'Art. Mais quelque differens qu'ils ſoient les uns & les autres, ils roulent ſur le même principe, c'eſt toûjours de l'Air qui par la viteſſe de ſes ondulations ou vibrations compriſe entre certains termes devient ſon, ſon modifié ou ton par le nombre plus ou moins grand de ces vibrations faites en même-temps, ton plus fort ou plus foible ſelon qu'il eſt mû en plus grande ou moindre quantité. L'Art n'a pû parvenir à cet effet que par les differentes dimenſions des Inſtrumens, la Nature y parvient par les differens diametres d'une même ouverture, & ces diametres ne ſont eux-mêmes que differentes dimenſions, mais autrement appliquées. Les Loix generales ſont neceſſaires, la Nature elle-même paroît s'y être ſoumiſe, mais elle peut emploïer des matieres qui ne ſont pas en notre diſpoſition, & elle ſçait s'en ſervir d'une maniere qu'il ne nous eſt tout au plus permis que de connoître.

SUR UNE HYDROPISIE DU PERITOINE.

V. les M. p. 502.
LA Machine du Corps humain eſt ſi prodigieuſement compoſée, qu'outre les accidens ordinaires qui la détruiſent, elle doit être ſujette à une infinité d'autres plus rares, & qui trouvent l'Art ſans experience.

Le Peritoine eſt une Membrane qui envelope tous les Viſceres du Ventre, & c'eſt dans la grande cavité qu'elle renferme que ſe ramaſſe les eaux des Hydropiſies communes. Mais que cette Membrane ſe diviſe ſelon ſon

épaiſſeur, & par-là devienne un ſac particulier, propre à contenir des eaux épanchées, aſſurément ce doit être une eſpece d'Hydropiſie extraordinaire, & qu'il ſeroit pardonnable à la Medecine, ou de ne pas connoître, ou de ne pas ſoupçonner facilement. Ce cas ſi ſingulier peut arriver par l'obſtruction & par le gonflement de quelques-unes des Glandes contenuës dans l'épaiſſeur du Peritoine. Ces Glandes gonflées écartent, autant qu'il leur eſt neceſſaire, les deux plans contigus de fibres qui formoient la ſuperficie exterieure & l'interieure de la membrane, & par la ſeparation de ces plans d'autres Glandes, contenuës dans la même épaiſſeur, ſont déchirées, de ſorte que leur partie deſtinée à la filtration demeure attachée à un plan, & leur conduit excretoire deſtiné à jetter la liqueur filtrée hors de l'épaiſſeur du Peritoine, demeure attachée à l'autre. Cependant la partie deſtinée à filtrer fait toûjours ſa fonction, mais la liqueur qui en ſort ne peut plus tomber que dans l'épaiſſeur du Peritoine, & plus il s'en amaſſe, plus elle continuë de ſeparer les deux plans qui avoient déja commencé à ſe détachér.

Il eſt aiſé de juger que cette eſpece d'Hydropiſie doit être fort lente dans ſes commencemens, que pendant un temps fort conſiderable elle ne doit cauſer aucune alteration à la ſanté, mais ſeulement être incommode par l'augmentation du volume & du poïds du ventre, & que les douleurs ne commenceront que quand la liqueur épanchée dans l'épaiſſeur du Peritoine ſe ſera aigrie & corrompuë par un long ſéjour, & que ſes ſouffres ſalins exaltés picoteront les fibres de la Membrane.

Ce ſont-là les principaux points d'un Syſtême que M. Littre s'eſt fait ſur cette maladie, à l'occaſion d'une Dame qui en mourut au bout de 4 ans. Il rend la juſtice à un de ſes Confreres d'apprendre au Public qu'il l'avoit devinée, toute rare qu'elle eſt. Il en fait l'hiſtoire, donne les marques qui la doivent accompagner, & auſquelles on la reconnoîtra. & enfin propoſe les moïens de la

guerir. Il faut aller chercher toutes ces inſtructions dans leur ſource.

SUR LES CATARACTES DES YEUX.

V. les M. p. 493. & 553.
* p. 12. & ſuiv.

L'Hiſtoire de 1706. * a expoſé le ſentiment d'un petit nombre de Modernes ſur les Cataractes, qu'ils confondent avec le Glaucoma, contre l'opinion ancienne & generale. Cette queſtion qui avoit déja été traitée dans l'Academie, s'y renouvella cette année à l'occaſion d'un Livre intitulé, *Traité des Maladies des yeux*. L'Auteur eſt M. Antoine Chirurgien de Méry ſur Seine, habile Anatomiſte, & ce qui pourroit donner du poids à la nouvelle hypotheſe des Cataractes, un de ſes plus ardens Défenſeurs.

Quand on agitoit cette affaire dans l'Academie, on objectoit contre la nouvelle hypotheſe, que ſi lorſqu'on abat une Cataracte c'étoit le Criſtallin qu'on abatît, ceux à qui on auroit fait l'operation ne verroient pas; car le moïen de s'imaginer que les refractions neceſſaires à la viſion ſe faſſent ſans le Criſtallin? Quelques-uns répondoient, non pour ſoûtenir cette opinion, mais pour ne laiſſer rien paſſer legerement, que le Criſtallin étant abatu, l'humeur aqueuſe, & la Vitrée devoient couler dans la place vuide qu'il laiſſoit, & y prendre la figure de ce moule, & qu'il étoit poſſible qu'elles fiſſent à l'égard des refractions l'office du Criſtallin, quoique moins parfaitement. M. Antoine rapporte dans ſon Livre, qu'une femme à qui il avoit abatu le Criſtallin de chaque œil, devenu Glaucomatique, & qui voyoit après cette operation, étant morte, il trouva les Criſtallins effectivement abatus, & placés en deſſous entre l'humeur Vitrée, & l'Uvée, où il les avoit rangés avec l'Aiguille, ce qui prouve & qu'il avoit fait ce qu'il avoit prétendu faire, & que l'on voit ſans Criſtallin.

La ſincerité de M. Antoine ne fut point miſe en doute, mais le fait paroiſſoit toûjours ſurprenant. Il n'étoit pas impoſſible que l'humeur Aqueuſe & la Vitrée ſe mêlaſſent enſemble, mais leur differente nature devoit cauſer dans chaque petite goutte de l'une & de l'autre differentes refractions, & par conſequent une ſi grande irrégularité dans le total des refractions, qu'il ne ſe pouvoit former aucune peinture ſur la Retine. On ſuppoſoit que comme ces deux Humeurs ſont d'une differente conſiſtence, elles font des refractions differentes, & c'eſt un point qui paſſe pour conſtant, mais on s'aperçoit tous les jours que trop de choſes paſſent pour conſtantes. M. de la Hire le fils examina ce fait, il prit l'œil d'un bœuf, & trouva que l'humeur Aqueuſe & la Vitrée ne faiſoient que les mêmes refractions.

Cette difficulté qui empêchoit de croire qu'il fût poſſible de voir ſans Criſtallin, étant levée, le fait de M. Antoine fut juſtifié, pourvû cependant que la femme dont il parle ne vît pas bien diſtinctement les objets; mais de ce qu'il eſt poſſible de voir ſans Criſtallin, il ne s'enſuit pas qu'on l'abatte toûjours quand on croit abattre une Cataracte, & il n'y a pas moïen de le croire après un fait que M. Littre fit voir à la Compagnie.

C'étoit l'œil d'un Homme de 22 ans, où il y avoit une Cataracte ou pellicule qui fermoit entierement l'ouverture de la prunelle, formée par la membrane Iris. Cette pellicule étoit mince, un peu opaque, & attachée à toute la circonference interieure de l'Iris, à un tiers de ligne du bord de la prunelle, & à une ligne & demie du Criſtallin, qui étoit dans ſon état naturel. Voilà donc une vraïe Cataracte, entierement differente d'un Glaucoma, telle en un mot qu'on a toûjours crû qu'elles étoient.

Ce n'eſt pas cependant que l'on eût dû entreprendre de l'abattre, comme l'on fait d'ordinaire, on auroit ruïné l'Iris, à laquelle elle étoit attachée, ce qui auroit cauſé de grandes douleurs, & une plus grande difformité

que la Cataracte. C'est une remarque que fait M. Mery par rapport à la pratique.

Il en a fait encore d'autres sur ce même sujet, & même un commencement de découverte Anatomique. Il a vû tirer à un Homme un Cristallin entierement glaucomatique & tout plâtreux, qui n'étant plus arrêté dans sa place, passoit & repassoit par le trou de la prunelle, quelquefois venoit se mettre audevant de l'Iris, & alors causoit des douleurs insupportables au Malade, & quelquefois s'en retournoit derriere l'Iris. Un habile Chirurgien fit à la Cornée une incision qui la traversoit presque entierement, & tira par-là ce Cristallin. Toute l'humeur Aqueuse s'écoula par l'incision, mais cette playe fut guerie fort aisément & en peu de temps, il y resta une petite cicatrice, & l'humeur Aqueuse se renouvella. M. Mery a vû dans une femme morte un autre Cristallin glaucomatique, mais si adherents à l'Iris, qu'il n'auroit pas fallu songer à le tirer. Le signe que donne M. Mery pour reconnoître si un Cristallin glaucomatique, ou une Cataracte sont adherans à l'Iris, c'est qu'alors cette Membrane n'aura plus le mouvement par lequel elle se rétrecit à la lumiere, & se dilate à l'obscurité.

Sur ce que la Cornée ayant été coupée se reprend aisément, & sur ce que la perte de l'humeur Aqueuse se répare avec la même facilité, M. Mery croit qu'on pourroit tirer les Cataractes hors de l'œil par une incision faite à la Cornée, & que cette maniere dont il ne paroît pas qu'il y ait rien à apprehender, préviendroit tous les périls ou les inconveniens de l'operation ordinaire. Il est bien sûr que la Cataracte ne remonteroit point, & ne causeroit point les inflammations qu'elle peut causer, lorsqu'on la loge par force dans le bas de l'œil. On pourroit, pour une moindre difformité, faire l'incision au bas de la Cornée, & non pas vis-à-vis de la prunelle.

Dans l'œil où le Cristallin glaucomatique étoit adherent à l'Iris, M. Mery ne trouva point d'humeur Aqueuse au devant de l'œil, entre l'Iris & la Cornée transpa-

rente

rente. Delà il soupçonna que la source de cette humeur devoit être au-delà de l'Iris, & il croit l'avoir trouvée dans de petites Glandes, inconnuës jusqu'à present à cause de leur extrême petitesse, & jointes aux fibres du Ligament Ciliaire qui tient le Cristallin suspendu. Mais cette découverte n'est pas encore assés averée, & dans cet œil où M. Littre fit voir une Cataracte tenduë devant le trou de la prunelle, il y avoit de l'humeur Aqueuse entre l'Iris & la Cornée transparente, ce qui n'auroit pas dû être si l'unique source de cette humeur étoit au-delà de l'Iris, car la Cataracte sembloit empêcher entierement la communication d'un côté à l'autre. Une découverte naissante, quelque vraïe qu'elle soit, ne peut gueres manquer d'être envelopée d'un grand nombre de difficultés, dont il n'y a que le temps qui la puisse dégager entierement.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

MOnsieur Lémery a dit qu'un Chien ayant mangé du sang d'un Hydrophobe qu'on avoit saigné, en étoit devenu enragé.

II.

M. Littre a ouvert un Enfant de 4 ans, à qui il n'a trouvé aucun vestige de Rein gauche, ni d'Uretere du même côté. Le Rein droit n'en étoit pas plus gros, & la Vessie étoit plus petite que de coûtume, apparemment parcequ'elle avoit été peu étenduë par la petite quantité d'urine qui y tomboit. Aussi l'Enfant urinoit-il peu pendant sa vie. D'un autre côté il avoit beaucoup de serosité dans le Pericarde, & dans les Ventricules du Cerveau, & toutes les parties molles de son Corps, principalement la substance du Cerveau, en étoient extrêmement abreu-

vées. Delà venoit ſans doute, qu'il avoit toûjours été triſte, peſant, engourdi, & preſque indifferent pour toutes choſes. S'il ûrinoit peu, il mouchoit & crachoit beaucoup. Les ſeroſités qui dominoient exceſſivement dans ſa conſtitution, & le peu qui s'en ſeparoit du ſang par un Rein unique, rendirent ſa vie ſi courte.

III.

M. Chomel a fait voir l'Artere Pulmonaire d'un Homme remplie de tubercules pierreux, attachés inégalement autour de ſa ſurface interieure, & dont quelques-uns communiquoient avec d'autres placés ſur la ſurface exterieure, & ne faiſoient avec eux qu'un même corps. Ils étoient tous compoſés de pluſieurs grains pierreux liés enſemble, & n'avoient aucune figure déterminée. L'Homme étoit mort ſubitement ; il avoit de la difficulté de reſpirer, des palpitations frequentes, une fiévre lente, & étoit maigre, & d'un teint pâle & livide. On lui trouva la poitrine pleine d'eau, & le Cœur extraordinairement gros.

IV.

M. Gandolphe Medecin de Marſeille, Correſpondant de M. Tournefort, apporta à l'Academie une Relation tres-exacte qu'il avoit faite d'une maladie ſinguliere, & peu connuë, qui lui avoit paſſé par les mains. C'étoit une dilatation prodigieuſe des Ovaires ; une Demoiſelle de Marſeille, âgée de 26 ans, en étoit morte. Il lui trouva les deux Ovaires gros chacun comme la tête, le droit peſant 5 livres 14 onces, le gauche 4 onces de moins, tous deux durs, liſſes, d'une ſuperficie inégale formée de differentes portions de ſphere. L'Artere & la Veine Spermatique qui rampent ſur la ſurface de l'un & de l'autre Ovaire avoient tout au plus, la premiere deux tiers de ligne, & l'autre deux lignes de diametre dans leur plus grande largeur, & devenoient preſque abſolument inſenſibles dans leurs ramifications, mais les vaiſſeaux Limphatiques, toûjours joints aux vaiſſeaux ſanguins, avoient extraordinairement groſſi ; il y en avoit dont le diametre

étoit de plus d'une ligne. Il eſt à propos de remarquer pour l'exactitude anatomique que les Vaiſſeaux Limphatiques de l'Ovaire gauche ſe terminoient à deux Glandes, & ceux du droit à quatre, qui toutes étoient encore inconnuës.

Cette extraordinaire dilatation des Ovaires, qui auroit pû faire naître l'eſperance d'en découvrir la ſtructure interne, ne donna aucune connoiſſance nouvelle, parceque s'il y a des dilatations qui manifeſtent la ſtructure, il y en a auſſi qui la détruiſent. M. Gandolphe ayant coupé les Ovaires, ne vit par tout qu'une même ſubſtance unie, compacte, blanchâtre, d'un rouge & d'un jaune clair en quelques endroits, des cavités rondes & ovales, irregulierement diſpoſées, à demi pleines d'une limphe un peu rougeâtre, & dont la plus grande auroit pû tenir un œuf de Pigeon, nul veſtige ſenſible de Vaiſſeaux Spermatiques, ni Limphatiques. En preſſant la ſubſtance des Ovaires, il n'en ſortoit preſque pas de ſang, encore n'étoit-ce qu'une ſeroſité rouge. M. Gandolphe fit boüillir quelques morceaux de ces Ovaires, & ne découvrit rien de plus. Ayant fait évaporer la limphe qui étoit dans les cavités ou cellules, & celle des vaiſſeaux Limphatiques, dont la ſurface des Ovaires eſt toute ſemée, il vit que l'une & l'autre s'épaiſſiſſoit également en forme de gelée ou de colle.

La Matrice paroiſſoit être devenuë plus petite, par la maniere dont l'Ovaire gauche l'avoit tirée en ſe groſſiſſant. Il étoit ſorti du bas ventre, quand on ouvrit le corps, environ 3 pintes d'eau claire, ſans bourbe, ſans odeur, ſans ſediment. Il y en avoit une pinte dans la poitrine, tres-peu de ſang dans les vaiſſeaux & de la poitrine, & du ventre. Les Muſcles, & les Os, voiſins des Ovaires gonflés, étoient abbreuvés de ſang, & ſe réduiſoient en pâte, quand on les preſſoit avec la main. Les Os étoient friables en quelques endroits. Tout le reſte du corps étoit ſain.

Il eſt aiſé d'imaginer les deſordres que devoit cauſer

cette dilatation excessive des Ovaires. D'un côté l'Estomac & les Poumons, de l'autre une partie des Intestins étoient violemment comprimés. La Matrice ayant été rappetissée de sorte que son tissu en étoit changé, l'écoulement des Regles ne se faisoit plus. Les routes du sang & de la limphe resserrées en une infinité d'endroits ruïnoient toute l'œconomie de la circulation, les liqueurs arrêtées ou se corrompoient, ou s'extravasoient, leurs sels ou leurs souffres trop exaltés picotoient les parties nerveüses, & causoient des douleurs vives, &c. Sur cela, il est à propos de remarquer pour la pratique, que quand la Demoiselle malade sentoit de violentes douleurs dans le ventre, M. Gandolphe n'ayant pû les calmer par l'Opium, les calmoit par l'Huile de Corne de Cerf donnée en lavement jusqu'à demi-once, dissoute avec une jaune d'œuf. Il croit que la cause de ces douleurs étoient des vents qui se formoient dans les boyaux comprimés, & y causoient des *distentions* violentes. On entend assés qu'il n'étoit pas question de trouver des remedes, qui pussent aller à la source de tout le mal; tout l'Art de la Medecine ne peut pas concevoir des esperances si présomptueuses.

Si l'on ne peut porter des remedes jusqu'à cette source, du moins M. Gandolphe a tâché de la découvrir par un systême ingenieux. Il regarde l'Ovaire comme destiné à nourrir & à déveloper jusqu'à un certain point les œufs qu'il contient, & c'est une idée qui revient à ce que nous avions dit dans l'Hist. de 1703. *, qu'un Ovaire est peut-être la Matrice commune de tous les petits œufs, au lieu que la Matrice est l'Ovaire particulier de chaque œuf qui s'y develope entierement, & devient fœtus. M. Gandolphe conçoit que comme un œuf doit prendre peu de nourriture dans l'Ovaire, & une nourriture tres-délicate, l'humeur qui y coule pour cet usage est plus fine, plus sereuse, & a moins de mouvement que celle qui nourrit le fœtus. Aussi les Arteres qui la distribuënt immediatement sont plus minces que celles qui portent la nourri-

* p. 43.

ture au fœtus dans la Matrice, & à cause de leur extrême petitesse, elles répandent à proportion dans l'Ovaire plus de limphe & moins de sang, que les Arteres n'en répandent dans la Matrice. Delà vient aussi que les vaisseaux Limphatiques des Ovaires sont plus apparens, que ceux de la Matrice, qui ne le deviennent qu'à mesure que le fœtus croît.

M. Gandolphe admet un serment qui doit tous les mois se separer en même temps & dans la Matrice, & dans les Ovaires, & dans les Mammelles. Si par quelque accident particulier, par exemple, par son trop d'épaisseur il ne peut se separer dans la Matrice, & qu'il refluë dans les Ovaires, il les dilatera & d'autant plus facilement que les canaux de la Limphe cedent à cause de leur extrême délicatesse. Ces canaux comprimés rendent le cours, ou, pour parler plus juste, le retour de la limphe plus lent, elle séjourne, s'amasse, & comme elle est cette gelée qui en s'appliquant à chaque partie l'augmente & la nourrit, elle fait croître la substance de l'Ovaire, & la fait croître en tous sens, ce qui est peut-être particulier à cette partie, apparemment parceque la Lymphe y est plus abondante, & qu'elle a de tous côtés rompu les canaux. Cette premiere dilatation une fois entenduë, tout le reste s'en déduit sans peine.

La même maladie a été observée encore une fois par M. Gandolphe dans une femme de 42 ans, qui depuis l'âge de 28 ans avoit le ventre fort gros, qui avoit toûjours été assés reglée, excepté quelques mois avant qu'elle s'apperçût de la grosseur de son ventre, qui n'avoit qu'une tres-petite fiévre, & ne se plaignoit d'aucune autre incommodité que de ne pouvoir prendre que fort peu de nourriture. Elle mourut, & M. Gandolphe ne lui trouva que l'Ovaire droit enflé, mais il étoit si prodigieusement qu'il pesoit prés de 14 livres.

On voit par la nature de cette Maladie, qu'elle peut aller assés loin sans être mortelle, car ni le peu de sang qui passe dans les Ovaires n'y contractera de mauvaises

qualités par la limphe qui y séjourne, ni cette quantité de limphe arrêtée n'est necessaire à toute la masse du sang. Ce qui est funeste ce sont les compressions des parties voisines, quand la dilatation des Ovaires est parvenuë à un certain excés. Il faut encore compter pour un effet funeste, mais dans un autre sens, des soupçons injustes de grossesse, que cette maladie peut donner, & il est bon que l'on sçache que toutes les apparences possibles peuvent se rencontrer ensemble, & être fausses.

V. les M. p. 17.

NOus renvoyons aux Memoires
Une Observation de M. Littre sur un Anevrisme.

CHIMIE

SUR LA VITRIFICATION DE L'OR.

V. les M. p. 40.

LEs Objections fortifient les bons Systêmes, elles font voir la necessité de les admetre. Nous avons expliqué dans l'Hist. de 1702 * celui de M. Homberg sur la vitrification de l'Or au Miroir ardent. Une partie de l'Or s'en va en fumée, c'est le Mercure qui étoit entré dans sa composition, une autre partie se vitrifie, c'est sa terre penetrée par ses souffres. Voilà le précis du Systême, qui a été traité dans toute son étenduë.

* p. 34. & suiv.

Comme les matieres qu'on expose au foyer du Miroir ardent sont portées sur un Charbon, & que la grande chaleur qui est aux environs du foyer réduit quelques particules de ce Charbon en cendres, qui volent sur les matieres exposées, un Philosophe qui avoit été témoin

des experiences de M. Homberg, crut que ce pouvoient être ces cendres qui se vitrifioient sur l'Or fondu, & non-pas une partie de cet Or. A cela M. Homberg répond qu'elles devroient donc se vitrifier aussi sur l'Argent fondu au foyer, & que cependant il ne s'y fait aucune vitrification, pourvû que, comme nous l'avons dit à l'endroit cité cy-dessus, l'Argent n'ait pas été raffiné par l'Antimoine, ou qu'en general on ne lui ait pas donné plus de Souffres qu'il n'en a naturellement, car alors ils vitrifieroient une partie de sa terre.

On a insisté contre cette réponse, & l'on a prétendu que non-seulement les rayons du foyer, mais principalement ceux qui se reflechissoient de dessus le metal fondu vitrifioient les cendres du charbon, & qu'il se reflechissoit plus de rayons de dessus l'Or qui est plus compacte, que de dessus l'Argent, qui par la grandeur de ses pores en absorbe une grande quantité.

M. Homberg se défend en opposant qu'il n'y a aucune apparence qu'en comparaison des rayons directs du foyer, ceux qui se reflechissent de dessus le metal soient à compter pour quelque chose, qu'ils ont d'autant moins de force que le metal fondu prenant une figure spherique, & d'une tres-grande courbure, parcequ'il est toûjours en fort petite quantité, ils ne se peuvent reflechir qu'en s'écartant beaucoup les uns des autres, que quand on regarde de l'Or & de l'Argent fondus au foyer, on est aussi ébloüi de l'éclat de l'un que de l'éclat de l'autre, & qu'on ne s'apperçoit en aucune maniere que l'Or reflechisse plus de rayons que l'Argent, qu'enfin si l'on expose au foyer un Charbon, ses cendres se vitrifient dans l'instant par les rayons directs, ce qui leur devroit arriver aussi lorsqu'elles flotent sur de l'Argent fondu, sans que le secours des rayons reflechis fût aucunement necessaire. Le Systême de M. Homberg sur la composition de l'Or & de l'Argent subsiste donc toûjours, & l'on peut croire que les premiers principes de ces Metaux, aprés s'être sauvés de tous les feux des Laboratoires, se sont rendus à celui du Miroir du Palais Royal.

SUR UNE VEGETATION DU FER.

V. les M. p. 299.

L'Arbre de Diane, qui étoit une espece de vegetation unique dans la Chimie, ne l'est plus depuis la curieuse découverte de l'Arbre de Mars, dûë à M. Lemery le fils. C'est une autre Plante Chimique, toute differente de la premiere, & qui, pour ainsi dire, ne croît que dans d'autres climats. Nous avons expliqué ce que c'est dans l'Hist. de 1706 *, & nous supposons ici cette explication. Il ne s'agit que d'exposer plus en détail le Systême de M. Lemery.

* p. 39.

L'Esprit de Nitre, qui est un Acide fort vif, dissout le Fer, parceque selon la nature des Acides, il a beaucoup d'action sur les huiles ou les souffres, & que le fer en contient beaucoup *. Quelquefois cette dissolution de fer se cristallise, c'est à dire que plusieurs petites particules de nitre, chacune intimement unie avec une particule de metal, comme avec son alcali, & par-là composant une espece de sel *moyen*, mais trop petit pour être apperçû, s'accrochent plusieurs ensemble, & forment des grains, que leur grosseur rend sensibles. Mais ces cristaux ne se conservent pas toûjours en cet état, ils ont trop peu de solidité & de consistance, & le tout se remet à la fin en liqueur, comme il y étoit auparavant.

* V. l'Hist. de 1706. p 33. & suiv.

D'un autre côté, si l'on mêle de l'Esprit de Nitre, & de l'Huile de Tartre, il arrive aprés une grande & assés longue fermentation, que les acides du nitre engagés dans les alcalis du Tartre, forment un sel moyen, un veritable salpetre, qui se précipite au fond du vaisseau. Seulement il reste quelques particules de nitre flotantes dans un peu de flegme qui surnage, & à mesure que ce flegme s'évapore, ces particules qui ne peuvent s'élever aussi haut, s'attachent aux parois internes du vaisseau, & y composent

composent une espece de petit enduit tres-leger.

On voit par-là que la dissolution du fer par l'Esprit de nitre a quelque disposition à faire des cristaux, mais peu solides, que le mêlange de l'Esprit de nitre & de l'Huile de tartre en forme toûjours de grossiers & de pesans; ces deux Experiences rëünies, & se modifiant l'une l'autre font la vegetation du fer, ou l'Arbre de Mars.

Quand on verse de l'Huile de Tartre sur une dissolution de fer par l'Esprit de Nitre, cet Acide, quoiqu'intimement uni avec les souffres du fer, ne laisse pas d'agir encore avec beaucoup de force sur l'Alcali du Tartre. Cette action, fort vive d'abord, dure long-temps en s'affoiblissant toûjours un peu. Pendant ce temps-là il arrive & que les souffres du fer avec lesquels les particules du nitre se sont liées, se brisent, s'attenuënt, s'exaltent toûjours de plus en plus par le choc continuel de l'acide & de l'alcali, & que du nitre uni avec le tartre il se forme des cristaux plus solides que dans la premiere experience, à cause du Tartre, & moins pesans que dans la seconde, parce que le nitre est engagé avec des souffres, naturellement tres-volatils. Les cristaux qui se trouvent les premiers formés, poussés par le mouvement de la fermentation, s'attachent par leur onctuosité aux parois du verre lorsqu'ils les rencontrent, & en même-temps s'élevent par leur legereté. D'autres qui leur succedent à chaque moment, s'élevent plus haut par leur secours, & en s'accrochant à eux. La froideur de l'air leur donne une consistence plus ferme, & plus de force pour se soûtenir les uns les autres. Ainsi en s'étendant toûjours sur toute la superficie interieure du verre qui est audessus de la liqueur, ils viennent à y tracer par leurs differens contours, & par l'irrégularité de leurs figures des especesde branchages, qui la tapissent, & qui ne representent pas mal ceux d'une Plante rampante, comme la Vigne, ou le Lierre. Quand la superficie interne du verre est une fois entierement tapissée, il vient une seconde couche de cristaux qui se pose sur la premiere,& elle se forme plus aisément

& plus vîte par deux raiſons. Les ſouffres qui volatiliſent ſes criſtaux ſont plus exaltés par une longue durée de la fermentation, & elle a plus de facilité à s'accrocher à la premiere qui lui eſt homogene, que la premiere n'en a eu à s'accrocher à la ſuperficie du verre. Lorſqu'il y a quelques couches poſées les unes ſur les autres, les petits interſtices qu'elles laiſſent entre elles deviennent autant de tuyaux capillaires, où le reſte de la liqueur s'éleve fort promptement. Il y en a une partie qui ſe criſtalliſe en chemin par la froideur de l'air, & augmente d'autant la vegetation, l'autre partie va juſqu'au haut du verre, & y forme l'endroit le plus touffu de l'Arbre, ou ſe répand hors le verre, ſi elle n'a pû ſe criſtalliſer au haut où deſcend en ſe criſtalliſant le long de la ſuperficie exterieure, & y compoſe une autre vegetation.

Voilà en abregé quel eſt le Syſtême de M. Lémery. S'il eſt vrai, les conſequences qu'il produit le doivent être. Par exemple, un Eſprit de Nitre plus chargé qu'à l'ordinaire des ſouffres du fer ſera plus propre à la vegetation; ſi l'Huile de Tartre eſt en trop grande quantité, le mêlange doit s'épaiſſir, ſe fixer, & devenir incapable de la vegetation chimique, mais il doit en redevenir capable, & ſe revivifier par de nouvel Eſprit de nitre; trop d'Eſprit de nitre doit nuire auſſi, parce que les ſouffres du fer trop attenués abandonnent les criſtaux, qui par-là perdent leur volatilité; quand on a une vegetation dans un verre, ſi on y verſe la liqueur propre à en faire une nouvelle, celle-ci doit ſe former beaucoup plus promptement que n'a fait la premiere, parce qu'elle a la premiere pour baſe, & pour filtre; l'Arbre de Mars, compoſé de matieres la plûpart ſi volatiles, doit en laiſſer échaper toûjours quelque partie, & ſe fletrir avec le temps; ſi on détruit cet Arbre, aprés quelque temps de durée, & qu'on en recompoſe une liqueur, elle doit faire un ſecond Arbre moins beau que le premier, &c. Toutes ces conſequences, qu'on peut regarder comme autant d'épreuves du Syſtême, ont été verifiées par l'experience, & il pa-

roît que M. Lémery ayant pris heureusement le bout du fil, n'a eu qu'à le suivre, & à se laisser conduire sans peine de verité en verité.

Nous n'avons point compris dans l'explication generale une vegetation particuliere, que produisent certains changemens dans l'operation. Si l'on prend une dissolution de fer par l'Esprit de Nitre, où il se soit fait naturellement de ces cristaux legers, qui viendroient à se fondre, & si l'on épaissit ensuite cette dissolution par une quantité suffisante d'Huile de Tartre, il sort de cette matiere épaisse plusieurs petites tiges qui s'élevent sans s'appuyer contre les parois du vaisseau. Ce sont comme des Herbes qui naissent de la Terre, &, pour une plus parfaite conformité, elles croissent sensiblement lorsqu'on les arrose avec de l'eau. Il est aisé d'appliquer à cela les principes generaux qui ont été établis.

M. Lémery a voulu voir si l'operation réüssiroit en substituant au fer quelque autre metal, à l'Esprit de nitre quelque autre Acide,& à l'Alcali fixe du Tartre quelque Alcali volatil, mais de tout ce qu'il a tenté, rien n'a encore produit aucune vegetation. Ce seroit uneespece de merite à son Experience que d'être unique, mais c'en seroit un autre aussi considerable, que de nous conduire à trouver dans tous les Metaux, des vegetations pareilles à celle du fer, ou du moins dans le fer d'autres vegetations differentes.

SUR L'HYDROMEL VINEUX.

L'Histoire de 1706 * a expliqué quelle est la nature du Miel. L'Hydromel en est une préparation que M. Lémery a faite, & en même-temps étudiée avec soin, parce qu'elle ressemble si parfaitement à du Vin d'Espagne, qu'elle en peut tenir lieu, dans les Païs où l'on man-

* p. 36. & 37.

que de Vin. Elle eſt de peu d'uſage dans la Medecine, ainſi cette recherche n'a pas tant pour objet une utilité ſolide, que le plaiſir du goût, qui tout plaiſir qu'il eſt n'eſt pas toûjours indigne de l'attention des Philoſophes.

L'Hydromel eſt du Miel délayé dans une quantité ſuffiſante d'eau, & fermenté par une longue & douce chaleur. Celle du Climat & de la ſaiſon ne doit pas être negligée, quand on la peut employer avec le feu. L'effet de cette fermentation, ainſi que celle du Mouſt, eſt d'exalter les principes actifs. Les ſels embarraſſés dans les Huiles ou dans les ſouffres tendent à s'en développer, ils ne le peuvent ſans briſer & ſans attenuer les Huiles, qui par-là viennent à former un Eſprit inflammable.

M. Lémery a mis ſur 20 livres de beau Miel blanc 30 pintes d'eau. Quand par l'évaporation continuelle de l'eau, que le feu cauſe, la liqueur eſt devenuë aſſés épaiſſe & aſſés forte pour ſoûtenir un œuf, & ne le pas laiſſer tomber au fond, l'Hydromel eſt ſuffiſamment cuit pour pouvoir être gardé. Cette grande quantité d'eau ſert à rendre la coction plus lente, & par conſequent la fermentation plus parfaite, & par-là elle donne occaſion au Miel de jetter entierement toutes ſes impuretés, & ſes écumes, que l'on a ſoin d'enlever.

L'Hidromel mis dans les Vaiſſeaux où l'on veut le garder, y fermentent encore comme le Vin, & y acquiert un goût plus vineux. Pour aider cette fermentation, il faut le tenir un mois ou deux dans un lieu chaud. M. Lémery mit le ſien auprès d'une Cheminée où il y avoit du feu jour & nuit. Aprés cela, il le porta dans une Chambre ſans feu. La liqueur y baiſſa toûjours un peu pendant un certain temps, parce qu'elle ſe condenſoit, & l'on avoit ſoin de remplir le vaiſſeau. Il eſt bon que l'Hydromel ſoûtienne le froid d'un Hiver, avant qu'on le boive, il en eſt plus vineux, & en perd plus parfaitement l'odeur, & le goût du miel.

Il enyvre comme le Vin, & l'yvreſſe en eſt plus longue, parce qu'il eſt d'une conſiſtence plus viſqueuſe, & que par

consequent les Esprits qui s'en débarrassent plus difficilement, continuënt de s'élever au Cerveau pendant un plus long-temps.

M. Lémery a tiré par les voies ordinaires de 6 livres d'Hydromel vineux 32 onces d'une Eau de vie foible, & de ces 32 onces 10 onces d'un Esprit ardent, semblable à l'Esprit de vin. La liqueur restée dans la Cucurbite n'a plus paru spiritueuse. M Lémery l'ayant fait évaporer jusqu'à consistence de miel, a voulu voir ce qu'il en pourroit encore tirer par la distillation. Il en est sorti de l'Esprit acide, mais point d'Huile, apparement elle avoit toute exaltée en Esprit inflammable. Aprés la calcination du Charbon de Miel qui étoit resté, il s'y est trouvé quelques grains de fer, tout semblables à ceux dont il a été parlé dans l'Hist. de 1706 *. Ou ils s'étoient formés par la calcination, ou ils avoient essuyé toutes les fermentations du Miel, sans être détruits.

* p. 38.

L'Hydromel vineux, dont on a retiré l'Esprit, devient aigre, si on le laisse plusieurs mois dans un lieu chaud, & sans boucher la bouteille. Il s'aigrit plus vîte, si l'on y met un quart d'eau, ou un noüet de graine d'*Eruca* ou Roquette. Ce vinaigre est appellé *Philosophique*. Il ne paroît pas tout à fait si fort que celui du Vin ordinaire. Il en est de même du Vinaigre qu'on feroit avec du Vin d'Espagne ou du Vin Muscat, liqueurs avec lesquelles l'Hydromel a une extreme ressemblance.

SUR LES HUILES ESSENTIELLES DES PLANTES.

Et particulierement sur les differentes couleurs qu'elles prennent par differens mélanges.

V. les M. p. 517.

IL ne faut pas être aisé à rebuter, c'est une maxime qui convient également & à ceux qui cherchent la Verité, & à ceux qui ne cherchent que la fortune. Quoique

l'Academie ait reconnu par plus de 1400 Analyses que de toutes les Plantes on ne tire que des substances de la même espece *, & souvent telles qu'il n'y a à cet égard aucune difference entre une Plante potagere, & une Plante veneneuse, M. Geoffroy le jeune n'a pas été découragé par cette grande uniformité apparente, & il a esperé que le travail lui feroit découvrir des differences assés sensibles entre des substances pareilles tirées de differentes Plantes.

* V. l'Hist. de 1701. p. 68. & 69.

Les Sels ayant été fort étudiés par les Chimistes, il s'est appliqué aux Huiles essentielles, qu'il a crû, pour ainsi dire, moins usés. Nous les avons définies dans l'Hist. de 1700 *. Quoiqu'on les compte parmi les Principes du Mixte d'où elles sont sorties, elles sont elles-mêmes des Mixtes, & se résolvent en un flegme chargé de Sel volatil urineux ou alcali, en Terre, & en Huile plus proprement dite. En examinant par l'Analyse differentes Huiles essentielles, on retomberoit encore dans l'embarras, & dans l'inconvenient de n'y trouver que des substances de même espece, & souvent toutes semblables, & par cette raison M. Geoffroy le jeune s'est déterminé à une autre Methode; il a fait des mêlanges de ces Huiles avec differentes matieres, & a observé les effets.

* p. 56.

Celui auquel il s'est le plus appliqué jusqu'à present, & qui effectivement est le premier qui frape, a été le changement des Couleurs.

Il s'en faut bien que toutes les Huiles essentielles mêlées avec differentes matieres ne prennent des couleurs differentes. L'Huile de Thin a cette proprieté, mais non-pas celles de Terebenthine, de Menthe, de Lavande, de Sauge, de Geniévre.

M. Geoffroy conjecture qu'une liqueur est purement transparente, & sans aucune couleur, tant que ses petites parties ne sont pas denses ou serrées les unes contre les autres jusqu'à un certain point; au-delà de ce point, viennent les couleurs, & enfin le Noir, qui est le dernier degré de la condensation dans cette hypothêse.

Il y a déja du temps que l'on ſçait par experience que la ſolution de Tourneſol, qui eſt bleuë, rougit par des Acides, & verdit par des Alcalis, & c'eſt-là un des Eſſais Chimiques auquel on ſe fie le plus pour reconnoître ces deux ſortes de ſels. La ſolution de Tourneſol contient beaucoup d'huile de la Plante, & cette huile mêlée avec differens ſels ſe colorent differemment. C'étoit-là déja un grand préjugé en Phyſique, que des differens mêlanges des Huiles ou des Sels devoient naître toutes les couleurs, car les loix generales commencent ainſi d'ordinaire à ſe déclarer, ou plutôt à ſe faire entrevoir par quelques effets particuliers. Mais cette idée n'avoit point été ſuivie, & M. Geoffroy paroît être le premier qui ſe ſoit mis ſur la voie.

Comme il n'a encore trouvé parmi les Huiles des Vegetaux que celle de Thin, & parmi les Huiles des Mineraux que celle d'Ambre jaune, qui par differens Sels priſſent differentes couleurs, il faut avoüer que ſes experiences ſont fort bornées, & qu'il y auroit trop de précipitation & de temerité à en rien conclure de general. Cependant, pour contenter en partie une certaine impatience naturelle, on peut croire ſur les faits de M. Geoffroy, que les Huiles prennent le rouge orangé par les Acides qui dominent, toutes les nuances qui ſont depuis le rouge couleur de chair juſqu'au pourpre & au violet foncé, par un ſel volatil urineux ou alcali, le violet tres-foncé, & qui peut paſſer pour noir, par un Acide qui ſurvient par deſſus le mêlange qui fait le violet plus clair, le bleu, par les Alcalis fixes mêlés avec les volatils, & de plus par une plus grande condenſation de la ſubſtance de l'Huile, le verd, par le même mêlange, mais par une moindre condenſation de l'Huile, ou plutôt par une aſſés grande rarefaction.

M. Geoffroy ſoupçonne que les combinaiſons qui produiſent ces differentes couleurs dans des experiences Chimiques, ſe trouveront les mêmes dans les differens âges, ou dans les differentes parties d'une Plante, & produiront

ses differentes couleurs naturelles. Il donne déja quelques preuves de cette pensée, mais encore une fois ce Systême, s'il continuë d'en être un, ne fait que de naître, & d'ailleurs toute la Theorie des Couleurs est fort délicate, & jusqu'ici peu connuë. Ce seroit une belle découverte que de trouver dans la couleur des substances Chimiques un caractere certain de leur nature ; mais il est fort à craindre que tout le jeu des couleurs ne se passe sur une superficie tres-legere, qui ne tire guere à consequence pour le fond, ou qui n'y ait qu'un rapport tres-caché.

SUR LES DIFFERENS VITRIOLS,

Et particulierement sur l'Ancre fait avec du Vitriol.

V. les M. p. 538.

IL est assés rare, & par consequent d'autant plus agréable, de connoître quelque chose à fond, & de voir un Systême se soûtenir également de tous les côtés. Celui de M. Lémery le fils sur son Arbre de Mars a déja dû donner une idée de ce plaisir philosophique, en voici encore un exemple qui part de la même main. Il s'agira d'abord de l'Ancre ordinaire, & l'on verra ensuite cette speculation s'élever plus haut.

La solution de Vitriol mêlée avec la teinture de Noix de Galle devient fort noire sur le champ, & c'est l'Ancre dont on écrit. M. Lémery le fils a conjecturé que comme le Vitriol dont on fait l'Ancre est du fer dissous par un Acide avec lequel il est intimement mêlé, & que d'un autre côté la Noïx de Galle est un Alcali ou absorbant, cet Alcali rencontrant les Acides qui tenoient le fer dissous, s'unissoit avec eux, & leur faisoit lâcher le fer, qui alors se revivifioit, & reparoissoit dans sa noirceur naturelle. Ainsi c'est proprement avec du fer que l'on écrit, mais pour lui donner cet usage, il a fallu qu'il fût divisé

divisé d'abord en parties presque infiniment petites, comme il l'est dans le Vitriol, & qu'aprés avoir été si finement & si subtilement divisé, il fût separé de l'Agent qui avoit causé sa division, & qui le tenoit caché.

Tout concourt à établir cette Hypothêse de M. Lémery. Des cinq especes de Vitriol, celui qu'on apppelle de Cypre ou de Hongrie est le seul dont la base soit du Cuivre, au lieu que dans les autres c'est du fer, & ce Vitriol est le seul qui ne fasse point d'Ancre. L'Esprit de Vitriol mêlé avec la teinture de Noix de Galle ne fait point d'Ancre, parce qu'il n'a plus les parties ferrugineuses, qu'il tenoit dissoutes. La même teinture de Galle mêlée avec de la limaille de fer fait de l'Ancre, mais moins promptement, que si elle agissoit sur une solution de Vitriol, parce que dans cette solution elle trouve le fer tout divisé autant qu'il le doit être, & qu'il faut qu'elle divise celui qui est en limaille. Elle fait de l'Ancre avec les dissolutions du fer par les Esprits de Sel, de Nitre, de Souffre, d'Alun, de Vinaigre, aussi bien qu'avec la dissolution de fer par l'Esprit de Vitriol. Si aprés que l'Ancre est faite, on y jette quelques gouttes d'Esprit de Vitriol, la couleur noire disparoît, parce que le fer se rëünit au nouvel Acide, & redevient Vitriol. Par la même raison, les Acides effacent les taches d'Ancre.

Si des Alcalis ou Absorbans, tels que l'Eau de Chaux, l'Esprit de Sel Ammoniac, l'Huile de Tartre, ne font pas de l'Ancre avec le Vitriol, aussi bien que la teinture de Galle, M. Lémery répond que ces premiers s'unissent à l'Acide qui tient le fer dissous, & ne le détachent pas d'avec le fer, comme fait la Noix de Galle. Et pourquoi détache-t-elle le fer d'avec son Acide? C'est qu'elle est sulphureuse, & a par consequent plus d'action, au lieu que ces autres Absorbans sont plus salins, & plus terreux. Et, ce qui prouve cette pensée, c'est que si on les anime par l'addition de quelque Souffre, ils deviennent propres à faire de l'Ancre. Le fer étoit l'Alcali impregné de l'Acide du Vitriol, & comme le fer est constamment tres-sul-

phureux, un autre Alcali doit ne l'être pas moins, pour lui pouvoir dérober son Acide.

Si le fer separé de son Acide ne se précipite pas au fond de la liqueur, ainsi qu'il arrive à d'autres metaux abandonés par leurs dissolvans, c'est qu'il a moins de pesanteur, & que d'ailleurs la teinture de Galle étant sulphureuse a une viscosité propre à le soûtenir. Et pour confirmer cette idée, M. Lémery a éprouvé que des matieres qui laissoient précipiter le fer, le soûtenoient quand on y mêloit quelque substance visqueuse.

Voilà toute la Mechanique de l'Ancre assés amplement expliquée, & suivie assés curieusement jusque dans ses moindres dépendances. Delà M. Lémery passe à des observations ou à des reflexions plus utiles & plus interessantes.

Le Vitriol pris interieurement est d'un grand usage dans la Medecine, mais c'est celui dont la base est le fer, car si le Cuivre y dominoit, il pourroit être tres dangereux. La noirceur qu'une solution de Vitriol prendra par la Noix de Galle, & les differens degrés de cette noirceur, feront reconnoître, s'il contient du fer, & s'il y a quelque mêlange de cuivre.

M. Lémery a trouvé par experience que les Vegetaux que l'on compte pour Remedes Astringens, tels que le Sumac, l'Ecorce de Grenade, les Balaustes, &c. sont propres, aussi bien que la Noix de Galle, à faire de l'Ancre, que les Purgatifs, tels que le Sené, la Manne, le Jalap, l'Agaric, &c. n'en font point, & qu'enfin les Purgatifs, qui comme la Rubarbe, & les Mirabolans, resserrent & fortifient aprés avoir purgé, en peuvent faire, d'où s'ensuit une maniere bien facile & assés sûre d'éprouver les qualités d'un Vegetal que l'on ne connoîtroit point.

SUR LA NATURE DU FER.

IL est bon qu'il naisse des contestations dans l'Academie, & peut-être n'y sont-elles que trop rares. L'interest particulier de prouver ce que l'on pense anime & échauffe l'amour que l'on a en general pour la verité.

V. les M. p. 5. & 176.

On a vû dans l'Hist. de 1704.* que du mêlange du Souffre, ou d'une matiere inflammable, d'un sel vitriolique, & d'une Terre, M. Geoffroy a tiré du Fer. Dans une de ses operations, l'Argille lui a fourni l'Acide vitriolique, aussi bien que la Terre, & l'Huile de Lin le Souffre; dans l'autre, l'Huile de Vitriol a fourni l'Acide, l'Huile de Terbentine, le Souffre, & toutes deux la Terre. Comme il avoit observé qu'il se trouve toûjours quelques parcelles de fer dans les Cendres calcinées des Plantes, il crut que ce metal s'y pouvoit former aussi par la réünion des trois mêmes principes, & pour s'assurer si cet effet étoit necessaire & infaillible, il demanda aux Chimistes en 1705.* *s'il étoit possible de trouver des cendres de Plantes sans fer?*

* p. 39.

* V. l'Hist. de 1705. p. 64. & 65.

M. Lémery le fils crut que le fer contenu dans les cendres des Plantes ne s'y étoit point formé par la calcination, mais qu'il avoit été réellement dans les Plantes mêmes, & s'étoit élevé dans leurs vaisseaux avec les sucs de la terre. Cela le conduisit à la découverte de son Arbre de Mars, dont nous avons parlé dans l'Hist. de 1706.* & ci-dessus *.

* p. 39.
* p. 32.

Il tient toûjours pour sa premiere opinion. Selon lui, toutes les matieres dont M. Geoffroy a tiré du fer en contenoient réellement. Il y en a, il n'importe que ce soit en grande, ou en petite quantité, non-seulement dans l'Argille, où il est sensible à la vûë par un Coûteau aimanté, non-seulement dans l'Huile de Vitriol, qui est tirée d'un Mineral dont la base est le fer, mais, ce qu'on auroit moins soupçonné, dans l'Huile de Lin, dans celle de Te-

rebentine, dans celle d'Amandes douces & d'Olives, & il rapporte les operations par lesquelles il réduit ces Huiles à une terre où se trouve du fer.

M. Geoffroy répond que de quelque maniere qu'on se prenne à tirer du fer de l'Argille, on y en trouvera infiniment moins que quand on l'a mêlée avec l'Huile de Lin, & que par consequent ce mêlange produit du fer, que pour les Huiles, il est constant que ce ne sont pas des substances simples, mais composées d'une Terre, d'un Acide, & d'une partie sulphureuse ou inflammable, qui sont précisément les trois principes qu'il demande pour la formation du fer, & que selon toutes les apparences ces trois principes dispersés dans ces Mixtes se réünissent par les operations de M. Lémery.

De cette réponse de M. Geoffroy il suit que les matieres vegetales contiennent les principes des minerales, & il adopte cette consequence, qui, quoique paradoxe, est assés conforme à la grande uniformité de la Nature. Il est pareillement obligé à ne pas reconnoître pour un principe du fer le Mercure, qui cependant passe ordinairement pour la base des Metaux. Il insinuë même que le Mercure pourroit n'entrer dans aucun, & que le Souffre, l'Acide, & la Terre suffisent. Leurs differentes doses, leur union plus ou moins forte, leurs differentes manieres de s'unir, feroient tout. M. Geoffroy fait voir par des experiences curieuses que le Fer, le Cuivre, le Plomb, & l'Etain dépoüillés de leur souffre, & réduits à une terre qui se peut vivifier soit par un grand feu, soit par le Miroir ardent, reprennent leur forme metallique, quand on leur rend un souffre, même vegetal. Quant à l'Or & à l'Argent, les Experiences du Miroir ardent prouvent assés leur souffre; mais quand ils ont été réduits en terre, ou vitrifiés, on n'a pû jusqu'ici les remettre en metal par l'addition de quelque souffre nouveau; cependant il n'y a pas encore lieu d'en desesperer, & si l'on y pouvoit réüssir, on seroit sûr & que le Mercure n entre point dans leur composition, non plus que dans celle des Metaux impar-

faits, & que pour la production artificielle des deux Metaux parfaits, il ne faudroit que sçavoir quelles sont les Terres propres & particulieres à chacun, puisque par l'union de quelque souffre elles deviendroient metal, de même que l'Argille, selon M. Geoffroy, devient fer.

Voilà jusqu'où ce fer artificiel a élevé les idées & les esperances de son Auteur, mais il faut avoüer que ce ne sont encore que des idées & des esperances; il reste bien des difficultés à surmonter.

Pour en revenir au point précis de la question qui est entre M. Lémery & M. Geoffroy, M. Lémery prétend que quand même M. Geoffroy auroit fait veritablement du fer, il ne seroit pas en droit de conclure, que le fer des cendres des Plantes n'existoit pas réellement dans les Plantes, & que c'est un effet de la calcination. Car quand on analise le Vitriol, on y trouve du fer, est-ce à dire que ce fer soit un effet de l'analyse & du feu? Il est bien sûr que non, puisqu'en composant du Vitriol artificiel, parfaitement semblable au naturel, on y met actuellement du fer, que l'on retire de même par l'analyse, quoiqu'il ait disparu dans le Mixte. M. Lémery promet encore des réponses plus précises au Systême de M. Geoffroy, mais des réponses que l'on veut fonder sur des faits & des experiences, demandent un peu plus de temps que si elles ne devoient rouler que sur des tours ingenieux.

OBSERVATION CHIMIQUE.

MOnsieur Lémery en parlant de l'Urine de Vache, qui commence à être un remede assés usité, en fit voir qu'il avoit distillée, & qui étoit bleuë ou verte, & d'une odeur peu agréable. Quelques jours aprés M. Geoffroy en fit voir, qu'il avoit distillée aussi, mais qui étoit blanche, claire, & d'une odeur fort douce en comparaison de l'autre. Il est vrai qu'il l'avoit prise en hiver, au lieu que M. Lémery avoit pris la sienne en esté, & peut-

être la difference des saisons avoit-elle fait celle de la couleur & de l'odeur. Peut-être aussi y avoit-il eu quelque fermentation de plus dans l'operation de M. Lémery; on s'en éclaircira, mais enfin il est bon que l'on sçache d'avance qu'on peut ôter à ce remede tout son désagrément, du moins en le prenant en certaines circonstances.

NOus renvoyons aux Memoires

V. les M. p. 33.

Les Observations de M. Lémery sur l'Urine de Vache.

V. les M. p. 97. & 112.

L'Examen des Eaux de Vichi & de Bourbon par M. Burlet.

BOTANIQUE.

SUR LES CHAMPIGNONS.

V. les M. p. 58.

LEs Modernes, soit par le Microscope, soit par une certaine exactitude dans leurs recherches, qui leur est presque aussi particuliere que le Microscope, ont découvert la semence de plusieurs Plantes, que l'on avoit toûjours crû n'en avoir point, celles des Fougeres, par exemple, du Polypode, &c. Ces semences sont ou si petites, ou placées si extraordinairement, qu'on ne les apperçoit point à la vûë simple, ou qu'en les appercevant on peut aisément ne les pas prendre pour ce qu'elles sont.

Nous sommes encore dans le même cas que les Anciens à l'égard des Champignons, & de quelques autres Plantes. Quelque industrie que l'on y ait apportée, quel-

que averti que l'on ſoit que la ſemence peut être dans des endroits où l'on ne s'aviſe pas naturellement de la chercher, on n'a pû leur en trouver aucune. La culture même des Champignons ſembleroit confirmer qu'ils n'en ont point. M. Tournefort en fait un détail fort exact, fort inſtructif, & d'autant plus curieux qu'il augmente la merveille de la naiſſance des Champignons. En general, ils naiſſent du fumier, ou pour parler plus préciſément, du *crotin* de Cheval, tout ſe réduit-là. Mais quel rapport de ce crotin avec les Champignons ? Quelle vertu a-t-il de les produire ? On pourroit donc croire auſſi avec les Anciens qu'un Bœuf pourri produit des Abeilles, que la Moële épiniere d'un Homme mort expoſé long-temps à un Soleil bien chaud, ſe change en un Serpent, &c. Car ces metamorphoſes ſi éloignées & ſi peu vrai-ſemblables ne le ſont pas plus que celle du crotin de Cheval en Champignons.

Mais il en faut revenir à de certains principes philoſophiques & rigoureux, qui donnent des bornes à de pures poſſibilités trop incertaines & trop vagues. Quand on conſidere combien la ſtructure d'une Plante eſt compoſée, & délicatement compoſée, il eſt abſolument inconcevable qu'elle réſulte du concours fortuit de quelques ſucs diverſement agités. Il l'eſt auſſi que ce concours fortuit ſoit en même temps & ſi regulier qu'il produiſe toûjours dans la même eſpece une infinité de Plantes parfaitement ſemblables, & ſi limité, malgré l'étenduë infinie que le fortuit doit avoir, qu'il ne produiſe jamais aucune eſpece, qui eût été juſque-là inconnuë. De plus, dés que l'on peut appercevoir la plus petite partie d'une Plante naiſſante, on la voit déja toute formée, & il eſt ſenſible qu'elle ne fait plus enſuite que ſe déveloper, & croître, marque certaine qu'elle n'a rien fait de plus depuis le premier inſtant de ſa naiſſance ; car ſeroit-ce le temps où nous commençons à la voir, qui changeroit ſubitement toute la maniere d'operer de la Nature ? Enfin le nombre des Plantes qui ont certainement des ſe-

mences, & qui en viennent, & sans comparaison le plus grand, & c'est-là un préjugé philosophique tres-fort pour toutes les autres, ou, pour mieux dire, beaucoup plus qu'un préjugé. Si les Anciens avoient fait toutes ces attentions, ils n'auroient pas crû si facilement qu'il y ait des Plantes sans semence.

Nous serions encore moins excusables qu'eux, si nous pensions comme eux, nous pour qui le nombre des Plantes qui n'ont point de semence visible, est beaucoup plus petit. Nous pouvons donc avancer sans crainte qu'elles en ont toutes, & nous assurer que si l'experience peut jamais aller jusqu'à démêler le fait, elle nous justifiera.

Mais il est tres-certain que les graines des Plantes ne peuvent pas éclorre par tout. Il faut qu'elles rencontrent de certains sucs qui soient propres d'abord à penetrer leurs envelopes, ensuite à exciter une fermentation, premier principe du dévelopement de la petite Plante, & enfin à se joindre à ses petites parties, & à les augmenter. Delà vient la diversité infinie entre les lieux qui font naître & qui nourrissent diverses Plantes. Quelques-unes même ne naissent que sur d'autres Plantes particulieres, dont le tronc ou l'écorce, ou les racines, ont seules le suc qui leur convient. Ce que M. Tournefort a appris de M[rs] Mery & Lémery est encore plus surprenant. Il y a une espece de Champignons qui viennent sur les bandes, & les attelles appliquées aux fractures des Malades de l'Hôtel-Dieu. On en verra dans son Memoire des circonstances plus particulieres, qui sont peut-être necessaires pour cet effet. Après cela, on ne sera pas étonné que le crotin de Cheval préparé, comme le rapporte M. Tournefort, soit une espece de terre ou de Matrice, capable de faire germer les Champignons ordinaires.

Il suit delà que les graines de Champignons doivent être répanduës en aussi grande quantité dans une infinité d'autres lieux où elles ne germent pas, & pour tout dire, par toute la Terre, & par consequent aussi les graines invisibles d'un grand nombre d'autres Plantes. Il faut convenir

venir que l'imagination se révolte d'abord contre cette multitude prodigieuse de graines differentes semées indifferemment par tout, & inutilement en une infinité de lieux, cependant dés qu'on vient à raisonner, il la faut admettre. D'où viendroient sans cela des Plantes marécageuses, qui naissent dans des Terres devenuës Marais, & qui auparavant n'y avoient jamais paru? D'où viendroient les Plantes nouvelles que d'autres accidens semblent quelquefois produire en certains lieux, par exemple, les Pavots noirs qui sortent des Landes brûlées en Languedoc, en Provence, & dans les Isles de l'Archipel, & que l'on ne voit plus les années suivantes, cette grande quantité d'*Erysimum latifolium maius glabrum*, qui parut aprés l'incendie de Londres sur plus de deux cens arpens de terre où il étoit arrivé, &c? Ces sortes de faits, & beaucoup d'autres qu'on pourroit apporter, également incontestables, prouvent en même-temps, & la grande multitude de semences répanduës par tout, & la necessité de certaines circonstances pour les faire éclorre.

Ce Systême est d'autant plus vrai-semblable, 1°. Qu'il est certain presentement que les Plantes qu'on croyoit n'avoir point de semence, & ausquelles on en a découvert, sont celles qui en ont le plus. 2°. Que ces petites semences peuvent être plus aisément transportées en une infinité de lieux par mille hazards differens. 3°. Qu'à cause de leur extrême petitesse elles sont plus à couvert des injures du dehors, & se conservent plus long-temps sans aucune alteration. On peut dire que par cette même raison elles sont plus délicates sur le choix des sucs, qui les doivent déveloper, & ont besoin de circonstances plus particulieres & plus rares.

Si à cette speculation sur les graines invisibles des Plantes, on joint celle des Oeufs invisibles des Insectes, qui doit être toute pareille, la Terre se trouvera pleine d'une infinité inconcevable de Vegetaux & d'Animaux déja parfaitement formés & dessinés en petit, & qui n'attendent pour paroître en grand que certains accidens favo-

rables, & l'on pourra imaginer, quoiqu'encore tres-imparfaitement, combien doit être riche la Main qui les a semés avec tant de profusion.

SUR LE SUC NOURRICIER DES PLANTES.

V. les M. p. 276.

OUtre la ressemblance qui est entre les Vegetaux & les Animaux par les Graines & par les Oeufs, ils en ont encore une assés parfaite par les liqueurs qui les nourrissent, & un certain plan general de structure est tellement le même de part & d'autre, que l'on pourroit presque penser que les Vegetaux sont des Animaux ausquels il manque le sentiment & le mouvement volontaire.

M. Reneaume a donné quelques observations sur le suc nourricier des Plantes, & principalement sur la transpiration qui s'en fait. Il y a déja plus de 160 ans que deux Auteurs Franciscains ont commencé à désabuser le monde sur la Manne de Calabre que l'on croyoit qui tomboit du Ciel, & ont découvert qu'elle sortoit des branches & des feüilles d'une espece de Fresne. Quand on est une fois sur les bonnes voïes, on va loin en peu de temps. On a trouvé depuis un si grand nombre de sucs, qui transpirent des Plantes, comme la Manne de Calabre, que M. Tournefort en a fait 4 classes differentes, ceux qui contiennent beaucoup de Sel essentiel de la Plante, tels que le Sucre ordinaire, la Manne de Calabre, celle de Briançon, &c. les Resines, comme celles du Sapin; les Gommes, par exemple, la Gomme Arabique; enfin les Gommes-Resines. On sçait que la difference des Resines, & des Gommes consiste en ce que les Resines sont plus sulfureuses, & les Gommes plus aqueuses, de sorte que les premieres se fondent dans l'Esprit de vin, & les autres dans l'Eau. Les Gommes-Resines se fondent en

partie dans l'Esprit de vin, en partie dans l'Eau.

Il peut arriver que des Plantes s'affoiblissent & perissent enfin par une trop grande transpiration de leur suc nourricier, comme les Animaux par de trop frequentes & de trop abondantes sueurs. C'est ainsi, selon la remarque de M. Reneaume, que les Noyers de Dauphiné meurent ordinairement, aprés qu'ils ont été trop chargés d'une espece de Manne qu'ils jettent, & que par cette raison les gens du Païs craignent fort de voir sortir en trop grande quantité. Ce n'est pas que cet Arbre n'ait beaucoup de suc nourricier, M. Reneaume le prouve par un fait assés remarquable, mais & le tissu serré de son écorce & de ses feüilles, & la grande quantité de fruits fort charnus qu'il a à nourrir, semblent montrer qu'il n'est pas destiné à dissiper inutilement beaucoup de suc par la transpiration.

Il y a une autre maniere dont les Plantes perdent leur suc nourricier, du moins par rapport à nous, & à nos usages. C'est en l'employant en rejettons, en chevelu, en branchages inutiles, ou en une si grande quantité de fruits, que peu d'années aprés elles demeurent épuisées, & ne produisent plus. L'Art de l'Agriculture a trouvé les remedes, ou les précautions necessaires. C'est pour prévenir ces deux maux à la fois que l'on taille les Vignes.

On a déja remarqué, & M. Reneaume le confirme par ses observations, que la Racine est l'Estomach de la Plante, & qu'elle fait la premiere & la principale préparation du suc. Delà il passe, du moins pour la plus grande partie, dans les vaisseaux de l'Ecorce, & y reçoit une nouvelle digestion. Les Arbres creusés & carriés, à qui il ne reste de bois dans leur tronc que ce qu'il en faut précisément pour soûtenir l'écorce, & qui cependant vivent & produisent, prouvent assés combien l'écorce est plus importante que la partie ligneuse. Les feüilles contribuënt à la perfection du suc nourricier, comme on le voit par les Arbres dont les Chenilles ont rongé les feüilles, & qui quoiqu'ils eussent fleuri, n'ont point de fruits cette an-

née-là, ou n'ont que des avortons. L'action de l'air ou du nitre de l'air, ou de la rosée sur les feüilles est fort sensible par la difference de couleur & de goût, qui est entre les Plantes élevées à l'air, & celles qui ne l'ont pas été.

Tels sont les principes, dont M. Reneaume fait dans son Memoire une application plus particuliere. Les détails de l'Agriculture sont d'eux-mêmes assés agréables, & comme tous les Hommes étoient naturellement destinez à cette fonction, il semble qu'il reste toûjours à ceux qui ne s'en occupent pas, d'en étudier du moins la Theorie avec plaisir.

DIVERSES OBSERVATIONS
BOTANIQUES.

I.

DAns le meme temps que l'on eut à l'Academie la Lettre du Medecin Espagnol de Caracas à M. de Pas sur la pierre de l'Iguana, ainsi qu'il a été dit cy-dessus*, on eut aussi un Ecrit du même M. de Pas sur une Plante de la nouvelle Espagne, appellée *Chancelagua*. Elle croît plus abondamment aux environs de Panama, que par tout ailleurs, elle est d'un goût amer, à peu près comme celui de la Centaurée, & quand on l'infuse dans l'eau chaude, on s'apperçoit d'une odeur aromatique, qui approche un peu du Baume du Perou. C'est-là tout ce que nous pouvons dire sur sa Description, M. de Pas, par qui nous la connoissons, ne s'est attaché qu'à ses vertus.

* p. 10.

Il assure qu'elle convient parfaitement à toutes les maladies, où il faut procurer de grandes transpirations, & dépurer la masse du sang, & que par consequent elle est specifique dans la Pleuresie, dans les Catarres suffoquans, dans les Rhumatismes, dans les fiévres malignes, où il

n'y a pas une grande chaleur. Il a même éprouvé qu'elle étoit bonne dans les fiévres intermittentes, & il croit qu'elle soulageroit la goutte purement *humorale*, & non pas *cretacée*. Il suffit d'avertir les Medecins qu'elle n'agit qu'en faisant beaucoup fermenter & élever le sang, & par-là ils verront bien quelles circonspections & quelles précautions elle demande, s'ils en font usage, qu'il faut saigner auparavant, la donner sur le déclin de la fiévre, &c. La dose de cette Plante doit être au moins d'un gros, & peut aller jusqu'à deux. On fait bien boüillir une bonne tasse d'eau, & l'on y met la Plante coupée par petits morceaux. On couvre bien exactement le vaisseau où elle infuse pendant un demi quart-d'heure, & on fait prendre cette potion au Malade la plus chaude qu'il se peut. Pour en ôter le dégoût, il est permis d'y mêler quelque remede de la même espece, c'est-à-dire, un sudorifique & cordial qui soit agréable. Aprés que le Malade a pris cette infusion, on le couvre bien, & on le laisse suer. Les Indiens connoissent depuis long-temps les vertus de la Chancelagua, mais ils les cachoient soigneusement aux Espagnols, qui ne se sont pas attirez leur affection; ce n'est que depuis tres-peu de temps que les Espagnols ont découvert ce remede. M. de Pas dit que quelques personnes en ont apporté en France, & ne se servoient que des sommités de la Plante. Il prétend que l'usage en deviendra quelque jour aussi general, que celui du Quinquina, autre remede d'Amerique. On auroit peut-être quelque lieu de se plaindre de ce que la Medecine est un peu trop en garde contre les nouveautés.

II.

M. Homberg a dit qu'un assez grand Païs de la Marche de Brandebourg, qui étoit demeuré inculte pendant les Guerres de Suede, s'étant couvert de grands Sapins, on se trouva fort embarrassé ensuite à le défricher, & à exterminer ces grands Arbres, parce que soit quand on les coupoit, soit quand on les brûloit, ils repoussoient toûjours du pied, & produisoient des racines qui arrê-

toient à tout moment le ſoc de la Charruë, qu'enfin le hazard apprit aux Païſans que ceux autour deſquels on avoit fait des feux de paille, ſuffiſans ſeulement pour en noircir l'écorce, pourriſſoient ſur pied juſqu'à l'extrémité des racines en 3 ou 4 ans, de ſorte que ces racines devenoient friables comme du bois vermoulu, & ne réſiſtoient plus au ſoc, & que cet expedient fut pratiqué par tout le Païs avec grand ſuccès. La penſée de M. Homberg ſur ce fait, eſt que la chaleur des feux de paille ayant extrêmement dilaté les vaiſſeaux de l'écorce de ces Sapins, elle en avoit fair crever la plûpart, & de plus avoit fondu la ſéve en même-temps qu'elle s'extravaſoit. Comme elle eſt fort reſineuſe dans cette eſpece d'Arbre, elle a beaucoup de facilité à ſe fondre. Elle s'étoit enſuite refroidie, & par-là avoit cauſé une obſtruction generale dans les tuyaux de l'Ecorce, qui, ſelon M. Homberg, & la plûpart des Phyſiciens modernes, portent toute la nourriture de l'Arbre. Il avoit donc dû ceſſer de ſe nourrir, & en même-temps la ſéve arrêtée, & qui ne pouvoit s'évaporer, devoit s'aigrir, faute de mouvement, parce que les Reſines ont beaucoup d'Acide. Les Acides exaltés corrodoient la ſubſtance de l'Arbre, & le pourriſſoient. S'il eût été coupé, l'ouverture des tuyaux de l'Ecorce auroit donné lieu à la ſéve de s'évaporer, & tout ce que cauſoit ſon ſéjour ne ſeroit pas arrivé, du moins ſi promptement.

V. les M. p. 488.

NOus renvoyons aux Memoires la Deſcription d'une Roſe monſtrueuſe par M. Marchand.

Il a continué ſes Deſcriptions de Plantes réſervées pour un Ouvrage particulier.

Et M. Chomel, la Deſcription des Plantes d'Auvergne.

GEOMETRIE.

SUR L'HYPOTHESE DU TOURNOYEMENT DE LA TERRE,

Compliquée avec celle de Galilée touchant la pesanteur des Corps.

JUsqu'ici c'étoit une question que de sçavoir si l'hypothêse du tournoyement de la Terre peut s'accorder avec celle de Galilée sur la Pesanteur. De grands Geometres ont pris les deux partis contraires, & l'on ne doit pas en être surpris; ces sortes de questions qui demandent une fine Theorie du mouvement sont par elles-mêmes fort délicates, & elles étoient encore plus difficiles avant la découverte des Infiniment petits. Maintenant M. Varignon ayant en main ses formules des forces centrales, dont nous avons tant parlé, il s'en sert pour décider infailliblement le procés, & il donne en même temps un exemple de l'usage dont elles peuvent être.

V. les M. p. 12.

Supposé que la Terre tourne sur son axe, il faut que son Atmosphere la suive, & tourne avec elle d'un mouvement parfaitement égal, car sans cela une Pierre qui tombe verticalement d'une hauteur considerable, ne tomberoit pas sur le même endroit de la terre auquel elle répondoit au commencement de sa chute. D'ailleurs Galilée a supposé que la Pesanteur est une force constante, c'est-à-dire, dont l'action est toûjours égale dans tous les instans de la chute d'un corps, & delà il a conclu que dans une même chute les hauteurs verticales parcouruës

en differens temps étoient comme les quarrés des temps employés à les parcourir.

A rassembler ces conditions, un corps tombant en l'air décrit donc une Courbe qui résulte du mouvement circulaire de l'Atmosphere par laquelle il est emporté, & du mouvement en ligne droite imprimée par la pesanteur, & tel que les differentes parties de cette ligne droite sont entre elles comme les quarrés des temps correspondans. La pesanteur est une force centrale que l'on conçoit comme inherente au centre de la Terre, & qui tire les corps vers ce point par des rayons qui y concourent tous. En déterminant l'expression des Infiniment petits de la Courbe que décrit le corps qui tombe, M. Varignon trouve aussi-tôt l'expression de la force centrale qui a part à la description de cette Courbe, & l'on voit que cette force est variable, & non pas constante, comme la suppose Galilée.

Ce qui la rend variable, ou pour parler plus précisément, ce qui rend son action inégale, c'est que de la vitesse qu'elle imprime au Corps selon une ligne droite, le mouvement circulaire, parce qu'il est circulaire, en retranche necessairement une partie, ainsi que le démontre M. Varignon. Delà il suit que le mouvement circulaire en retranche une partie d'autant plus grande, qu'il est plus circulaire, ou décrit un plus petit cercle, ou, ce qui est la même chose, que le Corps approche plus du centre de la Terre. L'action de la pesanteur diminuë donc toûjours à mesure que le Corps qui tombe approche de ce centre, & s'il y arrivoit, elle deviendroit nulle. Aussi voit-on par la formule, qui selon la Theorie de M. Varignon exprime la pesanteur, qu'elle devient dans ce dernier cas infinie, c'est-à-dire que son action, modifiée comme elle doit l'être, étant nulle, il faudroit que la force fût infinie pour agir encore. On voit pareillement que quand le mouvement circulaire est infiniment peu circulaire, c'est-à-dire, quand le Corps tombe d'un point infiniment éloigné du centre de la Terre qui tourne, ou

quand

quand elle ne tourne point, & qu'il tombe d'un point qui n'eſt qu'à une diſtance finie de ſon centre, ou quand elle tourne, & qu'il tourne d'une diſtance finie, mais que l'on prend les rayons concourans au centre de la Terre pour paralleles, à cauſe de la grande diſtance où ils concourent, la peſanteur agit toute entiere, & devient une force conſtante.

Il eſt donc certain que ſi la Terre tourne, & ſi l'acceleration de la chute des Corps ſe fait ſelon les quarrés des temps, la peſanteur n'eſt pas une force conſtante, que ſi elle eſt conſtante, l'une ou l'autre de ces ſuppoſitions n'eſt pas vraie, & enfin que ces trois choſes ne ſont compatibles enſemble que priſes deux à deux de telle maniere qu'on voudra.

Il y a même encore plus. Le même raiſonnement par lequel M. Varignon prouve que ſi la Terre tourne, & ſi l'acceleration des chutes ſe fait ſelon le Syſtême de Galilée, la peſanteur n'eſt pas conſtante, prouve qu'elle ne l'eſt pas non plus dans les chutes obliques à l'Horizon, quoique la Terre ſoit ſuppoſée immobile.

Mais tout cela ne doit s'entendre que dans la rigueur geometrique. La formule même de M. Varignon fait voir que dans les deux hypothêſes qui empêchent l'action de la peſanteur d'être égale, ſon inégalité ne pourroit être ſenſible, à moins qu'un Corps ne tombât d'une hauteur ſans comparaiſon plus grande que toutes celles d'où nous pouvons faire des experiences. Car que l'on tire au centre de la Terre deux lignes, l'une qui parte du point d'où le Corps tombe, l'autre du point où il tombe ſur la terre, toute l'inégalité de l'action de la peſanteur eſt renfermée dans la difference de ces deux lignes, & cette difference n'eſt qu'un point par rapport à la longueur de la plus courte, qui eſt de 1500 lieuës. On peut donc ſuppoſer hardiment en Phyſique les trois choſes que la préciſion geometrique rendroit incompatibles, & en effet on les a toûjours ſuppoſées ſans s'appercevoir d'aucune erreur.

Voilà à quoi sert l'exactitude de la Geometrie. Elle nous donne dans toute sa pureté le Vrai, que la Physique & les experiences alterent toûjours, & elle nous fait voir jusqu'à quel point, nous qui ne pouvons éviter de nous tromper, nous nous trompons impunément.

SUR QUELQUES PROPRIETE'S DES PENDULES,

Et de la Parabole par rapport aux Pendules.

V. les M. p. 49.

UN Corps étant suspendu à un fil, si on le tire de son point de repos, qu'on lui fasse décrire un arc quelconque, qui sera necessairement circulaire, & aura pour rayon la longueur du fil, ou du Pendule, & qu'ensuite on laisse retomber ce corps, il décrira en descendant le même arc qu'on lui avoit fait décrire en montant, passera de l'autre côté de son point de repos, & décrira de ce côté là en remontant un arc égal à celui qu'il avoit décrit en descendant par son poids. Cette force qu'il a pour remonter lui vient de ce qu'en descendant pendant toute la premiere moitié de sa vibration, il a acquis de la vitesse par l'acceleration continuelle de sa chute, & comme cette vitesse est toûjours proportionnée à la hauteur d'où il est descendu, & qu'elle est en quelque sorte l'effet, elle est toûjours capable de le faire remonter à cette même hauteur. On suppose ici, selon le Systême de Galilée reçû de tous les Philosophes, que les Vitesses sont comme les racines quarrées des Hauteurs.

La hauteur d'où descend un corps qui décrit un arc circulaire est le *sinus verse* de cet arc. Les sinus verses aussi bien que les *droits*, augmentent avec les arcs, & lorsqu'enfin l'arc est de 90 degrés, le sinus verse & le droit sont égaux au rayon du cercle. Si une ligne déterminée, qui est le sinus droit ou verse d'un certain arc ou

angle dans un cercle déterminé, eſt priſe auſſi pour ſinus droit ou verſe dans un autre cercle, elle ſera ſinus d'un plus grand arc ou d'un plus grand angle dans un plus petit cercle, & réciproquement.

J'appelle *Axe du mouvement* d'un Pendule, la ligne tirée de ſon point de ſuſpenſion à ſon point de repos. Un Pendule qui vient de décrire en deſcendant un arc quelconque, étant arrivé à ce point, on ſuppoſe que dans cet inſtant il vienne à être raccourci, de quelque maniere que cela ſe faſſe; il eſt certain qu'il avoit acquis la force de remonter de l'autre côté de l'axe de ſon mouvement à la même hauteur ou au même ſinus verſe d'où il étoit deſcendu, & il eſt évident que pour être raccourci, il ne doit rien perdre de cette force. Mais parce qu'il eſt raccourci, ſon mouvement ſe fera dans un plus petit cercle, puiſque la longueur du Pendule eſt toûjours le rayon du cercle où ſe fait le mouvement, donc le ſinus verſe qui demeure le même ſera ſinus d'un plus grand angle, ou, ce qui eſt la même choſe, le Pendule fera un plus grand angle avec l'axe de ſon mouvement, & s'en écartera davantage que s'il n'eût pas été raccourci. Quand il ſera revenu pour la ſeconde fois à ſon point de repos, qu'on le raccourciſſe encore, il a encore la force de remonter à la même hauteur que la premiere fois, il y remontera, mais en s'écartant encore davantage de l'axe de ſon mouvement. On voit que cet écart s'augmentera toûjours, tant que l'on continuëra d'accourcir le Pendule, & que la hauteur à laquelle il remontera dans toutes ſes vibrations ou révolutions ſera toûjours celle qui aura été déterminée par le premier arc qu'il aura décrit en deſcendant.

Lorſque la longueur du Pendule en diminuant toûjours viendra à être égale à cette hauteur ou à ce ſinus verſe conſtant, le Pendule décrira en remontant un quart de cercle entier, & fera un angle droit avec l'axe de ſon mouvement, ou, ce qui eſt la même choſe, remontera à la hauteur de ſon point de ſuſpenſion. Si ſa longueur

devient encore plus petite, il décrira plus d'un quart de cercle, fera un angle obtus avec l'axe, remontera plus haut que le point de suspension, & enfin quand sa longueur ne sera précisément que la moitié du sinus verse constant, il décrira une demi-circonference, & s'élevera jusqu'à l'axe au-dessus du point de suspension. Delà il tombera perpendiculairement le long de l'axe, & sans décrire aucun arc.

Si de ce point de l'axe jusqu'où le Pendule s'étoit alors élevé, on tire une ligne droite à l'extrémité du premier arc circulaire d'où il est tombé, il est clair qu'à l'exception des deux points extrêmes de cette ligne, il n'y en aura aucun où il se trouve à la fin des vibrations qu'il fera en se raccourcissant toûjours, car cette ligne, puisqu'elle est droite, fait dans toute son étenduë le même angle avec l'axe, & le Pendule au contraire en fait toûjours un plus grand. Tous les points où il se trouvera à la fin de ses vibrations, feront donc une Courbe, puisqu'elle aura deux points communs avec la ligne droite supposée, & ne se confondra pas avec elle. On demande quelle est cette Courbe, en supposant le raccourcissement successif du Pendule toûjours égal & uniforme.

M. Carré trouve par une voïe fort simple, que c'est une Parabole, dont le parametre est double du sinus verse constant. Son sommet est le point où le Pendule s'éleve lorsqu'il s'éleve jusqu'à l'axe, car les Ordonnées de la Courbe sont des perpendiculaires à l'axe du mouvement, tirées de l'extrémité de l'arc où le Pendule s'est élevé, & alors puisqu'il s'est élevé jusqu'à l'axe en décrivant une demi-circonference, l'Ordonnée est nulle. De plus, quand le Pendule s'éleve jusqu'à l'axe, sa longueur, ou, ce qui est alors la même chose, la distance du sommet au point de suspension, est la moitié du sinus verse constant, & par consequent le quart du parametre de la Parabole; donc le point de suspension est le foyer, puisqu'en toute Parabole la distance du sommet au foyer est le quart du paramettre. Ainsi en imaginant que du foyer

de la Parabole pris pour centre soient décrits sur differens rayons une infinité d'arcs circulaires, terminés à la circonference de la Parabole, ces arcs seront ceux que parcourra le Pendule toûjours raccourci, il les parcourra tous, selon M. Carré, avec la même vitesse, & il est vrai que le sinus verse, ou la hauteur dont la racine quarrée exprime la vitesse acquise, est toûjours la même, & de plus M. Carré trouve qu'il les parcourra en temps égaux, parce que dans la chute accelerée des corps les temps sont comme les vitesses.

Si donc une infinité de cercles concentriques étant donnés, on demandoit la Courbe qui les coupât de maniere que les arcs qu'elle détermineroit fussent parcourus par un Pendule en temps égaux, ou avec la même vitesse, cette Courbe seroit une Parabole qui auroit pour foyer le centre commun de tous ces cercles; & si de plus la vitesse que devroit avoir le Pendule étoit déterminée, il faudroit que le paramettre de la Parabole fût double de la hauteur d'où le Pendule devoit tomber pour acquerir cette vitesse. Ce sont-là de nouvelles proprietés de la Parabole par rapport aux Pendules, quoique d'un côté cette Courbe soit si connuë & si maniée, & que de l'autre les plus habiles Geometres depuis Galilée aïent eu pour la Theorie des Pendules une curiosité particuliere. Mais il n'est pas aisé que la plus longue suite des plus profondes recherches, épuise rien parfaitement.

En considerant le raccourcissement successif du Pendule, nous ne l'avons point poussé plus loin que la moitié du sinus verse constant, & c'est alors que le Pendule atteint jusqu'au sommet de la Parabole; mais il est indubitable qu'il pourroit être encore plus court à l'infini, & quels effets en devroient arriver? Nous ne les avons pas examinés jusqu'ici, afin de démêler davantage les idées.

On voit alors en jettant les yeux sur l'équation qui exprime la Parabole, que ses Ordonnées deviennent imaginaires, & par consequent le Pendule ne peut plus aller

jusqu'à cette Courbe, ce qui est naturel, puisqu'il a parcouru tous ses points jusqu'à son sommet, le dernier de tous, mais ce n'est pas à dire qu'il n'ait plus aucun mouvement. Il s'éleve toûjours jusqu'à un point de l'axe, mais plus bas que le sommet de la Parabole, car quoiqu'il ait une force suffisante pour s'élever jusque-là, son peu de longueur ne le lui permet plus, & moins il a de longueur, plus le point où il s'éleve est bas par rapport à celui où il tend à s'élever. Il a donc une tendance à s'élever qui n'est pas entierement remplie ni satisfaite, & comme, lorsqu'elle l'étoit entierement, il s'élevoit jusqu'au sommet de la Parabole en décrivant une demi-circonference, il doit lorsqu'il ne s'éleve pas tant décrire plus d'une demi-circonference, pour emploïer ce qui lui reste encore de force. On trouve qu'il décrit une circonference entiere autour de son point de suspension lorsque sa longueur est au sinus verse constant comme 2 à 5. Cette détermination dépend de la Theorie des forces centrifuges, car c'en est une veritable que la force avec laquelle le Corps tend à s'élever plus haut qu'il ne peut, & tire le fil qui le tient suspendu, mais nous n'entrerons pas presentement dans cette consideration. Si le sinus verse constant étant toûjours 5, la longueur du fil est entre 2 & 2 $\frac{1}{2}$, le corps ne décrira pas une circonference entiere, mais fera quelques vibrations au-dessus du point de suspension, plus ou moins grandes selon qu'il sera plus ou moins court dans les limites marquées. Si sa longueur est au-dessous de 2, il décrira une circonference & fera de plus quelques vibrations au-dessous du point de suspension, & pourra même recommencer plusieurs fois la même circonference.

Jusqu'ici nous n'avons supposé le Pendule que faisant ses vibrations *laterales*, & dans un même plan, ce qui est la consideration la plus ordinaire, mais si l'on supposoit qu'il les fît de maniere à décrire la surface d'un Cone droit, & qu'on le conçût toûjours raccourci comme l'on a fait, il faut voir quels changemens s'ensuivroient. Il est

facile de les déterminer. L'axe du mouvement du corps, est le même que celui du Cone droit, & la distance où il en est dans sa premiere révolution & avant que d'être accourci, donne la même hauteur à laquelle il est élevé, ou le même sinus verse que s'il faisoit ses vibrations laterales. Ce sinus est encore constant. Au lieu que le Pendule faisant ses vibrations laterales décrivoit par son raccourcissement des arcs de cercles de differens rayons, il décrit maintenant des circonferences entieres, dont les rayons sont les differentes distances de l'extrémité du Pendule à l'axe; au lieu qu'il se trouvoit successivement dans tous les points d'une Parabole, il se trouvera dans tous ceux d'un Solide ou Conoïde parabolique, & comme il parcouroit en temps égaux tous les arcs circulaires terminez à la Parabole, il parcourra de même en temps égaux toutes les circonferences qui composent la surface du Conoïde. Dans le cas où il s'élevoit à la hauteur de son point de suspension, & faisoit un angle droit avec l'axe, il s'élevera encore à cette hauteur, & fera ce même angle, mais il décrira autour de son point de suspension un cercle horizontal; & dans le cas où il s'élevoit au sommet de la Parabole, il s'élevera au sommet du Conoïde parabolique, & décrira au tour de ce point un cercle infiniment petit, qui répondra à l'Ordonnée nulle de la Parabole. S'il manque encore quelque chose à cette comparaison, il est trop aisé de le suppléer.

SUR LES ROULETTES.

Lorsque M. Nicole apporta à l'Academie son Problême general sur les Roulettes, dont nous avons parlé dans l'Hist. de 1706 *, il étoit étranger, mais depuis étant devenu membre de la Compagnie, il lui a fait revoir ce même Problême, & elle le donne maintenant comme une chose qui lui appartient.

V. les M. p. 81.

* p. 94.

L'exemple de cette Theorie suffiroit seul pour prouver

que quand on veut ſaiſir ce qu'il y a de plus general dans une recherche geometrique, il faut emploïer non ſeulement l'Hypothêſe, mais encore le calcul des Infiniment petits. On emploïe cette Hypothêſe, quand on conſidere les Courbes, comme formées d'une infinité de lignes droites infiniment petites, auſquelles répondent dans les Abſciſſes & dans les Ordonnées des differences de même nature, & l'on emploïe le Calcul, lorſqu'on donne des noms & des expreſſions à ces droites infiniment petites, & qu'on les fait entrer dans les operations algebriques. Les Anciens ont connu l'hypothêſe des Infiniment petits, car ils ne ſont autre choſe que ces grandeurs *moindres qu'aucune grandeur donnée ou finie*, dont ils ſe ſont ſervis quelquefois, mais ils n'ont pouſſé cette hypothêſe juſqu'aux differens Ordres ou Genres d'Infiniment petits, ni ils n'en ont connu le Calcul, ce qui les a extrêmement bornés.

Lorſqu'on veut s'élever à un Theorie generale, par exemple, à celle de Roulette, & trouver, comme M. Nicole, une Equation telle, que de ces trois Courbes, la Generatrice, la Baſe, la Roulette deux quelconques étant données, on trouve auſſi-tôt la troiſiéme, & cela, ſoit que le point décrivant ſe prenne ſur la circonference de la Generatrice, ou ſeulement ſur ſon plan, qui eſt infini, il eſt viſible qu'il faut trouver quelque choſe de commun à toutes les Courbes poſſibles. Or elles n'ont rien de commun ou d'égal, du moins generalement parlant, que par leurs Infiniment petits. Si on fait rouler un arc fini de Cercle ſur une ligne droite, on peut découvrir par les proprietés de l'une & de l'autre ligne, & par le mouvement qu'on donne à la Generatrice, quelle Roulette doit en réſulter; mais ſi tout le reſte demeurant le même, on ſuppoſe que la Generatrice qui étoit un arc de Cercle, ſoit un acte de Parabole, ces deux arcs n'ayant rien de commun, il faudra faire une ſeconde recherche toute differente de la premiere, & l'une ne ſervira de rien pour l'autre. Si l'on avoit ſeulement conſideré une

portion infiniment petite d'un arc de cercle, appliquée pendant un mouvement d'un instant sur une portion infiniment petite de la Base, cette portion infiniment petite de Cercle pouvant être également portion de toute autre Courbe, tous les rapports qui auroient pû naître de cette consideration auroient également appartenu à toutes les Courbes imaginables, & cela, comme on voit en vertu de l'hypothese de l'Infiniment petit.

Mais pour arriver au general, ce ne seroit pas assés d'avoir pris cette hypothêse, il faudroit encore en emploïer le calcul. Toutes les Courbes possibles se divisent en deux especes, en Geometriques, & en Mechaniques, &, comme nous l'avons dit dans l'Hist. de 1704*, ces deux especes ne peuvent être exprimées d'une maniere qui leur soit commune, si elles ne le sont par leurs Infiniment petits. Il est donc necessaire de faire entrer les Infiniment petits dans toute Equation qui doit comprendre toutes les Courbes possibles.

* p. 115.

La Theorie de M. Nicole pour les Roulettes, établie sur de pareils fondemens, est si generale, qu'à mesure que l'on y fait des restrictions, elle produit encore des formules infiniment generales, quoiqu'elles le soient moins. Par exemple, elle contient une distance indéterminée du point décrivant au point de la Generatrice par où commence le roulement, & par consequent si l'on égale cette distance à Zero, le point décrivant est sur la circonference de la Generatrice, & la formule donne toutes les Roulettes infinies qui dans cette supposition naissent de Generatrice quelconques roulant sur des Bases quelconques. Dans cette formule ainsi restrainte, on peut encore faire plusieurs restrictions, qui ne l'empêcheront pas d'être infinie. On peut supposer que la Base soit un cercle, & l'on a une infinité d'especes differentes de Roulettes qui peuvent naître sur des Bases circulaires. Si de plus, la Generatrice est un cercle, on a toutes les Epicycloïdes. Si le Cercle, qui est la Base, est infini, il vient enfin la Cycloïde ordinaire, qui aprés avoir été long-

temps seule, & par elle-même l'objet de l'attention des plus grands Geometres, est maintenant abîmée dans la Theorie universelle.

Nous avons déja dit dans l'Hist. de 1706. que la plus curieuse découverte de M. Nicole sur cette matiere, est qu'une Courbe geometrique roulant sur elle-même produit une Roulette qui est aussi geometrique, en quelque endroit que soit pris le point décrivant, & que puisque ce point peut être pris en une infinité d'endroits sur le plan de la Generatrice, il n'y a point de Courbe geometrique, qui n'en puisse produire une infinité d'autres. Cette Proposition d'une si vaste étenduë vient s'offrir d'elle-même par la Methode de M. Nicole. Car la distance du point décrivant à la Generatrice demeurant indéterminée, & seulement la Generatrice & la Base étant supposées la même Courbe, dont l'Equation ne renferme point d'Infiniment petits, on voit aussi-tôt que la Roulette generale qui en résulte, n'en renferme point non plus, & par consequent est geometrique. Ainsi quand un Cercle roule sur un Cercle égal, toutes les Epicycloïdes qui en naissent sont geometriques, soit qu'elles soient *simples*, *allongées*, ou *accourcies**, c'est-à-dire, soit que le point décrivant soit pris sur la circonference du Cercle generateur, ou audedans, ou audehors. Ce n'est pas cependant que l'égalité de la Generatrice & de la Base soit une condition necessaire en fait de Cercles, il suffit que leurs rayons aïent un rapport de nombre à nombre. Delà vient que la Cycloïde, ou simple, ou allongée, ou accourcie, est mechanique, elle a pour Generatrice, & pour base, deux Cercles, l'un fini, l'autre infini, dont par consequent le rapport n'est pas exprimable en nombres.

* V. l'Hist. de 1706. p. 74. & 75.

SUR DES QUADRATURES DE SUPERFICIES CILINDRIQUES, QUI ONT DES BASES CONIQUES.

V. les M. p. 330.

QUand on connoît une proprieté dans une Courbe, s'il y a quelque autre Courbe analogue & de même espece, la même proprieté s'y doit trouver avec certaines modifications, & elle sert d'indice aux Geometres, qu'il y a là quelque découverte à faire, à peu près comme les vapeurs du matin, & quelques autres marques font reconnoître aux Fonteniers les sources cachées.

La superficie d'un Cilindre peut être conçûë comme formée d'une infinité de lignes droites égales, paralleles, & infiniment proches, élevées perpendiculairement sur le plan d'un Cercle, & dont chacune part d'un point de sa circonference. Si l'on conçoit tous les Sinus d'un quart de Cercle élevés chacun perpendiculairement sur le point de la circonference qui lui répond, ils formeront une superficie cilindrique, mais décroissante, si on la prend depuis le plus grand Sinus qui est le rayon, jusqu'au plus petit qui est Zero. M. Pascal, l'un des premiers Geometres de son Siecle, a démontré que cette superficie cilindrique étoit égale au quarré du Rayon.

Tous ces Sinus ne sont que les lignes qui remplissent & qui forment l'air d'un quart de Cercle, & l'on pourroit d'abord être surpris que ces mêmes lignes qui ne forment que cet espace non quarrable, lorsqu'elles sont toutes arrangées & disposées sur le rayon, viennent à former un espace & plus grand & quarrable, sans augmenter ni en nombre ni en grandeur, lorsqu'elles sont disposées sur la circonference du quart de Cercle. Mais il est aisé de concevoir d'où vient ce changement, & principalement selon le Systême des Infiniment petits. Le rayon du Cercle étant conçû comme divisé en parties infiniment petites

& égales, les ſinus, lorſqu'ils ſont arrangés ſur ce rayon, forment chacun avec la partie du rayon infiniment petite qui lui répond, & à laquelle il eſt perpendiculaire, un rectangle ou eſpace infiniment petit, & la ſomme infinie de tous ces eſpaces eſt l'aire du quart de cercle. Si ces mêmes Sinus ſont diſpoſés ſur la circonference du quart de cercle, il faut la concevoir diviſée en un nombre de parties infiniment petites égal au nombre des parties du rayon, & chaque Sinus multiplié par chacune de ces parties fait un rectangle ou eſpace infiniment petit, qui eſt l'élement de la ſuperficie cilindrique. Mais les parties infiniment petites de la circonference du quart de cercle étant en même nombre que celles du rayon, doivent neceſſairement être plus grandes, & delà vient que la ſuperficie cilindrique eſt plus grande que l'aire du quart de cercle, & puiſque ces deux eſpaces ſont differens, l'un peut être quarrable ſans que l'autre le ſoit. La difference de longueur, inconnuë juſqu'à preſent, qui eſt entre le rayon & la circonference du quart de cercle, produit la difference, pareillement inconnuë, qui eſt entre l'aire du quart de cercle, & la ſuperficie cilindrique égale au quarré du rayon.

M. de la Hire a voulu voir ſi d'autres Lignes priſes dans quelque autre Section Conique, comme les Sinus le ſont dans le Cercle, & élevées de même ſelon leur ordre naturel ſur la circonference de cette Section, n'auroient pas auſſi la proprieté de compoſer une ſuperficie quarrable. Il nomme toûjours cette ſuperficie cilindrique, quoique la baſe n'en ſoit pas circulaire. Il a trouvé par des voïes fort faciles que cette proprieté du Cercle convient à toutes les Sections Coniques. Par exemple dans la Parabole la *Directrice* étant tirée, c'eſt-à-dire, une ligne perpendiculaire à l'Axe, & auſſi éloignée du ſommet que le ſommet l'eſt du foyer, toutes les lignes menées de cette Directrice au foyer, étant enſuite élevées perpendiculairement ſur la circonference de la Parabole aux points qui leur répondent; elles font une ſuperficie cilindrique éga-

le à un certain eſpace connu dans la Parabole.

Toutes les quatre ſections coniques ſe transforment aiſément les unes dans les autres, parce que ce n'eſt proprement qu'une même Courbe differemment modifiée. On peut, par exemple, les rappeller toutes à une même idée generale, en n'y conſiderant que les deux foyers. Ou ces foyers ſont renfermés ſous la même circonference, ou ils ne le ſont pas. S'ils ſont ſous la même circonference, ou ils ſont à une diſtance finie l'un de l'autre, & c'eſt une Ellipſe, ou l'un eſt à une diſtance infinie de l'autre, & c'eſt une Parabole, ou ils ſont infiniment proches & confondus en un, & c'eſt un Cercle. S'ils ne ſont pas renfermés tous deux ſous la même circonference, c'eſt une Hiperbole, ou pour parler plus préciſément, les deux Hiperboles oppoſées. Il eſt donc ſouvent facile de trouver par le moïen d'une de ces Courbes ce qui doit lui répondre dans l'autre. Si l'on veut, par exemple, trouver une ligne qui ſoit à l'Ellipſe ce qu'eſt la Directrice à la Parabole, on jugera que puiſque la Parabole a un de ſes foyers infiniment éloigné de l'autre, & que ſa Directrice qui ſe rapporte aux foyers eſt une ligne droite ou une circonference d'un Cercle infini, la Directrice de l'Ellipſe doit être un cercle fini, concentrique à l'Ellipſe, & auſſi éloigné du point qu'on prend pour ſommet, que ce ſommet l'eſt du foyer le plus proche. En effet, c'eſt par ce Cercle que M. de la Hire détermine dans l'Ellipſe les lignes qui forment la ſuperficie cilindrique qu'il cherche, de même qu'il avoit déterminé par la Directrice de la Parabole les lignes qui y font le même office. De l'Ellipſe à l'Hiperbole, le paſſage eſt aiſé.

Tour l'art de cette recherche conſiſte en general à trouver dans chaque Courbe une ſuite infinie de lignes droites, telles que chacune d'elles multipliée par l'arc infiniment petit de la Courbe correſpondant, faſſe un rectrange égal à l'Element de quelque eſpace connu dans la Courbe. Par-là M. de la Hire a beaucoup étendu ce qui, ſelon la vûë de M. Paſcal, n'appartenoit qu'au Cercle.

Les verités que l'on découvre les premieres ne sont jamais que de petits ruisseaux qui ont des sources éloignées & fécondes que l'on trouve en remontant toûjours.

SUR UN PROBLEME DE TRIGONOMETRIE SPHERIQUE.

LA Trigonometrie Spherique est fort differente de la Rectiligne. Par exemple, au lieu qu'un Triangle rectiligne ne peut avoir plus d'un angle droit, un Triangle spherique en peut avoir deux, & même trois. C'est ainsi que le Triangle spherique formé par l'Equateur, le Meridien, & l'Horison a deux angles droits dans la Sphere oblique, & trois dans la droite. La Trigonometrie spherique est plus compliquée que la rectiligne, & ses operations sont plus penibles, & c'est rendre un service aux Geometres que de ramener, autant qu'il est possible, la moins simple, à celle qui l'est davantage.

M. Ozanam l'a fait par la résolution de ce Problême, *Trouver par les Tables des Sinus la Declinaison d'un point donné de l'Ecliptique sans aucune connoissance de la Trigonometrie spherique, & par une seule Analogie.* Il est visible qu'un point de l'Ecliptique étant donné, sa distance au plus proche Equinoxe, qui est un arc de l'Ecliptique est donnée, on sçait d'ailleurs que l'angle de l'Ecliptique & de l'Equateur est de 23 degrés $\frac{1}{2}$, & la Declinaison que l'on cherche, qui est un arc d'un Cercle perpendiculaire à l'Equateur, est le côté opposé à cet angle. Voilà donc un triangle spherique qui a un angle droit dont l'hipotenuse est l'arc de l'Ecliptique déterminé & connu, & un angle aigu de 23 degrés $\frac{1}{2}$. Par-là M. Ozanam détermine en ne se servant que de lignes droites, que comme le sinus total, qui est la premiere mesure de toute Trigono-

metrie rectiligne, est au sinus de l'arc de l'Ecliptique, ainsi le sinus de l'angle de $23\frac{1}{2}$, est au sinus d'un arc qui sera la Declinaison cherchée. Une seule proportion fondée sur une Trigonometrie, qui n'est que rectiligne, résout donc ce Problême de Trigonometrie spherique.

De cette même resolution, M. Ozanam tire encore, & avec facilité, cette proposition fondamentale de la Trigonometrie spherique, que *dans tout triangle spherique les sinus des angles sont proportionnels aux sinus de leurs Bases*, au lieu que dans un triangle rectiligne ce sont les Bases mêmes qui sont proportionnelles aux sinus de leurs angles; mais c'est que dans un triangle spherique ces Bases, ou les Côtés sont des arcs de Cercles.

NOus renvoyons aux Memoires
Les regles de M. Rolle pour trouver les Rayons des Développées.

V. les M. p. 370.

CEtte année parut un Ouvrage posthume de M. le Marquis de l'Hôpital, qui avoit déja été promis dans l'Hist. de 1704 *, intitulé *Traité Analytique des Sections Coniques, & de leur usage pour la résolution des Equations dans les Problêmes, tant déterminés qu'indéterminés.* Comme le dessein de cet Ouvrage est absolument le même que celui d'un Livre de M. Guisnée, dont nous avons parlé dans l'Hist. de 1705. *, nous supposerons ici toutes les idées, & tous les principes que nous expliquâmes alors.

* p. 133. & 134.

* p. 98. & suiv.

Le Livre de M. le Marquis de l'Hôpital commence par un Traité des Sections Coniques, d'abord prises separément, ensuite comparées entre elles, & quoique par rapport à l'objet qu'il se propose, ce fût assés de les considerer dans le plan, il les considere aussi dans le solide, c'est-à-dire, dans le Cone où elles sont nées. Cette ma-

niere, si naturelle & si simple en apparence, de rechercher leurs proprietés dans leur premiere formation, est cependant la plus difficile & la plus compliquée, mais elle l'est devenuë infiniment moins, depuis que M. de l'Hôpital a trouvé, selon sa coutume, une route nouvelle dans cette Theorie. La matiere des Sections Coniques, toute usée qu'elle est, n'a pas laissé de se trouver encore susceptible entre ses mains de certains tours originaux, qui n'appartiennent qu'à un grand Maître; car sa mort nous donne une entiere liberté de parler de lui. Entre ces tours singuliers, & en quelque sorte hardis, on peut remarquer celui qu'il prend pour faire passer une Section Conique par 5 points donnés.

La nature des Sections Coniques, & sur tout la maniere de les décrire avec le moins de choses données qu'il soit possible, étant établie, on a en general tout ce qui est necessaire pour la construction des Equations indéterminées du 2[d] degré, & de toutes les Equations déterminées jusqu'au 4[me] degré inclusivement. Mais il reste de sçavoir en particulier appliquer telle Equation à telle Section. M. de l'Hôpital a executé tout ce que M. Guisnée avoit promis pour lui, ainsi que nous l'avons dit dans l'Hist. de 1705 *. Il a pris les Equations les plus composées qui pussent se rapporter aux trois Sections Coniques, ou plutôt aux quatre, car le cercle peut passer pour une espece d'Ellipse, & il a donné les caracteres infaillibles ausquels on reconnoît qu'une telle Equation se rapporte à une telle Section. Quelques-uns des caracteres sont fort differens de ceux qui feroient reconnoître ou les Equations simples que M. Guisnée a considerées seules, & ausquelles il a réduit les autres, ou quelquefois seulement les Equations composées. Il est vrai que M. de l'Hôpital n'a démontré en rigueur & *à priori*, ni que les Equations composées qu'il donne soient les plus composées qu'il se puisse, ni que les caracteres qu'il assigne naissent necessairement de la nature des Sections; il a voulu apparemment épargner à ses Lecteurs une discussion trop étenduë

* p. 108.

étenduë, & trop épineuse ; mais outre qu'on apperçoit déja suffisamment quelques-uns de ses principes, ceux qui voudront s'en assurer pleinement retrouveront sans doute les mêmes sources où il a puisé.

Quand on a donc une Equation indéterminée du 2d degré, il faut d'abord reconnoître à quelle section elle appartient, ensuite la comparer à l'Equation generale de M. de l'Hôpital, selon la maniere qu'il enseigne, & l'on décrit infailliblement & sans peine la Courbe ou la portion de Courbe necessaire pour la construction de l'Equation proposée. C'est-là une espece de faveur qu'il fait à tous les Geometres, à qui il sauve entierement sur ce point le travail de l'invention & de la recherche, & qui n'ont plus qu'à operer.

Mais il y a eu un autre point préliminaire, sur quoi on ne leur peut rien sauver, c'est de trouver par les conditions du Problême proposé l'Equation que l'on construira ensuite. Arriver à cette Equation par la voïe la plus courte & la plus simple, exprimer de la maniere la plus naturelle les conditions du Problême, & les remplir, pour ainsi dire, à moins de frais, c'est un pur effet du genie & de l'industrie particuliere du Geometre. Les Regles ne vont point jusque-là, & tout ce qu'a pû faire M. de l'Hôpital, a été d'en donner dans son Livre un grand nombre d'exemples, que personne n'étoit plus capable de donner. Il les a choisis entre les Problêmes ou les plus difficiles, ou les plus utiles, ou les plus fameux, & par tout il a fait briller l'Art qui lui étoit particulier, & a communiqué ses secrets autant qu'il le pouvoit.

La methode de construire une Equation déterminée, est de la changer en deux indéterminées chacune d'un degré inferieur, & telles que les intersections de leurs Lieux ou des Courbes ausquelles elles se rapportent donnent les Racines de l'Equation déterminée. Il faut que les deux indéterminées puissent toûjours rendre la déterminée, quand on fera évanoüir une des inconnuës, & de plus que les deux indéterminées soient les plus simples,

ou se rapportent à des Courbes les plus simples qu'il soit possible.

Pour construire une Equation déterminée du 3me ou du 4me degré, les deux Equations indéterminées ou les deux Lieux les plus simples que l'on puisse emploïer sont tous deux du 2^{d} degré. Pour une Equation déterminée du 5me & 6me degré, ces Lieux sont l'un du 2^{d}, l'autre du 3me. Pour le 7me, 8me, & 9me degré, ils sont tous deux du 3me. Pour le 10me, 11me, & 12me degré, ils sont l'un du 3me, l'autre du 4me degré. Pour le 13me, 14me, 15me, & 16me degré, ils sont tous deux du 4me. Pour le 17me, 18me, 19me, & 20me, ils sont l'un du 4me, l'autre du 5me. Pour le 21me, 22me, 23me, 24me, & 25me, ils sont tous deux du 5me, &c. Tout cela n'est prouvé que par induction; mais comme il seroit & curieux & utile d'avoir une Regle par laquelle on trouvât d'abord le degré des deux Lieux les plus simples qui puissent construire une Equation déterminée quelconque, M. de l'Hôpital a fait cette observation sur la progression des nombres que nous venons de marquer. Toute Equation déterminée dont le degré est un nombre quarré se construit par deux Lieux d'un degré égal à la racine. Depuis ce quarré jusqu'au quarré prochain & superieur, les Equations dont le degré est quelqu'un des nombres moïens se partagent en deux especes par rapport à la construction. Les unes se construisent par deux Lieux, dont l'un est égal à la racine du moindre quarré, l'autre à celle du plus grand, & les autres Equations se construisent par deux Lieux égaux à la racine du plus grand. Les premieres sont celles dont le degré est depuis le moindre quarré jusqu'au nombre égal à ce quarré plus sa racine, les secondes sont celles dont le degré est depuis ce nombre jusqu'au plus grand quarré. On vient d'en voir des Exemples, & delà il est aisé de tirer une Regle de pratique. Comme les intervalles entre les quarrés consecutifs vont toûjours en augmentant, il suit que plus le degré des Equations déterminées est élevé, plus il y a un grand nombre d'Equations plus élevées les unes que les autres,

qui se construisent par des Lieux du même degré. Ces rapports de certaines suites de Nombres à certaines choses ne sont pas des hazards, & il seroit fort curieux, mais peut-être quelquefois fort difficile, d'en découvrir la premiere & la veritable cause.

En donnant des exemples de constructions de differens degrés, M. de l'Hôpital ne manque pas les occasions plus particulieres d'instruire qui peuvent se presenter ; tantôt il enseigne à emploïer de certains tours d'adresse, qui facilitent les operations, tantôt il fait voir en quoi quelques Regles ordinaires ou qui viennent des plus grands Maîtres peuvent être défectueuses, & en general il rassemble tout ce qu'on a sçû jusqu'ici sur cette matiere, ou mêlé avec tout ce qu'il avoit pû y découvrir, ou rectifié par ses vûës, mais de tout cela nous ne pouvons entreprendre d'en donner aucune idée ; ces sortes de choses sont, pour ainsi dire, trop attachées au lieu qui les contient.

Seulement nous dirons un mot du morceau qui finit tout le Livre, c'est une Methode generale pour la division d'un arc de cercle quelconque en un nombre impair de parties égales, ou, ce qui revient presque au même, pour l'inscription d'un Poligone regulier quelconque dans le cercle. Ces Problêmes produisent necessairement des Equations déterminées d'un degré d'autant plus élevé que l'arc circulaire doit être divisé en un plus grand nombre de parties, ou que le Poligone a plus de côtés.

Nous avons parlé dans l'Hist. de 1702 *. de la Methode que trouva feu M. Bernoulli, aprés celles de M. son frere, pour la Section indéfinie des Arcs circulaires ; elle consistoit en une Progression des Cordes correspondantes, fort subtilement trouvée, & c'est en effet à des Progressions ou Series que doivent toûjours aboutir les résolutions de ces sortes de Problêmes, quand on veut qu'elles soient generales. M. de l'Hôpital a trouvé une Progression toute nouvelle, démontrée en toute rigueur, qui marche toûjours d'un pas égal, & ne laisse aucun vuide

* p. 58. & suiv.

qu'il faille remplir sur la foi des termes connus, comme il arrive quelquefois. Elle lui produit même,& des Theorêmes entierement nouveaux sur le Cercle, quoique si manié & depuis si long-temps, & des réflexions fines sur certaines suites de Nombres, & principalement sur les Nombres *figurés*, ce qui peut être tres-utile dans la Theorie des Combinaisons.

Des Progressions ou Series qui sont un peu composées demandent naturellement des Tables qui les representent, & où l'on ira chercher le terme dont on aura besoin, par exemple, la premiere des 5 Cordes qui couperont en 5 parties égales un arc donné. Mais comme on peut n'avoir pas cette Table toute faite, M. de l'Hôpital donne une Equation generale par laquelle on trouvera tout d'un coup le Terme que l'on voudra. Il va même jusqu'à donner la construction d'un Instrument, qui executera telle division d'arc que l'on voudra en un nombre impair de parties, & c'est-là tout ce qu'on peut jamais desirer en cette matiere.

A la Methode de la Section indéfinie d'un arc circulaire, dont la Trisection de l'angle, cherchée par les Anciens, n'est que le cas le plus simple, M. de l'Hôpital joint la Methode de trouver tant de moïennes proportionnelles qu'on voudra entre deux grandeurs données, autre Problême, dont le cas le plus simple est la Duplication du Cube, cherchée aussi par les Anciens. Il en donne la résolution geometrique, & en même-temps un Instrument qui executera geometriquement tout ce qu'on voudra.

C'est par-là que finit l'Ouvrage. Il y manque la Theorie des Courbes Mechaniques, que nous avions annoncée dans l'Hist. de 1704*, elle entroit dans son dessein, mais il ne l'avoit pas encore faite quand il est mort. Ce qu'il n'a pû donner au Public est une perte presque entierement irréparable.

* p. 133.& 134.

En general le plan de ce Livre est celui de la Geometrie de M. Descartes, mais beaucoup plus étendu & plus

complet. M. Descartes s'étoit contenté d'énoncer simplement ses vûës, & d'une maniere si succincte, qu'il a eu besoin de Commentateurs. M. de l'Hôpital les rend tous inutiles, & il va beaucoup plus loin qu'eux. Il falloit à M. Descartes un tel Interprete, ou plutôt un tel successeur de son genie.

ASTRONOMIE.

SUR LA SECONDE INEGALITE' DES SATELLITES DE JUPITER.

LEs observations des Satellites de Jupiter faites par l'Academie depuis l'an 1670. jusqu'en 1675, découvrirent dans leurs mouvemens une inégalité que l'on n'y connoissoit pas encore. On voyoit quelquefois le premier Satellite, par exemple, sortir de l'ombre de Jupiter plus tard qu'il n'auroit dû faire selon le calcul des Tables, qui d'ailleurs répondoit assés juste aux observations, & quelquefois il en sortoit précisément dans le temps prescrit par le calcul. Cette inégalité n'étoit point assés legere pour être attribuée à de petites erreurs qui se glissent toûjours dans les operations les plus exactes, elle alloit dans son plus grand excés jusqu'à 14.'

V. les M. p. 25.

M. Cassini, & M. Roëmer, alors membre de l'Academie, l'ayant examinée de prés, trouverent qu'elle se rapportoit aux differentes distances de Jupiter à la Terre, ou, ce qui revient au même, à ses diverses configurations avec le Soleil, qu'immediatement aprés une opposition de Jupiter au Soleil, qui est le temps où Jupiter est le plus proche de nous, le premier Satellite sortoit de l'ombre de Jupiter dans le temps marqué par les Tables, qu'en-

ſuite il en ſortoit toujours plus tard, juſqu'à ce qu'enfin il en ſortit 14′ plus tard, proche la conjonction de Jupiter au Soleil, qui eſt le temps où Jupiter eſt le plus éloigné de nous, & où il l'eſt plus que dans l'oppoſition de toute l'étenduë du diametre de l'Orbe annuel décrit par la Terre autour du Soleil. Comme cette inégalité du mouvement du Satellite sembloit dépendre de ce que Jupiter & lui ſont vûs de la Terre & non du Soleil, on l'appella *ſeconde* inégalité, ſelon les principes établis dans l'Hiſt. de 1704.*.

* p. 70.

Une conjecture fort ingenieuſe ſur la cauſe de cette inégalité ſe preſenta d'abord aux deux Aſtronomes. Ils conçûrent que le mouvement de la Lumiere n'étoit pas *inſtantanée*, comme l'avoient crû juſque-là tous les Philoſophes, mais qu'elle emploïoit quelque temps à ſe répandre, que cela ſuppoſé, ſi le Satellite ſortoit plus tard de l'ombre quand nous étions plus éloignés de lui, ce n'étoit pas qu'il en ſortît effectivement plus tard, mais que ſa lumiere avoit été plus de temps à venir juſqu'à nous, parce que, pour ainſi dire, nous avions fui devant elle.

M. Caſſini propoſa cette penſée dans un Ecrit qu'il publia au mois d'Aouſt 1674, pour annoncer aux Aſtronomes la ſeconde inégalité qu'il avoit découverte dans les Satellites de Jupiter. Il leur prédiſoit pour les en aſſurer qu'elle ſeroit cauſe qu'une Emerſion du premier Satellite qui devoit arriver le 16 Novembre ſuivant, arriveroit 10′ plus tard qu'elle n'étoit calculée.

Mais M. de Caſſini ne demeura pas long-temps dans la penſée que la propagation ſucceſſive de la Lumiere produiſiſt cette ſeconde inégalité, & au contraire M. Roëmer s'attacha à cette hypothêſe, & la ſoûtint avec tant de force & de ſubtilité qu'il ſe la rendit propre, & qu'un grand nombre d'habiles Philoſophes l'ont priſe de lui.

Elle étoit digne en effet d'inſpirer à un Homme d'un grand eſprit une eſpece de paſſion. Pourquoi la Lumiere pourroit-elle traverſer un eſpace en un inſtant, plutôt qu'un Bloc de marbre? Le mouvement du corps le plus

subtil ne peut être que plus prompt que celui du corps le plus pesant & le plus massif, mais il ne peut pas plus être instantanée. Un préjugé trop favorable aux Cieux & aux Corps celestes leur a fait donner bien des prérogatives qu'ils commencent à perdre. On les avoit crus incapables d'alteration, on en est presentement desabusée par l'experience, mais si on avoit bien raisonné, ç'auroit été de tout temps un grand préjugé contre eux, que les changemens des Corps sublunaires. Les mêmes Loix de la Nature ont cours par tout, & les Cieux ne doivent nullement être privilegiés. Si l'on veut que le mouvement de la Lumiere ne soit pas un changement réel de lieu, un transport effectif, mais une simple pression de quelque matiere subtile, une ondulation, le Son n'en est qu'une non plus, & il ne se répand pas en un instant. De plus les 14 Minutes que la Lumiere doit emploïer à traverser l'Orbe annuel, c'est-à-dire à parcourir *66* millions de lieuës, donnent une facilité agréable à faire des calculs sur ce mouvement, à lui comparer celui du Son, à fonder des speculations élevées & subtiles, & tout cela persuade en faveur de l'hypothêse.

Cependant M. Maraldi la combat presentement, & d'une maniere assés forte. Il prouve que tout ne s'y accorde pas, & c'est assés, car une hypothêse est obligée de répondre à tout.

Il est vrai que d'une opposition de Jupiter à une conjonction, ou d'une conjonction à une opposition les Eclipses du premier Satellite varient selon que le demanderoit le mouvement successif de la Lumiere. Il est vrai de plus qu'entre ces deux termes, c'est-à-dire, vers les quadratures de Jupiter avec le Soleil, la variation des Eclipses du Satellite est la moitié de la variation totale, de même que la variation de la distance de Jupiter à la Terre est alors la moitié de la variation totale de cette même distance depuis une opposition jusqu'à une conjonction.

Mais il faudroit encore que du Perihelie à l'Aphelie de Jupiter ou reciproquement, il y eût une variation dans

les Eclipses du Satellite: car du Perihelie à l'Aphelie de Jupiter la variation de sa distance à l'égard du Soleil, est le quart du diametre de l'Orbe annuel de la Terre, & si la lumiere traverse cet Orbe en 14', elle parcour le quart de son diametre en 4' à peu prés, qui sont une quantité assés sensible pour l'Astronomie d'aujourd'hui. Il s'ensuit donc que si l'on a plusieurs observations des Eclipses du Satellite pendant l'opposition de Jupiter, mais que dans les unes Jupiter ait été à son Perihelie, & dans les autres à son Aphelie, elles doivent donner une variation sensible dans les Eclipses du Satellite; mais M. Maraldi, qui a un grand nombre d'observations entre les mains, prouve que cette variation ne s'y rencontre jamais, & que l'on gâteroit les Tables si l'on y vouloit introduire à cet égard la consideration du Perihelie & de l'Aphelie de Jupiter.

Il faudroit de plus dans l'hypothêse du mouvement successif de la lumiere, que la seconde inégalité du premier Satellite lui fût commune avec les trois autres; les differences de leurs distances à la Terre ne sont rien, ni par rapport à l'énorme distance où ils en sont tous, ni par rapport à la prodigieuse rapidité qu'on est obligé d'attribuer à la lumiere. Mais M. Maraldi fait encore voir que les trois Satellites les plus élevés ont, à la verité, des secondes inégalités, aussi-bien que le premier, mais fort differentes, & beaucoup plus grandes, au lieu qu'elles devroient être égales à la sienne.

Il paroît donc qu'il faut renoncer, quoique peut-être avec regret, à l'ingenieuse & séduisante hypothêse de la propagation successive de la lumiere, ou du moins à l'unique preuve certaine que l'on crût en avoir, car une preuve manquée ne rend pas une chose impossible. Il est vrai que si la lumiere traverse *66* millions de lieuës sans y emploïer le moindre temps dont nous puissions nous appercevoir, il y a sujet de craindre qu'elle ne se répande en un instant, il faudroit qu'elle eut une vîtesse au-delà de toute vrai-semblance. A quoi tient-il que nous ne tombions dans de grandes erreurs? Si Jupiter n'eût eu qu'un Satellite,

Satellite, & si son excentricité à l'égard du Soleil eût été moindre, & ces deux choses-là étoient fort possibles, nous nous serions tenus sûrs que la lumiere traversoit en 14′ l'Orbe annuel de la Terre.

SUR L'ECLIPSE DE LUNE

DU DIX-SEPT AVRIL.

L'Eclipse de Lune du 17 Avril ne fut observée que fort imparfaitement par les Astronomes de l'Academie; des nuages qui passoient presque à chaque moment devant la Lune leur déroberent un grand nombre de Phases, & leur rendirent douteuses la plûpart de celles qu'ils leur laisserent appercevoir.

V. les M. p. 168. 172. 555.

Mrs Cassini & Maraldi virent au travers des nuages le bord oriental de la Lune déja un peu éclipsé à 11^h 57′ du 16 Avril, & Mrs de la Hire observerent pour premiere phase 3 doits 36′ éclipsés à 0^h 11′ du 17. Ces deux observations s'accordent à donner le commencement de l'Eclipse beaucoup plutôt que 0^h 5′ du 17, temps auquel il avoit été marqué par la *Connoissance des Temps*. Elle s'est trop écartée du Ciel sur ce point, & l'Academie ne fait point de difficulté de l'avoüer. Les calculs, quoique longs & penibles, ont été refaits tout de nouveau par ceux même qui ne les avoient pas faits en premier lieu, & qui n'y avoient nul interest personnel; on n'a pû y découvrir d'erreur. Il se peut que les irrégularités de la Lune, qui en a plus qu'aucune autre Planette, ne soient pas encore toutes connuës, ou ne le soient pas parfaitement.

C'est dans les observations difficiles que les Astronomes ont lieu de faire paroître plus d'industrie. M. de la Hire avoit deux observations sûres, éloignées l'une de l'autre de 23′, & entre ces deux il en avoit 8 de douteuses. Il fit réflexion que cette Eclipse étoit centrale à tres-peu de chose prés, c'est-à-dire, que le centre de la Lune

passoit par celui de l'ombre, & qu'en vertu de ce passage direct & perpendiculaire, l'ombre devoit marcher d'un pas égal sur le corps de la Lune, & y couvrir ou y laisser découvertes des parties égales en des temps égaux. Comme il avoit 8 observations douteuses entre 2 sûres, il partagea en 10 intervalles des temps égaux les 23 Minutes qui étoient l'intervalle des deux bonnes observations, & par là il trouva les 10 parties égales correspondantes du diametre de la Lune, où l'ombre devoit s'être trouvée successivement. En comparant à ces phases certaines celles qu'il avoit par ses observations douteuses, ou celles qu'elles lui donnoient, il vit à quoi pouvoit monter l'erreur, & jusqu'où il pouvoit se fier à des operations faites dans cette espece de desordre. D'un autre côté M[rs] Cassini & Maraldi suppléerent aux observations qui leur manquoient par celles qui leur vinrent de divers endroits. Par exemple, ils avoient observé avec sûreté le commencement de l'Emersion, M. le Marquis Salvago leur envoïa de Gennes le moment de l'Immersion totale, & par la difference connuë des Meridens de Paris & de Gennes, ils eurent ce moment pour Paris. Ils eurent donc le temps de la demeure entiere de la Lune dans l'ombre, & ils le trouverent de 1 h 47′ 50″, & se rencontrerent dans la même Minute avec la *Connoissance des Temps*, qui le donne de 1^h 47′ 8″. Son erreur ne consiste donc qu'à avoir retardé l'Eclipse.

Si l'on se souvient de ce qui a esté dit dans l'Hist. de 1704 * sur les differentes refractions de l'Atmosphere, & sur les changemens qu'elles peuvent causer dans l'ombre de la Terre, on ne sera étonné, ni que pendant l'obscurité totale la Lune ait toûjours été fort rouge, ni que vers le centre de l'ombre on y ait vû une espece de Tache plus noire, ni que cette Tache ait paru changer de figure & de place, ainsi que l'a observé M. de la Hire.

* p. 50. & suiv.

Le même P. Boutin Missionnaire Jesuite, qui, comme nous l'avons dit dans l'Hist. de 1706 *, avoit observé au Port de Paix dans l'Isle de S. Domingue l'Eclipse de Lune

* p. 113. & 114.

du 28 Avril 1706, obſerva celle-ci dans le même lieu. Par ſon obſervation de la premiere Eclipſe l'Iſle de S. Domingue, & par conſequent toute l'Amerique étoit de 6 degrés, c'eſt-à-dire, de 150 lieuës à peu prés plus occidentale qu'elle ne l'eſt par les meilleures Cartes que nous aïons euës juſqu'à preſent ; mais par l'obſervation de la ſeconde Eclipſe, cette grande difference diminuë, & l'Amerique n'eſt plus que de 2 degrés & demi plus occidentale qu'on ne croïoit. Les obſervations de l'une ni de l'autre Eclipſe n'ont été faites avec tous les Inſtrumens neceſſaires, mais il paroît que ce ſont celles de la premiere dont on peut le plus ſe défier.

SUR LA DERNIERE CONJONCTION ECLIPTIQUE DE MERCURE AVEC LE SOLEIL

Et en general ſur la Planete de Mercure.

Nous avons dit dans l'Hiſt. de 1706.* que Mercure eſt aſſés difficile à voir, tant parce qu'il eſt fort petit, que parce qu'il eſt toûjours fort proche du Soleil, & par-là ſon mouvement doit être difficile à déterminer, mais il l'eſt encore par deux autres raiſons. Cette Planete va fort vîte, & ſon Orbe eſt fort excentrique au Soleil, ce qui rend ſon mouvement fort inégal dans de petits intervalles de temps.

V. les M. p. 175. 198. 200. & 359.
* p. 106. & ſuiv.

Les Conjonctions *écliptiques* de Mercure avec le Soleil, c'eſt-à-dire, celles où il paſſe devant le Soleil, & en éclipſe une petite partie, doivent donc être fort importantes, puiſque de tous les points de ſon cours ce ſont les plus propres à des déterminations exactes & préciſes. Depuis qu'il y a des Aſtronomes, on n'a encore que 6 de ces Conjonctions, toutes 6 dans le Siécle paſſé.

La plûpart des Tables Aſtronomiques en promettoient

une ſeptiéme le 5 May de cette année, & qui devoit être viſible à Paris. Par les Tables Rudolphines, Mercure devoit entrer dans le Soleil à 5h 15′ du matin, & n'en ſortir qu'à midi & demi. Par les Tables de M. de la Hire, Mercure ne devoit entrer dans le Soleil que vers les 4h du ſoir, & par conſequent il n'y avoit qu'environ la moitié de ſon paſſage qui dût être viſible ſur nôtre Horizon.

D'un autre côté, M. Halley, habile Aſtronome Anglois, & qui a obſervé dans l'Iſle de Sainte Helene en 1677 la quatriéme conjonction écliptique de Mercure, avoit trouvé par ſon calcul qu'il ne devoit entrer dans le Soleil qu'à 8h 15′ du ſoir à Paris, & qu'il en devoit ſortir à 4h 15′ du matin, c'eſt-à-dire, que la conjonction dans toute ſa durée devoit nous être inviſible. Il ne faut point être étonné de voir de grands Aſtronomes s'accorder ſi peu ſur Mercure, c'eſt la moins connuë de toutes les Planetes.

L'évenement répondit au calcul de M. Halley, du moins en ce qu'il n'y eut point de conjonction, tant que le Soleil fut ſur l'Horizon de Paris le 5 May, car le temps permit aſſés d'obſerver, & l'on ne vit rien. M. Wrzelbaur a écrit depuis à l'Academie qu'il avoit auſſi obſervé le Soleil à Nuremberg tout ce jour-là, & le jour ſuivant, ſans rien appercevoir.

M. de la Hire le fils, étonné de voir manquer les Tables de M. ſon Pere pour Mercure, quoiqu'elles euſſent paru juſque-là ſi juſtes* fit pluſieurs obſervations de Mercure aſſés proches du Meridien aprés le 5 May, & trouva les Tables conformes. Il en avoit fait d'autres pareilles avant ce jour-là, auſquelles les Tables ſe rapportoient auſſi fort exactement. Si l'on ſuppoſe, comme il y a beaucoup d'apparence, que la conjonction ſoit arrivée ſelon le calcul de M. Halley, il y aura environ 4 heures de difference entre ce calcul & celui de M. de la Hire, & pour produire ces quatre heures, il ne faut dans l'endroit de ſon Orbe où Mercure étoit alors, que 6 ou 7′ de degré dans ſa poſition de plus ou de moins, ce qui eſt une quantité

* V. l'Hiſt. de 1706. à l'endroit cité ci-deſſus.

peu considerable pour cette Planette, & peut-être une erreur causée par quelque irrégularité de son mouvement. Si la Lune même peut avoir des inégalités que nous ne connoissons pas encore, ainsi que nous l'avons dit ci-dessus*, à plus forte raison sera-t-il permis à Mercure d'en avoir.

p. 81.

A cette occasion M. Cassini fit de nouvelles recherches sur Mercure. Il faut d'abord établir son moïen mouvement. Pour cela on ne sçauroit avoir des observations de Mercure dans les mêmes points de son cours, faites dans des temps trop éloignés. Nous en avons dit les raisons dans l'Hist. de 1703* en parlant du Soleil, & elles s'appliquent à toutes les autres Planettes. Leurs révolutions vraïes ou apparentes sont inégales entre elles, & elles se réduisent à l'égalité avec d'autant moins d'erreur, que l'on en confond ensemble, pour ainsi dire, un plus grand nombre, car on en est plus sûr que toutes les irrégularités possibles, combinées de toutes les manieres, y sont comprises. Mais à l'égard de Mercure les observations les plus anciennes rapportées par Ptolomée sont fort grossieres, & fort incertaines. On connoissoit même si peu le mouvement de Mercure, aussi bien que celui de Venus, que quelques Astronomes ne croyoient pas que ces Planettes eussent une partie de leurs Orbites entre le Soleil & la Terre, & que Ptolomée, tout habile qu'il étoit, crut du moins qu'elles ne pouvoient passer directement sous le Soleil, parce qu'en effet on n'en avoit aucune observation. Dans les Siécles qui suivirent celui de Ptolomée, on cultiva peu l'Astronomie, & Mercure fut moins observé qu'aucune autre Planette. On crut l'avoir vû dans le Soleil du temps de Charlemagne, quoique selon les hypothêses de Ptolomée, qui dominoient alors, ce phenomene fût impossible. Averroës au 12me Siécle fit la même observation. Kepler lui-même la fit aussi en 1607, & il en fut si transporté de joye & si glorieux qu'il la chanta en vers Latins. Mais quand quelques années aprés on eut inventé les Lunettes, quand on eut découvert dans le Soleil des Taches qui sont quelquefois si

* p. 86. & 87.

grandes qu'on les peut appercevoir à la vûë simple, enfin quand on se fut bien assuré que Mercure vû dans le Soleil, & par consequent dépoüillé d'un certain faux éclat, qui dans l'obscurité nous augmente tous les corps lumineux, seroit si petit qu'on ne pourroit absolument le voir sans Lunette, on reconnut que tout ce qu'on avoit pris jusque-là pour lui n'étoit que quelque grande Tache, & Kepler avoüa sa méprise en grand homme, & rectifia dans la suite le calcul qui l'avoit trompé. Il le rectifia si bien que ce fut lui qui annonça la conjonction qui devoit arriver le 7 Nov. 1631, la premiere des 6 du Siécle passé, observée par Gassendi, & si fameuse chés les Astronomes. La derniere des 6 arriva le 3 Nov. 1697, & fut observée par les Astronomes de l'Academie. Ce sont donc là les deux les plus éloignées sur lesquelles on puisse fonder la recherche du mouvement moïen de Mercure, & elles ne comprennent qu'un espace de 66 ans. Elles ne sont pas non plus entierement à souhait, en ce qu'elles n'ont pas eu leur milieu précisément au même point du Zodiaque, mais à 3 degrés l'une de l'autre; or il seroit à propos que les deux termes extrêmes, entre lesquels sont renfermées toutes les révolutions d'un Astre, fussent au même point du Zodiaque, afin qu'ils renfermassent un certain nombre de révolutions parfaites, mais une difference de 3 degrés est assés legere, & de plus M. Cassini répare ce défaut en comparant des conjonctions moins éloignées, où il se trouve heureusement de trop, ce qu'il y avoit dans celle-ci de trop peu. Ces deux conjonctions extrêmes sont avantageuses en ce qu'elles ont été toutes deux prés du même nœud, qui est l'ascendant, & en ce qu'elles comprennent 274 révolutions de Mercure. M. Cassini trouve enfin & par leur moïen & par celles qui sont arrivées entre deux, que le mouvement moïen journalier de cette Planette est de $4^{\circ}\ 5'\ 32''$, comme M. Boüillaud l'avoit trouvé, & comme M. de la Hire le donne dans ses Tables. Nous negligeons ici les *Tierces* & les *Quartes*, sur lesquelles les Astronomes peuvent disconve-

nir, ſans ceſſer de s'accorder fort exactement.

Les conjonctions de Mercure avec le Soleil ne pouvant arriver que fort prés d'un des nœuds de l'Orbite de Mercure avec l'Ecliptique, puiſque le centre du Soleil ne ſort point de l'Ecliptique, chaque conjonction eſt fort propre à la détermination du point du Zodiaque où étoit alors le nœud *, & differentes conjonctions donnent le changement qui eſt arrivé au lieu du nœud, ou le mouvement qu'il a fait pendant un certain temps, car on ſçait que les nœuds de toutes les Planettes ſont mobiles. M. Caſſini trouve que le mouvement de ceux de Mercure eſt de 1′ 26″ en un an. M. de la Hire dans ſes Tables lui donne une ſeconde de moins.

* V. l'Hiſt. de 1706. p. 95. & 96.

Quoique les conjonctions de Mercure ne ſoient pas fort favorables pour déterminer l'inclinaiſon de ſon Orbe ſur l'Ecliptique, car, ſelon ce qui a été dit à l'endroit cy-deſſus cité de l'Hiſt. de 1706, elles arrivent dans des points trop éloignés de la plus grande latitude qui donne cette inclinaiſon, M. Caſſini n'a pas laiſſé de s'en ſervir à ce tuſage. Par ſon calcul l'inclinaiſon de l'Orbite de Mercure eſt de 6° 40′, par les Tables Rudolphines de 6° 54′, par celles de M. de la Hire de 6° 52′.

Mercure ainſi que toutes les autres Planetes a ſon Orbe excentrique au Soleil. On obſerve que dans une révolution ſa plus grande digreſſion à l'égard du Soleil eſt plus ou moins grande que celle d'une autre révolution, & il eſt évident que deux plus grandes digreſſions les plus inégales que l'on ait obſervées donnent la plus grande variation de la diſtance de Mercure au Soleil, ou ſon excentricité. Elle eſt plus grande à proportion de l'Orbe, que celle d'aucune autre Planete. Il n'eſt pas ſi difficile de la déterminer pour Mercure, que de diſtribuer dans toutes les parties de ſon Orbe l'Equation qu'elle produit. Nous ſuppoſons toutes ces idées connuës par l'Hiſt. de 1704 *. La raiſon de cette difficulté, ſelon M. Caſſini, eſt que pour ſçavoir quel eſt le mouvement vrai qui répond à un certain arc de l'Orbe d'une Planete, il faut ſçavoir

* p. 65. & ſuiv.

précisement & sûrement la grandeur de cet arc ;or quand Mercure est vers ses plus grandes digressions, les arcs qu'on lui voit parcourir sont vûs de la Terre si obliquement, qu'il est aisé de se tromper sur leur grandeur, & quand il est dans ses conjonctions, les arcs qu'il parcourt sont, à la verité, vûs directement, mais le mouvement qui leur répond ne tire pas à consequence pour le reste de l'Orbe, à cause de la grande excentricité.

M. Cassini ayant établi les principes du calcul de Mercure, conclut que la conjonction a dû arriver la nuit entre le 5 & le 6 May, & que comme Mercure a passé fort prés du centre du Soleil, ce qui augmente la durée de la conjonction, elle a pû égaler à peu prés celle de la nuit qui étoit de 8 heures pour notre climat.

Si Mercure étoit vû du Soleil, & qu'on supposât son mouvement vrai égal au moïen, tel qu'on l'a établi, il ne seroit pas 8 heures,mais seulement 3 à parcourir un demi degré, c'est-à-dire, un espace égal au diametre apparent du Soleil. Mercure emploïe 8 heures à parcourir ce même espace, parce qu'il est vû de la Terre dont le mouvement se compliquant avec le sien en change beaucoup l'apparence. C'est la même chose pour toutes les Planetes, tant superieures qu'inferieures. L'apparence de leur mouvement est changé à tel point par celui de la Terre, que quelquefois elles paroissent n'avoir aucun mouvement, & c'est alors qu'on les appelle *Stationnaires*. Par-là on peut aisément comprendre que leur mouvement apparent soit extrêmement rallenti. Mercure dans ses conjonctions inferieures avec le Soleil, telle qu'étoit celle dont il a été question ici, est toûjours entre deux *Stations*, c'est-à-dire, entre deux points de son secours où il paroît n'avoir aucun mouvement.

SUR

SUR LES REFRACTIONS.

MOnsieur Cassini a continué de traiter avec le P. Laval la matiere des Refractions, qu'ils avoient commencée l'année précedente, ainsi que l'a dit l'Hist. de 1706*.

V. les M. p. 195.

Nous y avons remarqué que de ce que l'arc de la circonference de la Terre, compris depuis l'Observatoire du P. Laval, jusqu'au point de la Mer le plus éloigné qu'il pût appercevoir, varioit en apparence selon ses observations entre 13′½, & 15, M. Cassini avoit conclu que cet Observatoire étoit élevé sur la surface de la Mer de 175 pieds. Maintenant le Pere Laval a mesuré actuellement cette hauteur, & il ne l'a trouvée que de 144 pieds. Il y a plus. Par les dernieres observations du P. Laval, son horizon varie entre 11′ 46″, & 14′ 30″.

* p. 101. & suiv.

La connoissance assés exacte que l'on a du rayon de la Terre, & la hauteur de l'Observatoire du P. Laval actuellement mesurée, donnent sûrement l'arc de la circonference qui doit être apperçû de cette hauteur. M. Cassini le trouve de 13′ 14″. Les refractions élevent & par consequent rapprochent de la ligne horizontale qui passe par notre œil l'extrémité de cet arc, & en font paroître l'inclinaison moindre, ainsi toutes les variations qu'il a audessous de 13′ 14″ doivent être attribuées aux refractions, mais celles qu'il a au-dessus ne leur appartiennent point, car il seroit contre leur nature d'abaisser l'extrémité de l'horison. Voici quelle est, selon M. Cassini, la cause de cette seconde espece de variations. Quand on pointe la Lunette à l'extrémité de l'horizon de la Mer, on veut attraper l'endroit où la Mer paroît se joindre au Ciel. Or il y a des temps où une lisiere de la Mer d'une certaine étenduë fait la fonction de Miroir, & renvoïe à notre œil l'image du Ciel, de sorte qu'on croit voir le bord infe-

rieur du Ciel où il n'eſt pas, & que l'on pointe plus bas qu'il ne faudroit.

M. Caſſini dit que d'une hauteur 10 fois plus grande que l'Obſervatoire du P. Laval, il a obſervé pluſieurs fois que l'arc terminé à l'horizon de la Mer étoit de 42′ ſans aucune variation ſenſible, d'où il conclut que les variations ſont plus grandes dans les petites hauteurs, & peut-être ne ſubſiſtent plus dans les grandes. Cela ſemble contraire à ce qui a été dit dans l'Hiſt. de 1706. à l'endroit cité cy-deſſus, que la hauteur apparente des objets vûs ſur terre varie d'autant plus, qu'ils ſont plus éloignés, ou plus élevés, parce que les differentes couches de vapeurs que traverſent les rayons viſuels, en ſont plus differentes, & cauſent par conſequent de plus grandes refractions; mais cette contradiction peut-être levée.

Un quart de la circonference de la Terre, compris depuis un Obſervateur juſqu'à l'Horizon *rationel*, étant diviſé en 90 degrés égaux, à compter du point où eſt l'Obſervateur, il eſt clair que pour voir le 89me degré cet Obſervateur devroit être très-élevé, ou, ce qui eſt la même choſe, que la Tangente du 89me degré prolongée juſqu à ce quelle rencontrât une ligne tirée par le centre de la Terre, & par le point d'où l'on compte les degrés, ne la rencontreroit qu'à un point fort élevé. Mais enfin cette Tangente, quoique fort longue, ſeroit une ligne infinie. Pour voir le 90me degré, il faudroit que cette Tangente fût infinie, ou, ce qui eſt le même, que l'Obſervateur fut infiniment élevé. d'où il ſuit que dans l'étenduë du 89 au 90me degré les arcs apperçûs augmenteront peu, & que les hauteurs où il faudra s'élever pour les appercevoir augmenteront prodigieuſement, & qu'en general dans tout le quart de cercle les arcs augmenteront d'autant moins, & que par conſequent differens arcs ſeront d'autant plus aiſés à confondre, que les hauteurs ſeront plus grandes. Il ſe peut donc faire qu'à une hauteur de 1440 pieds, les differens arcs apparens cauſés par des refractions, même plus grandes qu'à de moindres hauteurs, ſe

confondent les uns avec les autres, & avec l'arc *veritable*, qui seroit apperçû dans un milieu uniforme. Il est évident que ce raisonnement ne peut avoir lieu pour les objets élevés ou éloignés vûs sur terre comme des Clochers.

Les refractions qui diminuënt l'arc terminé à l'horizon font le même effet, que si la Terre avoit une grande circonference, car en ce cas-là on n'en appercevoit d'une même hauteur qu'un arc d'un moindre nombre de degrés ou de minutes. Ceux qui voudroient trouver par cette voïe la grandeur de la circonference ou du rayon de la Terre, & qui n'observeroient pas de plus grands arcs que celui de l'horizon du P. Laval, s'exposeroient donc à faire toûjours le rayon de la Terre plus grand qu'il n'est, & leur erreur, selon la remarque de M. Cassini, pourroit presque aller à $\frac{1}{5}$, ce qui est très-considerable, parce qu'entre 11′ 46″, & 13′ 14″, qui est l'arc veritable, la difference est à peu près $\frac{1}{5}$ de la moindre grandeur. Si l'on observoit d'une plus grande hauteur, & que l'on eut un arc, par exemple de 42′, on ne seroit pas sujet au même inconvenient, mais il seroit très-difficile de s'assurer que l'on eut un arc de 42′ précisément, & la moindre erreur necessairement repetée un grand nombre de fois sur la circonference entiere iroit fort loin. Il est très-important d'avoir une espece de Balance, où l'on puisse peser les erreurs de differentes Methodes qui vont à une même fin. On sçait par-là quelle Methode est à préferer, quand on est le maître du choix, & quand on ne l'est pas, on sçait jusqu'où doit aller la confiance pour celle qu'on emploïe.

SUR LES TACHES

DES SATELLITES DE JUPITER,

V. les M. p. 289.

LEs Satellites de Jupiter, invisibles à la vûë simple, sont si petits même avec les plus excellentes Lunettes, que s'ils ont des Taches, c'est-à-dire, des parties moins propres à reflechir vivement la lumiere du Soleil, & plus obscures que le reste de leur globe, il est absolument impossible de les distinguer sur leur disque. Mais ce qui ne se voit pas immediatement peut être vû par des consequences necessaires que la raison fournit, & c'est ainsi que M[rs] Cassini & Maraldi ont vû des Taches dans les Satellites de Jupiter. Comme cette maniere de voir demande des yeux préparés, il faut auparavant avoir de c rtaines connoissances sur la Theorie de ces Satellites.

Un Satellite ne jette son ombre sur Jupiter que lorsqu'il est dans la partie inferieure de son Orbite, & en conjonction avec Jupiter à l'égard du Soleil, c'est-à-dire placé sur une ligne droite tirée du Soleil à Jupiter. Si dans le même temps la Terre est sur cette ligne entre le Soleil & Jupiter ce qui fait l'opposition de Jupiter au Soleil, il est manifeste que nous ne pouvons voir l'ombre du Satellite, puisqu'il nous la cache lui-même, & qu'elle est directement derriere lui. Si la Terre n'est plus sur cette ligne, nous pouvons voir en même temps & le Satellite & l'ombre qu'il jette sur Jupiter, & cela d'autant plus facilement, ou, ce qui revient au même, nous voyons le Satellite & son ombre d'autant plus séparés, que la Terre est plus loin de la ligne supposée. Et comme elle ne peut s'en éloigner plus que d'un quart de cercle, & qu'alors Jupiter est en quadrature avec le Soleil, c'est dans les quadratures de Jupiter qu'on voit le mieux & un Satellite & son ombre en même temps, & qu'on voit une plus grande distance entre le Satellite & son ombre sur Jupiter. On voit un Sa-

tellite hors de dessus le disque de Jupiter, & quelquefois assés éloigné, tandis que son ombre est sur ce disque. Alors le Satellite est veritablement en conjonction avec Jupiter, puisqu'il ne peut lui jetter son ombre, sans être entre lui & le Soleil, mais il n'est pas en conjonction avec Jupiter à notre égard, car puisque nous ne le voyons pas sur le disque de Jupiter, il n'est pas entre Jupiter & la Terre. Il y a un autre temps où il passe entre la Terre & Jupiter, mais alors il n'est pas veritablement & à l'égard du Soleil en conjonction avec Jupiter, aussi ne lui jette-t-il pas son ombre. On ne doit donc point voir l'ombre d'un Satellite sur Jupiter, tandis qu'il est en conjonction à notre égard, ou tandis que nous le voyons passer sur le disque de Jupiter, mais seulement avant ou aprés cette fausse conjonction, & dans le temps de la vraïe.

Toutes les Planettes principales tournent autour du Soleil, & les Subalternes autour des Principales & le Soleil autour de lui-même d'Occident en Orient. C'est le mouvement universel & unique de notre Tourbillon. Mais à moins que nous ne soyons au centre d'un mouvement circulaire, ou à moins que nous n'ayons nous-mêmes un mouvement circulaire que nous attribuons au Corps qui en est le centre, il ne nous paroît pas toûjours que ces mouvemens se fassent dans le sens qu'ils se font réellement. Nous voyons toûjours le Soleil & la Lune aller d'Occident en Orient, parce que l'un est le centre de notre mouvement, & que nous sommes au centre du mouvement de l'autre. Mais un Satellite de Jupiter, qui réellement & à l'égard de Jupiter va toûjours d'Occident en Orient, ne nous paroît avoir cette direction que dans la moitié superieure de son Orbe, & nous lui en voyons une contraire dans l'inferieure. De même les Taches du Soleil nous paroissent toûjours aller sur son disque d'Orient en Occident, parce que nous ne voyons que la moitié inferieure de la révolution du Soleil sur son axe. Cette même raison s'étend aux Retrogradations & aux Stations des Planettes. Cela supposé.

Quand la Terre a passé entre Jupiter & le Soleil, comme elle fait sa révolution en moins de temps que Jupiter, elle avance vers l'Orient plus que lui, & le laisse derriere elle à l'Occident. D'un autre côté les Satellites vûs de la Terre dans la moitié inferieure de leur Orbe, tournent autour de Jupiter d'Orient en Occident. De là il arrive qu'aprés que la Terre a passé entre Jupiter & le Soleil, la fausse conjonction d'un Satellite précede la vraie, c'est-à-dire, que la Terre, plus orientale que Jupiter, voit un Satellite qui va d'Orient en Occident, passer entre elle & Jupiter, avant qu'il passe entre le Soleil & Jupiter, & par consequent elle ne verra l'ombre du Satellite sur Jupiter qu'aprés qu'elle aura vû passer sur Jupiter le Satellite même, &, ce qui revient au même, l'ombre sera orientale à l'égard du Satellite. Ce seroit le contraire, si au lieu de considerer la Terre qui a passé entre Jupiter & le Soleil, on la consideroit qui s'achemine pour y passer.

Lorsque les Satellites sont en conjonction avec Jupiter à notre égard, nous ne les voyons point sur le disque de cet Astre, si ce n'est quelquefois vers les bords, lorsqu'ils entrent dans Jupiter, ou qu'ils en sortent. Les parties de Jupiter, qui sont vers ses bords, vûës plus obliquement, & par conseqnent avec moins d'éclat, & dans une espece de penombre, peuvent laisser appercevoir les Satellites; hors delà l'éclat est trop grand.

Par la même raison de l'obliquité des bords, quand les Taches du disque de Jupiter y sont arrivées par la révolution de cette Planette autour de son axe, elles paroissent diminuer de grandeur & de vitesse.

Ces connoissances supposées, il sera facile d'entendre comment on a découvert des Taches dans les Satellites de Jupiter. Le 26. Mars à 6^h $50'$ du soir, M. Maraldi apperçut dans Jupiter une Tache qu'il n'y connoissoit point. Elle avoit déja passé le milieu du disque, & quand elle approcha du bord occidental, ni sa grandeur, ni sa vitesse apparentes ne diminuerent, ce qui fit d'abord juger qu'elle n'étoit pas inherente au corps de Jupiter. De plus,

son mouvement étoit beaucoup plus lent qu'il n'auroit dû être par la révolution de Jupiter sur son axe en 10 h. Elle étoit ronde & noire, comme sont les ombres que les Satellites jettent sur Jupiter, mais des 4 Satellites les 3 les plus proches de Jupiter étoient trop éloignées de la conjonction, & pour le 4me, il est vrai qu'il étoit alors en conjonction à notre égard, & qu'il passoit sur le disque de Jupiter; mais par cette raison même son ombre n'y étoit pas, selon le calcul astronomique, elle ne devoit être à l'endroit où étoit la Tache que 7 heures plus tard. Il falloit donc que cette Tache fût une partie plus obscure du 4me Satellite lui-même qui parcouroit le disque de Jupiter. En effet, la situation, le mouvement, tout convenoit, & peu de temps aprés que la Tache fut sortie du disque de Jupiter, on vit le Satellite qui en étoit sorti aussi par le même endroit, & dont jusque-là la partie lumineuse avoit été invisible. Delà M. Maraldi conjectura que la Tache & la partie claire plus orientale que la Tache, faisoient le diametre entier du Satellite, & le temps que le tout emploïa à sortir de Jupiter est assés exactement celui que doit emploïer ce diametre, dont la grandeur est connuë d'ailleurs.

Par une observation & des raisonnemens semblables, M. Maraldi reconnut aussi une Tache dans le 3me Satellite le 4 Avril au soir. M. Cassini en avoit découvert ou soupçonné dans tous les 4 en divers autres temps.

La conformité de nature que les Satellites doivent avoir avec toutes les autres Planettes, semble prouver suffisamment que les parties de la superficie de leurs globes sont moins propres les unes que les autres à reflechir vivement la lumiere, cependant il est bon de s'en assurer encore plus précisément, & il est du moins très-agréable de pouvoir porter si loin la subtilité de l'observation. Encore une preuve des Taches des Satellites, c'est que leurs grandeurs apparentes varient beaucoup, indépendamment de leurs differens éloignemens, soit à l'égard du Soleil, ou de Jupiter, ou de la Terre. Elles varient à tel

point, que le 4me Satellite qui est ordinairement le plus petit de tous, paroît quelquefois le plus gros, & que le 3me qui est ordinairement le plus gros, est quelquefois le plus petit. Il en va de même des 2 autres. Tout cela ne peut s'expliquer plus naturellement, qu'en leur donnant de grandes Taches, qui selon qu'elles sont ou entierement ou en partie tournées vers la Terre, diminuënt plus ou moins l'apparence de leur grandeur, & laissent paroître cette grandeur telle qu'elle est, lorsqu'elles sont tout à fait dans l'hemisphere caché à nos yeux. Il y a plus. Quelquefois quand on voit en même temps un Satellite à quelque distance de Jupiter, & son ombre sur Jupiter, on voit l'ombre plus grande que le Satellite, quoiqu'elle soit certainement beaucoup plus petite, & d'une figure conique. Mais c'est qu'alors le Satellite fait ombre par son globe entier, & n'est vû que par la partie claire de ce globe.

Il seroit bien hardi de vouloir déterminer présentement si ces Taches sont fixes comme celle de la Lune, ou passageres comme celles de Jupiter & de Mars, & M. Cassini ne l'entreprend pas. Si elles sont fixes, il est clair que puisqu'on ne les voit pas toûjours lorsqu'un même Satellite passe devant Jupiter, les Satellites tourneront sur leurs axes, & qu'il faudra un grand nombre de leurs conjonctions avec Jupiter pour s'assurer qu'une Tache soit la même, & pour prédire ses retours qui dépendront de la composition de leur mouvement autour de Jupiter, & de leurs révolutions sur leurs propres axes. Si elles sont passageres, il faudra encore une plus longue suite d'observations pour s'assurer qu'aucune periode ne les ramene.

M. Cassini donne un exemple du péril qu'il y a à ces sortes de déterminaisons trop précipitées. Le 5me Satellite de Saturne, dont nous avons dit dans l'Hist. de 1705*. qu'il devenoit toûjours invisible dans la moitié Orientale du Cercle qu'il decrit autour de Saturne, a commencé au mois de Sept. 1705. à y être visible, aussi-bien que dans

* p. 121.

la

la moitié Occidentale où il l'avoit toûjours été. Par-là les conjectures que nous avons rapportées cessent d'avoir lieu. Des Philosophes n'ont point de regret à ces petits commencemens de Systêmes, que la Nature dément ensuite; ils ne les aiment qu'autant qu'ils la representeroient, & non parce qu'ils leur appartiennent.

SUR LES FORCES CENTRALES DES PLANETES.

V. les M. p. 477.

APrés avoir tant parlé des forces Centrales dans cinq des Volumes précedens, après avoir même regardé ce sujet comme épuisé, il semble qu'il ne soit plus permis de le traiter encore, sans se justifier envers le Public. Cette espece de justificarion, & le fond de la matiere vont se trouver mêlés ensemble.

Nous avons parlé assés au long dans l'Hist. de 1705 *, de la proportion que Kepler a si ingenieusement & si heureusement découverte entre les distances des Planetes au Soleil, & leurs révolutions autour de ce centre commun. Les distances sont comme les racines cubiques des quarrés des révolutions. Nous avons dit comment cette Regle a été verifiée au-delà de ce que Kepler même eût osé esperer, & combien on a lieu maintenant de la tenir pour absolument sûre, mais nous avons ajoûté qu'elle n'étoit fondée que sur une *induction* de plusieurs faits, & non pas démontrée *à priori* par les Loix du Mouvement.

* p. 118. & suiv.

Si l'on suppose qu'elle soit vraïe, & en même-temps que les Orbes des Planetes soient des Cercles dont le Soleil soit le centre commun, ce qui est assés vrai sensiblement, & peu different du vrai exact, on voit aussitôt par un calcul d'une ligne, que les vitesses réelles des Planetes sont en raison renversée des racines quarrées de leurs distances au Soleil, c'est-à-dire, par exemple, qu'une

Planete 4 fois plus éloignée du Soleil qu'une autre auroit 2 fois moins de vitesse. Mercure tourne autour du Soleil en 3 mois à peu prés, & il en est environ 3 fois plus proche que la Terre, d'où il suit évidemment que la Terre pour avoir une vitesse égale à celle de Mercure devroit tourner en 9 mois autour du Soleil, cependant elle ne tourne qu'en 12, elle a donc moins de vitesse réelle, & ce qu'elle en a est à peu prés à celle de Mercure comme 3 est à 4, ou, selon la consequence de la regle de Kepler, comme 1 est à la racine de 3, car comme 3 est plus que la moitié de 4, ainsi 1 est plus que la moitié de la racine de 3, puisqu'il est précisément la moitié de la racine de 4 qui est 2. Il en va de même de Venus, qui a moins de vitesse que Mercure, & plus que la Terre, & pour les autres Planetes principales, dont on ne voit pas immediatement les distances au Soleil, comme celles de Mercure & de Venus, quand on ne supposeroit pas leurs distances connuës par la regle de Kepler, on ne laisseroit pas de les tirer d'ailleurs, & par-là on verroit toûjours que leurs vitesses réelles diminuënt à mesure qu'elles s'éloignent du Soleil. Les Planetes *subalternes*, c'est-à-dire, les 4 Satellites de Jupiter, & les 5 de Saturne dont on voit immediatement les distances à un centre commun, suivent exactement la regle de Kepler.

Elle est si inviolablement observée par les Corps celestes, qu'une même Planete la suit dans tous ses changemens de distance à l'égard du Soleil, & qu'elle augmente de vitesse à mesure qu'elle approche de son Perihelie, ou au contraire ; & en effet une Planete qui s'approche ou s'éloigne du Soleil, ce qu'elles font continuellement à cause de l'excentricité de leurs Orbes, est dans le même cas que si c'étoient deux ou plusieurs Planetes differentes, qui eussent des Orbes differens, peu éloignés les uns des autres. Quand le Soleil approche de son Perigée, on voit sa vitesse augmenter plus que son diametre, ce qui marque que l'augmentation de vitesse n'est pas une simple apparence, causée par une plus grande proximité, mais qu'il y entre aussi quelque chose de réel, ou, ce qui

eſt la même choſe, que la Terre ſe meut réellement plus vîte, quand elle eſt plus proche du Soleil. Il en arrive autant aux autres Planetes. Mais dans leurs changemens de diſtance, on ne s'apperçoit pas que leurs viteſſes changent ſelon la raiſon renverſée des racines des diſtances, elles ne paroiſſent changer que ſelon les diſtances mêmes. La raiſon en eſt que la difference des deux diſtances d'une même Planete au Soleil, lorſqu'elle eſt dans ſon Aphelie & dans ſon Perihelie, eſt fort petite en comparaiſon de la difference des diſtances de deux Planetes. Ainſi ſi les diſtances d'une même Planete ſont 36 & 37, & celles de deux Planetes 1 & 5, les racines de 36 & de 37, qui ſont 6 & un nombre irrationnel un peu plus grand que 6 & beaucoup plus petit que 7, auront un rapport tres-peu different de celui de 36 & de 37, mais les racines de 1 & 5, qui ſont 1 & un nombre irrationnel un peu plus grand que 2, ont un rapport tres-different de celui de 1 & de 5. Auſſi ſuffit-il dans la pratique de l'Aſtronomie de s'en tenir à la regle de Ptolomée, que les viteſſes réelles d'une même Planete changent ſelon ſes diſtances au Soleil, mais dans la rigueur geometrique, elles changent ſelon les racines des diſtances, ſi la regle de Kepler eſt admiſe.

Ptolomée ne réglant les viteſſes d'une même Planete que ſur ſes diſtances, a dû par une ſuite neceſſaire établir, comme il a fait, que les temps qu'une planete emploïe à parcourir des arcs de cercle ſemblables dans ſon Aphelie, & dans ſon Perihelie ſont entre eux comme les quarrés des diſtances, mais ſelon Kepler ils doivent être comme les diſtances multipliées par leurs racines, ce qui à l'égard d'une même Planete eſt peu different de la regle de Ptolomée, & ne l'eſt beaucoup qu'à l'égard de deux differentes Planetes, où Ptolomée n'a pas prétendu étendre ſa regle. Mais il paroît que ſi elle étoit geometriquement vraïe à l'égard d'une même Planette, elle le feroit auſſi à l'égard de deux, que quoiqu'elle ſuffiſe pour la pratique de l'Aſtronomie, elle ne ſuffit pas pour la Phyſique, qui doit avoir des regles plus generales, & qu'enfin il en faut

revenir à celle de Kepler, sauf à la dispenser d'une précision inutile en certaines occasions.

Il seroit donc tres-avantageux pour le Systême Physique de la pouvoir démontrer, & de découvrir tout d'un coup des causes necessaires de ce qui n'a été jusqu'à present connu que par une longue suite de lentes observations. Ce seroit exposer aux yeux des Hommes l'interieur, pour ainsi dire, de la Machine des Cieux, ou du moins un de ses principaux ressorts. M. Villemot Docteur en Theologie, Curé d'un Faubourg de Lyon, en a formé le dessein dans un Livre tres-ingenieux, qui a paru cette année, intitulé *Nouveau Systéme, ou Nouvelle Explication du Mouvement des Planetes.* Cet Ouvrage brille d'invention & de genie, & il merite que les Sçavans y fassent beaucoup d'attention, soit pour en embrasser les découvertes, qui seront fort importantes, lorsqu'elles seront vraïes, soit pour ne se pas laisser éblouïr à des idées qui ne seroient que specieuses. Nous n'en toucherons ici que ce qui regarde la regle de Kepler.

M. Villemot applique aux Corps Celestes la Theorie des Forces centrales. Nous avons dit dans l'Hist. de 1700 * que M. le Marquis de l'Hôpital avoit donné pour principe fondamental de ces forces considerées seulement dans le Cercle, que comme le Rayon d'un Cercle que décrit un Corps, est au double de la hauteur d'où il faudroit qu'il fût tombé pour acquerir selon le Systême de Galilée la vitesse qu'il a, ainsi sa Pesanteur est à sa force Centrifuge. Delà il suit évidemment que puisque les Hauteurs d'où les Corps tombent sont toûjours comme les quarrés des vitesses qu'ils ont acquises en tombant, si l'on prend d'ailleurs la Pesanteur pour constante, ou pour 1, l'expression de la force centrale sera le quarré de la vitesse divisé par le rayon du Cercle. C'est cette expression que prend M. Villemot. La force centrale d'une Planete sera donc d'autant plus grande que sa vitesse réelle sera plus grande, & le rayon de son cercle, ou sa distance au Soleil plus petite. Or par les observations Astronomiques,

* p. 81.

&c plus précisément encore par la regle de Kepler, qui donne la proportion des viteſſes réelles des Planetes à leurs diſtances, il eſt conſtant que les moins éloignées du Soleil ont plus de viteſſe, donc elles ont une force centrale plus grande, donc elles devroient ſortir de leurs ſpheres, s'échaper vers les extrémités du Tourbillon, & faire deſcendre en leur place les Planetes ſuperieures.

M. Villemot répond que quoique les forces centrales de deux Planetes, de Venus & de Mars, par exemple, ſoient inégales, celles des deux ſurfaces ſpheriques qui contiennent Venus & Mars, ſont égales, & il le démontre d'une maniere tres-ſimple & tres-aiſée, en multipliant la force centrale de Venus & de Mars, pris chacun pour un point de ſa ſphere, par le quarré du rayon de chaque ſphere, car ces quarrés expriment le rapport des deux ſurfaces ſpheriques, & ces deux produits qui expriment les forces centrales des deux ſurfaces, ſe trouvent égaux. On conçoit aiſément que la plus grande ſurface, qui eſt celle dont tous les points ont moins de force centrifuge, en eſt récompenſée par être plus grande.

Ce ne ſeroit pas là ſeulement une réponſe à une difficulté formée contre la regle de Kepler, ce ſeroit une démonſtration *à priori* de cette regle, & M. Villemot auroit inconteſtablement la gloire de l'avoir trouvée le premier, car puiſque les Spheres, ni les Corps celeſtes ne ſe confondent pas, il y a un équilibre; il eſt fort naturel de le mettre entre les differentes ſurfaces ſpheriques, puiſqu'enfin ce n'eſt que de ces ſurfaces qu'eſt compoſé tout le Tourbillon; de cet équilibre naît la regle de Kepler par une ſuite neceſſaire.

Mais l'Equilibre de M. Villemot, quoiqu'imaginé fort ſpirituellement, n'eſt pas ſans difficulté. On lui peut oppoſer que malgré l'inégalité des forces centrifuges de deux ſurfaces ſpheriques, priſes chacune dans leur totalité, il ſuffit, pour confondre tout, que chaque point de la Sphere inferieure ait plus de force centrifuge que chaque point correſpondant de la ſuperieure; car puiſque

ces points composent un fluide, & n'ont nulle liaison ensemble, chacun des plus forts doit s'échaper pour aller prendre la place du plus foible qui lui répond, & la force de la surface superieure totale n'ajoûte rien à celle de chacun de ses points, qui est détaché de tout autre.

Pour prévenir cette difficulté, on pourroit mettre l'équilibre entre les parties mêmes des differentes surfaces spheriques, en supposant leurs densités ou pesanteurs specifiques inégales. Alors on diroit que Mars surpasse Venus en pesanteur specifique, autant qu'il est necessaire pour récompenser précisément le moins de force centrifuge qu'il a par sa vitesse & par sa distance au Soleil. Il en iroit de même de chaque partie du fluide qui compose la surface spherique où Mars se meut. En effet, l'expression que M. Villemot donne à la force centrale, suppose, comme nous l'avons dit, que la pesanteur soit constante, ou égale entre differens corps, or il n'est nullement vrai-semblable qu'elle le soit, & dés qu'elle ne l'est pas, elle entre necessairement dans la force centrale, & la fait croître ou diminuer avec elle. Il est d'ailleurs fort apparent que la matiere qui est vers le centre du Tourbillon soit la plus subtile, & qu'elle aille toûjours en devenant plus grossiere & plus dense vers les extrémités. Il est visible que l'équilibre étant en ce cas là entre chaque partie d'un fluide inferieur quelconque, & chaque partie correspondante d'un autre fluide superieur, il ne pourroit plus être entre les surfaces spheriques, & que les plus grandes auroient une plus grande force centrifuge, sans qu'il arrivât cependant aucun dérangement.

Mais si l'on prenoit cette idée, ce ne seroit pas démontrer que la regle de Kepler est necessaire selon la Theorie des forces centrales, ce seroit seulement faire voir qu'elle est possible & s'accorde avec cette Theorie, lorsqu'on supposera que les densités de la matiere fluide du Tourbillon augmentent depuis le centre jusqu'aux extrémités.

Voilà quelques-unes des reflexions qu'on peut faire sur

l'une des plus belles vûës du Livre de M. Villemot. M. Bomia a proposé une autre difficulté que nous renvoyons entierement à son Memoire. Il a principalement fait voir que plusieurs Theorêmes de cet Auteur se tirent fort naturellement de la Theorie connuë des forces Centrales, mais enfin si M. Villemot a démontré la regle de Kepler, la gloire qui lui en appartient n'en est pas moindre, parce que les sources de la démonstration étoient, pour ainsi dire, publiques, elles ne laissoient pas d'être en même-temps cachées pour tous les autres.

SUR L'APPARITION D'UNE COMETE.

UNe Comete qui a paru cette année, & qui, selon ce que nous avons dit dans l'Hist. de 1706 * est la cinquiéme qu'on ait vûë depuis 9 ans, rend encore plus vrai ce que nous dîmes alors, que les Cometes n'avoient été rares jusqu'à present, que faute d'Observateurs, & comme leur rareté étoit une des principales causes qui les rendoient si terribles, on auroit cette raison de moins pour les craindre, s'il étoit encore question de se rassurer sur un sujet si frivole.

V. les M. p. 558.
* p. 104.

La Comete de cette année fut apperçûë à l'Observatoire pour la premiere fois le 28 Novembre par M[rs] Cassini & Maraldi, proche de plusieurs petites Etoiles qui sont entre la Constellation d'Antinoüs, & celle du Capricorne. Elle paroissoit à la vûë simple comme une Etoile de la seconde grandeur, & avec une Lunette de 12 pieds elle étoit assés claire & assés grande, mais mal terminée, ce qui est assés ordinaire, environné d'une nebulosité, & sans aucune apparence de queuë, ni de chevelure. Le 29 Novembre on reconnut qu'elle avoit fait environ 4 degrés $\frac{1}{2}$ en 24 heures, & le 30, 3 degrés $\frac{1}{2}$, d'où l'on conclut qu'elle avoit déja passé son Perigée, puisque son mou-

vement apparent diminuoit, & même comme il diminuoit assés considerablement, il y avoit lieu de soupçonner qu'au premier jour qu'on l'avoit apperçûë elle avoit déja passé le Perigée de quelques jours. Par les observations suivantes, on détermina que ç'avoit été le 22,6 jours avant qu'on l'eût vûë.

Dans l'Article que nous venons de citer de l'Hist. de 1706, nous avons donné une idée de la Methode par laquelle M. Cassini en supposant que pendant le peu de tems qu'une Comete paroît, elle a un mouvement sensiblement égal, & qui se fait sur une ligne sensiblement droite, il donne pour chaque jour la diminution de sa vitesse apparente depuis le Perigée, & prédit par consequent les lieux du Ciel où elle se doit trouver. Il faut pour cela des observations du mouvement de la Comete en 24 heures, immediatement avant ou après le Perigée. Mais si on ne les a pas, & que, comme il est arrivé cette fois-ci, on n'ait vû la Comete qu'aprés son Perigée, on peut par le moyen de quelques observations exactes qui l'auront suivi, retrograder jusque-là, & déterminer ce point.

Le mouvement de la Comete étoit du Midi au Septentrion, & Mrs Cassini & Maraldi déterminerent qu'il se faisoit à peu près sur un grand Cercle, qui coupoit l'Ecliptique au 5me degré d'Aquarius, & passoit obliquement entre les Poles de l'Ecliptique, & ceux de l'Equateur, de sorte qu'à l'égard des Poles de l'Ecliptique sa plus petite distance étoit de 4 degrés, & de 9 à l'égard de ceux de l'Equateur. Puisqu'il s'en falloit si peu que son Cercle ne passât par les Poles de l'Ecliptique, il lui étoit presque perpendiculaire, ce qui est extrêmement rare. Le cours de cet Astre étoit donc presque entierement perpendiculaire au mouvement general du Tourbillon, & cela favoriseroit le Systême de M. Villemot qui place les Cometes au-dessus de Saturne, dans une Region où il n'y a plus de mouvement commun ni reglé, tel que celui du fluide qui emporte toutes les Planetes, mais seulement des

des *Courans* irréguliers, dont les directions peuvent être en tous ſens.

La Comete de cette année, qui venoit du Midi, n'aura pû être viſible dans le Perigée ou le 22 Novembre qu'à la partie Meridionale de la Terre, ſelon la Theorie de M. Caſſini. Deux jours aprés nous aurions pû la voir peu élevée ſur l'Horizon, mais il eſt aſſés naturel que ſoit à cauſe des broüillards dont l'Horizon eſt ordinairement couvert dans cette ſaiſon, ſoit faute de chercher ce qu'on ne doit effectivement pas chercher à chaque moment & dans toute l'étenduë du Ciel, on n'ait rien apperçû juſqu'au 28.

Le mouvement journalier de cette Comete ſuppoſé égal, étoit, ſelon M. Caſſini, de $\frac{1000}{18}$ de ſa plus petite diſtance à la Terre, au lieu que celui de la Comete de 1706 étoit de $\frac{100}{7}$ où de $\frac{1000}{70}$. Si l'on ſuppoſe les diſtances des deux Cometes égales, celle de 1706 avoit donc prés de 4 fois plus de viteſſe réelle que l'autre, & ſi les diſtances ne ſont pas égales, les viteſſes réelles ne leur ſont pas proportionnées.

La Comete de cette année étoit la plus grande, car à 48 degrés de ſon Perigée elle le paroiſſoit encore plus que la précedente dans ſon Perigée même. Le 5 Decembre, environ à 60 degrés de ſon Perigée, celle de cette année paroiſſoit à la Lunette auſſi grande que Jupiter. Dans le Syſtême de ceux qui placent toutes les Cometes au-deſſus de Saturne, qui eſt à une diſtance de la Terre double de celle de Jupiter, une Comete qui paroît égale à Jupiter a un diametre au moins double de celui de Jupiter, & eſt 8 fois plus groſſe, & puiſqu'on croit Jupiter 8000 fois plus gros que la Terre, elle eſt 64000 fois plus groſſe, dans le cas où elle aura été vûë à ſon Perigée égale à Jupiter. Mais comme celle de cette année a été vûë de cette grandeur, lorſqu'elle étoit deux fois plus éloignée de la Terre que dans ſon Perigée, il s'enſuivroit que ſon diametre ſeroit au moins 4 fois plus grand que celui de Jupiter, & qu'elle ſeroit 64 fois plus groſſe, c'eſt-à-dire,

512000 fois plus grosse que la Terre.

Elle diminua toûjours de grandeur & de vitesse apparente. Le 22 Decembre on avoit beaucoup de peine à la voir sans Lunette.

SUR DES TACHES DU SOLEIL.

* V. l'Hist. de 1706. p. 123.

CEt amas de Taches que l'on avoit commencé de voir le 7 Decembre 1706*, & qui, s'il eût été spherique, eût été 1728 fois plus gros que la Terre, paroissoit assés considerable, pour pouvoir durer pendant plus d'une révolution du Soleil autour de son axe, & pour revenir sur l'Emisphere apparent, aprés s'être caché dans l'autre, durant la derniere moitié à peu prés du mois de Decembre. Cependant on n'apperçut le 2 Janvier qu'une *Facule* fort claire, au milieu de laquelle il paroissoit une Tache grisâtre, tres-foible. La facule passa par le Meridien 1' 7'' aprés le centre du Soleil, qui étoit plus élevé qu'elle de 1' 23''. Le lendemain il n'y avoit plus ni Facule ni Tache.

Avant que d'aller plus loin, & de commencer une nouvelle histoire des Taches, il est bon d'expliquer pourquoi nous en marquons toûjours si soigneusement les hauteurs par rapport au centre du Soleil, & de quelle importance est cette détermination.

Pour s'assurer si une Tache qui reparoît est la même qui a été vûë en premier lieu, il ne suffit pas qu'elle reparoisse dans le temps que demande l'hypotese des 27 jours & demi, il faut encore qu'elle ait la même position sur le globe du Soleil ; or on observe exactement sa position *apparente* afin d'en pouvoir conclure la *vraie*, fort differente de la premiere, & la seule dont on ait besoin.

Un Cercle diurne du Soleil, c'est-à-dire, ou l'Equateur, ou un Parallele à l'Equateur, étant conçû comme s'il en

traversoit le disque apparent, la portion de ce Cercle comprise dans le disque en est un diametre parallele à l'Horizon, lorsque le Soleil est au Meridien, temps où l'on observe ordinairement les Taches. Leur hauteur apparente, ou ce qui revient au même, leur position au-dessus ou au-dessous du centre du disque se prend par rapport à ce diametre, & des deux moitiés dans lesquelles il divise le disque, on peut appeller la superieure *Septentrionale*, & l'inferieure *Meridionale*. Mais le Soleil ayant un Equateur réel de son mouvement de 27 jours $\frac{1}{2}$, il a par consequent deux Hemispheres réels, dont le superieur par rapport à nous peut être appellé Septentrionnal, & l'inferieur Meridional, & cette division réelle & vraïe du globe du Soleil ne répond pas à la division apparente du disque, de sorte que les Taches qui paroissent dans la moitié meridionale, par exemple, soient toûjours dans l'hemisphere meridional.

Si le Soleil est dans l'Equateur, le diametre horizontal de son disque à midi étant donc une petite portion de l'Equateur, il faut concevoir que l'Ecliptique coupe dans le Soleil ce diametre horizontal au centre du disque apparent sous un angle de 23 degrés $\frac{1}{2}$. Si le Soleil est dans un Parallele à l'Equateur, l'Ecliptique coupe dans le Soleil ce parallele, ou le diametre horizontal au centre du disque apparent sous un angle moindre que 23 degrés $\frac{1}{2}$, parce que l'angle sous lequel l'Ecliptique coupe les Paralleles, va toûjours en diminuant depuis l'Equateur jusqu'à un Tropique où il devient un angle de *contingence* ou d'attouchement, & infiniment petit. On sçait quelle est pour chaque Parallele ou pour chaque jour cette diminution. Ainsi l'on a pour chaque jour d'observation l'angle sous lequel le diametre horizontal du Soleil à midi est coupé dans le Soleil par l'Eclipitique. On la peut donc tracer sur le disque apparent. L'Ecliptique étant tracée, ses Poles sont necessairement éloignées de 90 degrés, & tous deux toûjours sur la circonference du disque apparent, parce que le centre du Soleil & celui de la Terre ne

sortant jamais du plan de l'Ecliptique, ses Poles doivent toûjours être vûs par la Terre sur le Soleil. Les Poles de l'Ecliptique sur la circonference du disque apparent étant déterminés, on sçait d'ailleurs que ceux de l'Equateur rêel du Soleil en sont toûjours éloignés de 7 degrés $\frac{1}{2}$, parce que telle est l'inclinaison de l'axe du Soleil sur le plan de l'Ecliptique, mais il reste à sçavoir où ils sont, ou, ce qui revient au même, à décrire l'Equateur du Soleil sur son disque.

Si l'on rapporte un cercle sur une superficie plate, ou ce qui est la même chose qu'on en fasse la *projection*, & si l'œil est dans le plan de ce cercle, il ne paroîtra sur cette superficie que comme une ligne droite, mais si l'œil n'est pas dans le plan du cercle, il paroîtra comme une demi-Ellipse, d'autant plus ouverte, que l'œil sera plus éloigné de ce plan. On sçait que quand le Soleil est dans le 8me des Gemeaux ou du Sagittaire, les deux Poles de son Equateur réel sont vûs en même-temps par la Terre sur la circonference du disque apparent, ou, ce qui revient au même, que la Terre est alors dans le plan de l'Equateur du Soleil, aussi-bien que dans le plan de l'Ecliptique où elle est toujours. Elle voit donc & l'Ecliptique & l'Equateur du Soleil comme deux lignes droites qui se coupent dans leur milieu sous un angle de 7 degrés $\frac{1}{2}$; mais hors de ces deux temps-là, la Terre n'étant plus dans le plan de l'Equateur du Soleil, & au contraire s'en éloignant toûjours pendant 3 mois, elle le voit comme une demi-Ellipse, qui s'ouvre toûjours de plus en plus, & devient plus differente d'une ligne droite. Cette demi-Ellipse à mesure qu'elle s'ouvre, coupe toujours aussi l'Ecliptique du Soleil dans un point plus éloigné de son milieu, jusqu'à ce qu'enfin au bout de 3 mois la demie-Ellipse étant la plus ouverte qu'elle puisse être, elle coupe l'Ecliptique du Soleil à ses deux extrémités ou à deux points de la circonference du disque, ce qui fait que le grand axe de l'Ellipse est cette Ecliptique même, & que le petit axe est la distance du milieu de l'Ecliptique ou du centre

du disque apparent à l'Ellipse. Cette distance sera de 7 degrés $\frac{1}{2}$ pris sur un grand Cercle du Soleil. Supposons qu'en cet état la demi-Ellipse soit au-dessous du centre apparent du disque, il faut comme elle represente l'Equateur du Soleil qui a toûjours ses Poles éloignés de 90 degrés, qu'un de ces Poles, qui étoient tous deux visibles 3 mois auparavant sur la circonference du Soleil, se soit abaissé de 7 degrés $\frac{1}{2}$ vers le centre, & soit même au milieu d'une corde du disque. Par-là il est aisé de comprendre & comment il retourne pendant les 3 mois suivans vers un autre point de la circonference du disque jusqu'à ce qu'enfin il y arrive, & quelles sont toutes ses situations moïennes pendant ces six mois, & comment le Pole opposé qui avoit été invisible devient visible à son tour, & fait un chemin tout semblable. En un mot, le mouvement annuel de la Terre autour du Soleil, fait que les Poles de l'Equateur du Soleil paroissent décrire en un an autour de ceux de son Ecliptique un cercle dont le rayon est de 7 degrés $\frac{1}{2}$. On sçait donc pour chaque jour de l'année quelle ligne ou droite ou Elliptique, ou plus ou moins Elliptique doit representer l'Equateur du Soleil sur son disque, & comment elle est posée par rapport à son Ecliptique, dont on a la position pour ce même jour par rapport à un diametre horizontal, & par consequent on sçait quelle est sur le globe du Soleil & par rapport à son Equateur la position réelle des Taches, dont on avoit observé la position apparente. Reprenons maintenant l'Histoire des Taches.

Le 25 Fevrier, on en apperçût vers le bord oriental du Soleil plusieurs, qui formoient trois petits amas, dont les deux superieurs avoient chacun une Tache assés grande, & assés noire. Elles étoient toutes environnées d'une nebulosité. Quelques-unes étoient plus hautes, & quelques-autres plus basses que le centre du disque. On les vit s'avancer vers le bord occidental selon l'hypothêse des 27 jours $\frac{1}{2}$, jusqu'au 1 Mars, aprés quoi le temps ne permit plus de les observer. M. Cassini le fils trouva selon la

Theorie que nous venons d'expliquer, qu'elles étoient dans l'Hemisphere meridional du Soleil avec une declinaison de 6 ou 7 degrés pris sur la circonference du Soleil. Celles du mois de Decembre 1706. devoient avoir à peu prés la même position, & il voulut voir si elles pouvoient être les mêmes selon l'hypothêse des 27 jours. Mais parce que la plus Occidentale de celles de Decembre avoit passé par le milieu du Disque le 12 à 6 heures du soir, & que la plus Occidentale de celles de Fevrier y avoit dû passer le 1 Mars à 8 heures du soir, l'intervalle de ces deux passages ne contenant point $27\frac{1}{2}$ un nombre de fois à peu prés juste, il s'ensuit ou que ces deux Taches étoient differentes, ou que si c'étoit la même, elle avoit quelque mouvement particulier, ce qu'on ne doit pas supposer tout-à-fait gatuitement.

Le 20 Mars, on apperçût dans le Soleil un amas de Taches, dont la plus occidentale étoit la plus grosse. Elle dût passer par le milieu du disque le 28 à 9 heures du soir. Le 24 on apperçût vers le bord oriental un nouvel amas de Taches, de sorte que l'on en vit deux en même-temps, phenomene qui, selon ce que nous avons déja dit dans l'Hist. de 1705 *, commence à n'être plus si rare qu'il l'étoit. M. Cassini le fils détermina que la plus grosse Tache du premier amas étoit dans l'Hemisphere meridional du Soleil avec une declinaison de 9 degrés, & la plus grosse du second dans le même Hemisphere avec une declinaison de 6 à 7 degrés.

* p. 128.

On n'apperçut point de Taches depuis le 3 Avril jusqu'au 15 May, que l'on en vit un amas dont la plus grosse étoit la plus occidentale. Elle devoit avoir passé par le milieu du disque le 11 à midi avec une declinaison meridionale de 6 à 7 degrés.

Le 28 Septembre il parut une Tache vers le bord oriental. On continua de l'observer jusqu'au 3 Octobre, & on trouva qu'elle avoit passé par le milieu du disque le 2 Octobre vers le minuit, avec une declinaison de 7 à 8 degrés.

Le 14 Novembre, on vit une Tache si proche du centre du Soleil, qu'elle devoit passer par le milieu du disque le même jour sur les 5 heures du soir, avec une declinaison meridionale de 12 à 13 degrés. Le 16 elle disparut, fort éloignée encore du bord occidental, & l'on en vit une autre beaucoup plus grosse vers le bord oriental. On continua de l'observer, & le 27 qu'elle approchoit fort du bord occidental, on en vit un autre vers le bord oriental, & le phenomene qu'on croyoit si rare parut deux fois en cette seule année. Mais ce qui est encore plus extraordinaire, c'est que la nouvelle Tache étoit dans l'Hemisphere septentrionnal, où elle avoit une declinaison de 13 degrés à peu prés.

Mrs Cassini & Maraldi ne se souviennent point d'avoir vû dans cet Hemisphere du Soleil aucune autre Tache que celle qui parut au mois d'Avril 1705 depuis le 7 jusqu'au 17 *. Nous ne marquâmes point alors la circonstance de sa position sur le globe du Soleil, elle y avoit une declinaison septentrionale de 12 à 13 degrés. En general les Taches qui paroissent en si grande quantité, sont toutes dans l'Hemisphere meridional, & il y en a un grand nombre qui ont les mêmes declinaisons.

* V. l'Hist. de 1705. p. 127.

Cette remarque favorise une pensée de M. de la Hire, rapportée dans l'Hist. de 1700 *, que la plûpart des Taches pourroient être les pointes ou les éminences de quelque grande masse solide & iréguliere, fixe dans un certain endroit du Soleil, à cela prés qu'elle peut ou s'élever sur la surface de ce grand liquide, ou s'y enfoncer plus ou moins. Ce sera la même chose, si l'on veut que ce liquide ait un mouvement par lequel tantôt il couvre entierement la grande masse solide, tantôt il la laisse plus ou moins découverte.

* p. 118.

La conformité & l'égalité de declinaison des deux Taches Septentrionales de 1705 & de 1707 donna lieu de chercher si elles ne pourroient point être la même Tache, selon l'hypothêse des 27 jours $\frac{1}{2}$. Celle de 1705 dût passer par le milieu du Soleil le 12 Avril sur les 8 heures

du matin, & celle de 1707. le 30 Novembre à 7 heures du soir, & il se trouva que l'intervalle des deux passages divisé par 27 $\frac{1}{2}$ donnoit 35 révolutions juste & sans reste. Il y a donc lieu de croire que ce n'étoit que la même Tache, & que l'Hemisphere Septentrionnal du Soleil a quelque grande masse solide pareille à celle du Meridional, mais qui se tient plus long-temps enfoncée, ou que le liquide découvre plus rarement. Il n'est pas étonnant que la Philosophie begaye sur des choses si éloignées de la portée de nos yeux, & si foiblement apperçûës, il l'est seulement qu'on ait été si loin, & qu'on ait pû, par exemple, distinguer geometriquement les deux Hemispheres réels du globe du Soleil.

Le 15 Decembre on vit une Tache vers le bord oriental. Par sa declinaison meridionale de 13 degrés, & par l'hypothêse des 27 jours $\frac{1}{2}$, elle pouvoit être la même que celle qui commença à paroître le 16 Novembre. On l'observa jusqu'au 21 Decembre, elle étoit fort diminuée, & le mauvais temps acheva de la dérober aux yeux.

NOus renvoyons aux Memoires

V. les M. p. 120.
Les Observations de Saturne, de Mars, & d'Aldebaram vers le temps de la conjonction de Saturne avec Mars, par M. de la Hire.

V. les M. p. 193.
Les Reflexions de M. Cassini le fils sur l'Eclipse de Mars par la Lune observée à Montpellier & à Marseille.

V. les M. p. 297.
L'Observation qu'a faite M. de la Hire de la conjonction de Jupiter avec Regulus.

V. les M. p. 352.
L'Observation qu'a faite M. Maraldi du passage de Mars par l'Etoile nebuleuse de l'Ecrevisse.

GEOGRAPHIE.

GEOGRAPHIE.

SUR UNE MANIERE DE LEVER LA CARTE D'UN PAYS.

LEs grands frais qu'il faut faire pour lever geometriquement la Carte d'un Païs, la longueur du temps qu'il y faut employer, le petit nombre de gens qui puissent executer cet Ouvrage, & qui en veuillent bien prendre la peine, sont cause que l'on n'a que très-peu de Cartes levées par les voyes geometriques, qui seules cependant sont absolument sûres. En cas qu'on ne puisse les mettre en usage, M. Chevalier propose une autre Methode peu éloignée de l'exactitude geometrique, & dont le grand avantage est de pouvoir être pratiquée sans aucuns frais, & sans aucune geometrie. Il ne faut qu'un peu de soin & d'attention.

On appelle *Amplitude* l'arc de l'Horison compris entre le point où le Soleil se leve ou se couche à un jour quelconque, & le point où il se leve ou se couche, lorsqu'il est dans l'Equateur. Il est visible d'abord que l'amplitude est d'autant plus grande que le Soleil est plus éloigné de l'Equateur, ou a une plus grande déclinaison, & l'on voit aussi par les differentes positions de la Sphere, que plus elle est oblique, ou plus un Pole est élevé pour un lieu, plus l'amplitude y est grande, tout le reste étant égal. La déclinaison du Soleil, & l'élevation du Pole, sont donc les deux Elemens d'où dépend la grandeur de l'Amplitude, & l'on construit des Tables de la variation des Amplitudes selon celle de leurs Elemens.

Je ſuppoſe que le lieu où je ſuis, Paris, par exemple, eſt au centre d'un aſſés grand cercle tracé ſur un Carton, & diviſé en 360. Comme je ſçai par les Tables que l'Amplitude ſolſtitiale, la plus grande de toutes, eſt à Paris de 37 degrés, en negligeant les Minutes, je prends ſur mon Cercle pour l'Amplitude Equinoxiale ou nulle le point d'où commencent ſes diviſions, & le 37me degré ſuivant répond à l'Amplitude Solſtitiale. Cet eſpace de 37 degrés répond à 3 mois, & je le diviſe ſelon la Table des Amplitudes pour chaque jour de ces 3 mois, ou plûtôt de 5 jours en 5 jours, parce que les amplitudes ne changent pas ſenſiblement d'un jour à l'autre. J'en fais autant pour les Amplitudes des autres 9 mois de l'année.

Je ſuppoſe auſſi que le rayon de mon Cercle repreſente une étenduë de 2 lieuës, & je le diviſe en 8 parties égales, qui par conſequent valent chacune un quart de lieuë, & par chacune de ces diviſions je décris des Cercles concentriques au premier. M. Chevalier appelle *Chaſſis* ce Carton où ſont ces figures.

Cela fait, à tel jour que ce ſoit où l'on pourra obſerver le lever ou le coucher du Soleil, je mets ſur les Chaſſis deux fils de fer bien à plomb, l'un au centre, l'autre ſur le point du cercle exterieur, qui répond au jour choiſi, je place le Chaſſis bien horizontalement, je le tourne de maniere qu'au moment du lever ou du coucher du Soleil l'ombre des deux fils de fer ſoit ſur la même ligne droite, & je l'arrête ferme dans cette ſituation. Il eſt certain qu'elle eſt telle que toutes les diviſions du cercle exterieur répondent exactement à celles de l'Horizon, que le 9me degré, par exemple, depuis une amplitude Equinoxiale eſt un Pole &c, en un mot que le Chaſſis eſt bien *orienté*. Alors, ſi je ſuis dans un lieu aſſés élevé pour découvrir une étenduë de 2 lieuës à la ronde, je dirige exactement à tel lieu que je veux, à un Clocher, une Regle qui eſt mobile au tour du centre du Chaſſis, & je ſuis ſûr que ce Clocher eſt à l'égard de Paris dans l'oppoſition déterminée par la Regle, au Sud Eſt, par exemple, & par conſequent il faut que ce

Clocher soit écrit dans mon Chassis sur cette ligne. Reste à sçavoir à quel point; or on suppose que je sçai à peu prés la distance de tous les lieux qui ne sont pas éloignés de plus de 2 lieuës du lieu où j'habite, & sur tout cette connoissance est fort familiere à la Campagne, où se feroit le plus grand usage du Chassis. Comme il est divisé en quarts de lieuë, je place le Clocher selon sa distance connuë ou sur un des cercles concentriques, ou entre deux cercles, & ne puis tomber sur cela dans des erreurs considerables.

Ce que j'ai fait pour Paris, M. Chevalier veut que 30 ou 40 personnes, qui seront aux environs de Paris & éloignées les unes des autres, de 2 lieuës au plus, le fassent chacune pour le lieu de sa demeure; non pas que chacun soit obligé à faire son Chassis, c'est une operation qui demande la main d'un Geometre, mais un Geometre l'ayant fait, il en envoye une copie à ces 30 ou 40 personnes, qui n'ont plus que la peine de prendre les *alignemens* des lieux voisins, ainsi que nous l'avons dit, & c'est de quoi tres-peu de gens seroient incapables. Les 30 ou 40 petites Cartes étant faites, on les remet entre les mains du Geometre, qui sçait les assembler, & en compose la Carte des Environs de Paris.

Comme on envoye le même Chassis à tous ceux qu'on veut emploïer, on suppose que les amplitudes sont les mêmes pour des lieux peu éloignés, ce qui n'est vrai que sensiblement. Aussi cette Methode de lever une Carte ne peut-elle avoir lieu que pour un petit Païs, & il est bon que la Ville ou le lieu principal sur lequel seul on regle les amplitudes soit au milieu du Païs qu'on veut lever, afin que les petites erreurs des lieux particuliers se compensent les unes les autres.

Il semble que sans emploïer les amplitudes on pourroit orienter le Chassis par le moïen de la Meridienne du lieu, qui est ordinairement connuë à la Campagne, mais elle ne l'est qu'assés grossierement, & s'il falloit la trouver avec plus de précision, peu de gens y réüssiroient. La

methode de s'orienter par les amplitudes avec un Chassis tout fait, est plus sûre, & n'a aucune difficulté. Ce n'est pas que l'autre ne puisse aussi servir avec succès.

On peut remarquer sur la Methode des amplitudes, que l'erreur qui est insensible pour un petit Païs, sera encore d'autant moindre que les operations se feront dans un Païs qui aura moins de latitude, ou dans un temps plus proche des Equinoxes, parce que dans ces deux circonstances les amplitudes de differens lieux sont moins differentes. Celle des deux circonstances qui les rend moins differentes est celle de la latitude, & comme elle est assés grande en France, il en faudroit d'autant plus observer d'y faire les operations vers les Equinoxes.

C'est assés d'avoir donné ici l'esprit general de la Methode de M. Chevalier. Comme il seroit necessaire qu'un Geometre fût à la tête de l'Ouvrage, il imagineroit aisément les changemens que demanderoient certaines circonstances particulieres, & les facilités qu'on pourroit encore ménager à ceux qui opereroient. Un Evêque, qui auroit quelque inclination pour les Sciences, feroit lever de cette maniere la Carte de son Païs par ses Curés, qui à peine s'appercevroient eux-mêmes qu'ils feroient des operations geometriques. Il y a quantité de choses tres-utiles, & quelquefois difficiles en apparence, qui s'executeroient presque d'elles-mêmes, si ceux qui sont en place vouloient bien y donner un premier mouvement.

ACOUSTIQUE.

SUR LES SISTEMES TEMPERE'S DE MUSIQUE.

EN exposant dans l'Hist. de 1701 * le Systême general de Musique inventé par M. Sauveur, nous avons expliqué ce que c'est que des Systêmes *temperés*, & ce qui en fait la necessité. Nous supposons ici ces connoissances.

V. les M. p. 203.
* p. 123. & suiv.

Nous avons dit que M. Sauveur *divise le ton moyen en 7 parties, dont il en donne 4 au semiton majeur, & 3 au mineur, moyennant quoi l'Octave, qui contient 5 tons moyens, & 2 semitons majeurs a 43 parties, qu'il appelle* Merides, c'est-à-dire, que si une voix ou une corde d'Instrument allant de *ut* à *UT*, au lieu de passer par les 7 degrés ou intervalles du Systême Diatonique, la plûpart inégaux entre eux, passoit par 43 degrés ou intervalles égaux, elle ne formeroit plus les accords justes du Sistême Diatonique, Secondes, Tierces, &c. mais d'autres accords fort approchans, de sorte que ceux qui étoient agréables ne le seroient pas sensiblement moins, & que ceux qui étoient desagréables cesseroient de l'être.

Cette division de l'Octave en 43 parties n'est pas necessaire, ni unique, par rapport à l'effet qu'on en veut tirer, qui est l'adoucissement des Dissonances, avec une alteration peu sensible des Consonances. Si l'on divise le ton moyen en 5 parties, & qu'on en donne 3 au semiton majeur, & 2 au mineur, l'Octave ayant toûjours 5 tons moyens, & 2 semitons majeurs, aura 31 parties égales. De même, elle en aura 55, si l'on divise le ton moyen en 9 parties, & qu'on en donne 5 au semiton majeur, & 4 au

mineur. L'Octave divisée en 31 parties ou en 55 donnera aussi-bien un Sistême temperé, que quand elle l'est en 43.

Cependant la division de l'Octave n'est pas tout-à-fait arbitraire. Il doit même sembler d'abord étrange qu'étant conçûë comme composée de 5 tons moyens, & de deux semitons majeurs, on la puisse également diviser en 31, en 43, ou en 55, car cela ne se peut, à moins que le rapport du semiton majeur au mineur ne varie, & en effet on vient de voir que dans la 1re de ces trois divisions le semiton majeur est au mineur comme 3 à 2. dans la 2de comme 4 à 3, dans la 3me comme 5 à 4; or ce rapport ne devroit-il pas être fixe & déterminé par le Sistême Diatonique? Mais il est certain qu'il ne l'est point, parce qu'il y a dans ce Sistême deux tons, l'un majeur, & l'autre mineur, & que par consequent le semiton majeur peut être pris pour la plus grande moitié de l'un ou de l'autre de ces deux tons inégaux, & le semiton mineur pour la plus petite. Delà vient que le rapport des deux semitons varie, mais comme le ton majeur & le mineur ont une difference déterminée, la variation du rapport des deux semitons est renfermée dans des bornes assés étroites, que M. Sauveur détermine tres-facilement. On voit par cette détermination que si l'on veut que la difference du semiton majeur & du mineur soit toûjours 1, le mineur ne peut être que 2, 3, ou 4, & par consequent le majeur que 3, 4, ou 5, ce qui dans cette supposition réduit l'Octave à ne pouvoir être divisée qu'en 31, 43, ou 55 parties égales. Si l'on supposoit que la difference du semiton majeur au mineur fût 2, car cela est entierement arbitraire, l'Octave se diviseroit en un plus grand nombre de parties, & de plus recevroit un plus grand nombre de divisions differentes, & ces deux effets croîtroient encore si la difference des deux semitons étoit 3, & ainsi de suite à l'infini. Mais ces grands nombres seroient fort incommodes dans les calculs, & ne donneroient pas une plus grande justesse aux *Temperamens*. Ainsi l'on aura raison de s'en tenir aux trois divisions rapportées. La 1re a été adoptée

par M. Huguens, la 2de est de M. Sauveur, la 3me est suivie par les Musiciens.

Il faut remarquer que ces trois divisions, & toutes les autres à l'infini, dont nous avons fait voir la possibilité, supposent l'Octave partagée en 5 tons moyens, ou 10 semitons moyens, & 2 Semitons majeurs, & toutes ensemble ne font qu'une maniere de diviser l'Octave, parce qu'elles ne lui donnent que les mêmes *Elemens*, & en même nombre. Mais si on la divisoit en 12 semitons moyens, ce seroit une autre maniere de la diviser, une autre espece de division. L'Octave n'ayant alors que 12 parties égales, elle en auroit trop peu pour donner aux accords un temperamment assés juste, & il se trouve que les Tierces seroient tellement alterées que l'Oreille ne les pourroit plus souffrir. Aussi ce Sistême est absolument rejetté par les Musiciens. Ce seroit encore pis si l'Octave étoit divisée en moins de 12 parties égales, ce qui arriveroit si on la composoit de tons majeurs, ou mineurs, avec quelque reste. Il ne faut donc chercher un bon Sistême temperé que dans la premiere espece de division que nous avons suivie, & le combat se trouve réduit entre trois dans cette espece. Il ne reste plus qu'à les comparer.

M. Sauveur fait cette comparaison, ou plûtôt, pour n'être pas soupçonné de rien donner à son interest, il la met sous les yeux toute faite par le moyen d'une Table, qui ne peut imposer, puisqu'elle represente chaque Sistême tel qu'il est, & avec ses differences au Sistême Diatonique juste. On peut remarquer d'abord dans celui de M. Sauveur quelques commodités de pratique & de calcul que n'ont pas les deux autres, mais ce qui fait son avantage le plus décisif, c'est que ses Tierces sont moins justes que celles de M. Huguens, & que ses Quartes le sont moins que celles des Musiciens. Cela semble paradoxe, mais il est vrai qu'un temperamment où tous les accords sont plus également alterés est préferable. Des accords justes ou presque justes mêlés avec d'autres qui sont fort alterés, font un mauvais effet, parce qu'ils font trop sentir

à l'Oreille le défaut de tout le reste, & lui rappellent trop vivement le souvenir d'une justesse, qu'il faut au contraire lui faire oublier. C'est par cette raison que les Facteurs d'Orgues, & de Clavecins suivent le Sistême de M. Sauveur, & non celui des Musiciens ordinaires.

Comme les nombres 31, 43, & 55. sont en progression arithmetique, & que 43 qui appartient à M. Sauveur, est le terme moyen, on peut voir en general pourquoi son Sistême tient le milieu entre les deux autres, & altere tous les accords avec plus d'uniformité.

La difference du Sistême de M. Sauveur soit à celui de M. Huguens, soit à celui des Musiciens, quoique peut-être legere en elle-même, ne l'est nullement par rapport au but que l'on se propose. Il s'agit de la perfection, & plus on en approche, plus le peu de chemin qui reste à faire est important. Souvent même on ne croit pas qu'il en reste à faire, & il n'appartient pas à tout le monde de s'en appercevoir.

MECHANIQUE.

SUR LE JET DES BOMBES, OU EN GENERAL SUR LA PROJECTION DES CORPS.

V. les M. p. 140.

Il y a deux cens ans que les Philosophes croyoient que la ligne décrite en l'air par un boulet de canon étoit droite, tant que l'impulsion de la poudre l'emportoit considerablement sur la pesanteur du boulet, qu'aussi-tôt que cette impulsion venoit à être balancée par la pesanteur, cette ligne devenoit courbe, & qu'enfin elle redevenoit droite

droite dés que la pesanteur l'emportoit sur l'impulsion. Il paroît bien que la science des Mouvemens composés n'étoit alors guere connuë. Nicolo Tartaglia de Bresce, qui vivoit au commencement du 16me Siécle, & l'un des premiers qui ait travaillé à l'Algebre, fut le premier qui s'apperçut de la fausseté de cette idée, & qui soûtint que la ligne du boulet étoit courbe dans toute son étenduë. Il découvrit aussi que les coups tirés d'un canon élevé de 45 degrés ont une plus grande portée, que dans toute autre élevation de la piece, mais selon la destinée de tous les grands Genies, qui défrichent une matiere nouvelle, il se trompa sur beaucoup d'autres choses, & quand il n'eût pas été arrêté, comme il le dit, par le scrupule d'enseigner une science funeste, il n'eût pas fait beaucoup de mal au genre humain; si cependant, à juger bien sainement, c'est une invention funeste que l'Artillerie, & si tout ce qui rend la Guerre plus courte & plus décisive, ne la rend pas moins meurtriere & plus innocente. Il a dû perir plus d'hommes dans Troye par un Siége de 10 ans, que dans aucune Place qui ait été bombardée. Tartaglia n'avoit pas déterminée la courbe du boulet de canon, & il ne l'auroit pas pû sans le Sistême de l'acceleration des Chutes, reservé au Grand Galilée. C'est lui qui a démontré le premier qu'un boulet tiré horizontalement d'un lieu élevé décrit un demi-Parabole, dont le sommet est au point où il sort de la bouche du canon, & que s'il est tiré obliquement à l'horizon, il décrit une Parabole, dont le sommet est précisément au milieu de sa course, supposé qu'il doive tomber sur le même plan horizontal où est la batterie. Ensuite il a comparé ensemble les projections faites toûjours avec la même force, mais sous differens angles par rapport à une ligne verticale, & il a fait voir que les étenduës des projections, ou les *amplitudes* des Paraboles sont entre elles comme les sinus droits, & les hauteurs des sommets des Paraboles sur le plan horizontal de la batterie comme les sinus verses du double de ces angles; d'où il suit que la plus grande éten-

duë possible appartient au jet fait sous l'angle de 45, puisque le sinus droit du double de cet angle est le rayon du Cercle, le plus grand de tous les sinus, que toutes les étenduës qui appartiennent à des jets également éloignés du jet de 45 en dessus, & en dessous, sont égales, que les hauteurs des Paraboles sont d'autant plus grandes que l'angle du jet avec la verticale est plus petit, que quand cet angle est de 45 la hauteur de la Parabole correspondante tient précisément le milieu entre toutes les autres hauteurs possibles, & que quand l'angle est de 90 la hauteur de la Parabole sur le plan de la batterie est nulle, de même que le sinus de 180 est nul.

Galilée n'a consideré que les projections terminées au plan horizontal de la batterie, mais Toricelli son Disciple est allé plus loin, parce qu'il est venu après lui. Il a recherché où les coups devoient porter sur les endroits situés au-dessus ou au-dessous de l'horizon, par exemple, sur une Montagne, les angles de projection étant connus, & il s'en est tenu là. Mais ce qu'il ajoûtoit à Galilée étoit moins important pour l'usage de l'Artillerie, que ce qu'il laissoit encore à découvrir. On ne se soucie pas tant de sçavoir où ira le coup, que de le faire aller où l'on veut, sur une Tour, par exemple, sur un Bastion, & il faut connoître sous quel angle on doit pointer les pieces, pour y tirer juste. La Parabole que le boulet décriroit entiere en l'air, s'il devoit tomber sur un plan qui fût au niveau de la batterie, doit être coupée & arrêtée dans sa course par le haut de la Tour, & il s'agit de trouver sous quel angle il faut pointer la piece, afin que le boulet décrive la Parabole que le haut de cette Tour rencontrera.

Feu M. Blondel de l'Academie des Sciences y proposa ce Problême en 1677, & tous les Geometres de la Compagnie s'exercerent sur ce sujet. M. Buot, M. Roëmer, M. de la Hire donnerent differentes résolutions, & M. Cassini renferma toute la Theorie de la projection des Corps dans une seule Proposition tres-simple, & tres-ingenieuse. M. Blondel qui avoit étudié encore plus parti-

culierement toute cette matiere, en composa un Livre qui parut en 1683 sous ce titre, *de l'Art de jetter les Bombes*.

Il ne paroît pas que l'on ait presentement rien à desirer sur la pratique de cet Art. Peut-être seulement pourroit-on encore perfectionner l'Instrument qui sert à pointer la piece ou le Mortier, & l'on a parlé sur cela d'une idée de M. de la Hire dans l'Hist de 1700 *.

* p. 144.

Mais la Geometrie étant quitte, pour ainsi dire, envers la Pratique, est en droit de pousser plus loin la speculation, & de donner quelque chose à la simple curiosité, quand l'utilité est satisfaite.

Nous avons dit que la force de la projection, ou la vitesse du boulet étant toûjours la même, les hauteurs des differentes Paraboles décrites par des jets de differens angles diminuënt toûjours depuis le plus petit angle que puisse faire le jet avec la verticale tirée par le point d'où le jet sort, jusqu'à l'angle de 90; par consequent les foyers de ces Paraboles, qui sont toûjours dans la même ligne verticale que les sommets, & au-dessous, baissent aussi dans tout ce mouvement. D'un autre côté, depuis l'angle infiniment petit fait avec la *verticale du jet* jusqu'à l'angle de 45 les étenduës des jets ou les amplitudes des Paraboles augmentent toûjours, & comme la ligne où sont le sommet & le foyer, c'est-à-dire, l'axe de la Parabole coupe toûjours l'amplitude par le milieu, les sommets & les foyers baissent jusqu'à l'angle de 45 en s'éloignant toûjours de la verticale du jet, aprés quoi les amplitudes au-delà de l'angle de 45 redevenant égales à ce qu'elles étoient en deçà, chacune à sa correspondante, les sommets & les foyers se rapprochent de la verticale du jet, en continuant toûjours de baisser. Il faut sçavoir quelles lignes les uns & les autres décrivent dans ce mouvement.

La hauteur verticale d'où le boulet auroit dû tomber pour acquerir la vitesse qu'il a au sortir du canon, & qu'on peut appeller *hauteur déterminatrice*, étant repre-

ſentée par une ligne, ſi le point d'où le jet ſort pris pour centre, & de cette ligne priſe pour rayon, on décrit un demi-cercle, on voit tres-facilement que tous les foyers des differentes Paraboles depuis l'angle infiniment petit juſqu'à celui de 90, ſont autant de points de cette demi-circonference. Et en effet, l'angle du jet étant infiniment petit, ou, ce qui eſt la même choſe, le boulet étant tiré verticalement de bas en haut, la Parabole, dont l'amplitude eſt alors nulle, n'eſt que la verticale du jet, ou la ligne qui repreſente la hauteur déterminatrice, & ſon ſommet & ſon foyer ſe confondent en un ſeul point, qui eſt l'extrémité ſuperieure de cette ligne, & en même-temps de la demi-circonference dont elle eſt le rayon. Quand l'angle du jet eſt de 45, le ſommet de la Parabole qui en eſt formée eſt au milieu de tous les autres ſommets, ou, ce qui revient au même, il répond au milieu de la hauteur déterminatrice, & il eſt tres-aiſé de voir que le foyer de cette Parabole eſt ſur la ligne horizontale de la batterie, & que par conſequent depuis le jet vertical juſqu'à celui de 45, les foyers ont décrit un quart de cercle, d'où il ſuit qu'ils décriront l'autre quart depuis l'angle de 45 juſqu'à celui de 90, qui appartient au jet horizontal.

Quant aux ſommets des Paraboles qui ſont toûjours plus élevés que les foyers, il eſt viſible que dans tout le mouvement qu'ils font depuis le jet vertical juſqu'à l'horizontal, ils ne peuvent deſcendre que juſqu'à la ligne horizontale de la batterie, c'eſt-a-dire, qu'ils deſcendent la moitié moins que les foyers, car quand le jet eſt horizontal, le ſommet de la demi-Parabole qui ſe décrit alors eſt au point d'où le jet ſort. On voit par une Propoſition de M. le Marquis de l'Hôpital dans ſon *Analiſe des Infiniment petits*, que la Courbe décrite par les ſommets des Paraboles depuis le jet vertical juſqu'à l'horizontal eſt une demi-Ellipſe, qui a pour ſon petit axe la hauteur déterminatrice, & ſon grand axe double du petit.

Comme les ſommets & les foyers vont enſemble en ſ'é-

loignant de la ligne du jet vertical depuis ce jet jusqu'à celui de 45, & qu'ensuite ils se rapprochent toûjours de cette même ligne jusqu'à ce qu'ils y arrivent, il s'ensuit qu'ils repassent par les mêmes lignes verticales par où ils avoient déja passé, mais en d'autres points, & que par consequent chacune de ces lignes coupe en deux points tant le demi-cercle décrit par les foyers, que la demi-Ellipse décrite par les sommets. Il en faut excepter la verticale qui appartient au jet de 45, le plus étendu de tous, ou, ce qui est le même, la verticale où se trouvent le sommet & le foyer de la Parabole correspondante. Cette ligne touche en même-temps & le demi-cercle,& la demi-Ellipse, parce que le jet de 45 est unique & n'en a aucun autre qui lui réponde. C'est aussi un principe établi en Geometrie qu'un point d'attouchement en vaut deux d'intersection.

Cette speculation a été encore poussée plus loin. Toutes ces differentes Paraboles qui depuis le jet vertical s'en éloignent toûjours jusqu'au jet de 45, & s'ouvrent toûjours de plus en plus, se coupent necessairement les unes les autres, & la suite de tous leurs points d'intersection forme une ligne Courbe, ou, ce qui est la même chose, il y a une Courbe qui dans toute son étenduë touche toutes ces differentes Paraboles. On demande quelle elle est. M. le Marquis de l'Hôpital a démontré dans son Livre des Infiniment petits, que c'est une Parabole dont le parametre est quadruple de la hauteur déterminatrice. On la peut appeller Parabole *generale* ou *exterieure*, parce qu'elle envelope toutes les autres par dehors. Elle est le terme au-delà duquel le boulet ne peut jamais aller, n'étant poussé que de la force representée par la hauteur déterminatrice, & si l'on veut qu'il aille à l'extrémité d'une ligne inclinée au-dessus de l'horizon, par exemple, sur le haut d'une Montagne, il faut qu'il aille au point qui est commun à la Parabole generale, & à celle du jet qu'il faudra faire.

Voilà quelle est l'histoire des découvertes qui ont été

faites jusqu'à present sur les Projections. M. Guisnée a démontré le tout d'une maniere fort naturelle & fort claire, & quand on donne des preuves plus faciles de verités déja connuës, c'est un progrés pour les Sciences, aussi bien que celui qui consiste à trouver des verités nouvelles. La maniere de sçavoir n'est pas indifferente & devient elle-même une science à part. Nous avons dit dans l'Hist. de 1704 * que d'habiles Geometres ont eu bien de la peine à prouver que les projections obliques à l'horizon formoient des Paraboles aussi-bien que les horizontales, & maintenant les deux cas se trouvent sans peine envelopés dans la même Proposition, & même avec les nouvelles lumieres que l'on a, il seroit difficile de les séparer, quand on le voudroit.

* p. 112.

M. Guisnée a cependant trouvé moyen d'ajouter quelque chose à la Theorie des Projections. Si l'on ne veut pas que le boulet aille jusqu'où il pourroit aller par la force qu'on lui suppose, c'est-à-dire, jusqu'à la Parabole generale, & qu'il demeure en deçà, il détermine quel est l'angle qu'il faut donner au jet, ou la Parabole *particuliere* qu'il décrira, differente de celle qu'il auroit décrite, si le coup eût dû avoir toute son étenduë. Il est visible qu'en deçà de 45, & à 45, l'angle du jet doit être plus petit, qu'il n'eût été, & au-delà plus grand. M. Guisnée a donné en general cette détermination précise par plusieurs voïes differentes.

SUR LA RESISTANCE DES TUYAUX CILINDRIQUES PLEINS D'EAU.

V. les M. p. 105.

QUand il faut mesurer exactement des mouvemens, ou, ce qui est encore plus difficile, de simples efforts dont les directions, les leviers, les appuis, ne sont

pas bien ſenſibles, ce ſont toûjours des recherches fort délicates, & les plus grands Hommes ſont excuſables de s'y méprendre, ſur tout quand ils y ont travaillé les premiers. Ces circonſtances accompagnent l'erreur, où M. Parent prétend que ſoient tombés deux des plus grands Sujets qu'ait eû l'Academie des Sciences.

Un Tuyau cilindrique, que l'on ſuppoſe vertical, étant plein d'eau, ſa hauteur peut être telle, ou, ce qui eſt la même choſe, la charge d'eau ſi grande, qu'il crevera par le bas, & qu'il ſe fera à ſa ſuperficie cillindrique une fente par où l'eau s'échapera. Il s'agit de ſçavoir quel eſt cet effort de l'eau, quelle en eſt la meſure, & quelle épaiſſeur doit avoir le tuyau pour y réſiſter.

D'abord il faut bien concevoir que dans cet effet la baſe circulaire du tuyau n'eſt nullement enfoncée, on la ſuppoſe même inébranlable, & tout l'effort ſe fait contre la partie inferieure de la ſurface cilindrique du tuyau, de ſorte que quand il creve, la crevaſſe eſt laterale, & verticale. Si la baſe s'enfonçoit, ce ſeroit ſimplement le poids du cilindre d'eau qui agiroit, & par conſequent toute ſon action ſeroit exprimée par le produit de ſa hauteur & de ſa baſe, mais comme il ne s'agit pas de la baſe du tuyau, c'eſt une autre conſideration.

Que l'on imagine pour un moment un cilindre d'eau qui ſe tient ſuſpendu en l'air, ſans être enfermé dans un tuyau. Si le cercle le plus haut de ce cilindre tombe par ſon poids ſur celui qui eſt immediatement au-deſſous de lui, il rendra ſa circonference plus grande, car je ſuppoſe que ce ſecond cercle conſerve encore la figure circulaire. Si de même le ſecond cercle tombe enſuite ſur le troiſiéme, ſa circonference ſera encore plus augmentée que n'avoit été celle du ſecond, & enfin ſi l'on applique cette idée à tous les cercles d'eau ſucceſſivement, la circonference du dernier ſera d'autant plus augmentée que le nombre des cercles ſuperieurs ſera plus grand, ou, ce qui eſt la même choſe, que le cilindre en entier ſera plus haut. Maintenant ſi ce même cilindre eſt enfermé dans

un tuyau, tous les cercles d'eau auront la même tendance à descendre les uns sur les autres, quoiqu'ils ne descendent pas réellement, ils feront donc un effort pour s'élargir, & rendre leurs circonferences plus grandes, & cet effort ne peut s'exercer que contre les parois du tuyau, il ira toûjours en augmentant de force depuis le haut jusqu'au bas, & enfin au bas du tuyau il sera d'autant plus grand, que le tuyau sera plus haut, parce que la circonference où tous les cercles d'eau tendent à se mettre en sera d'autant plus grande.

Si la hauteur du tuyau demeurant la même, on suppose que sa circonference augmente, on pourroit croire d'abord que l'effort de l'eau contre les parois du tuyau augmente aussi, car quoique la circonference du tuyau étant augmentée, le nombre de ses parties qui résistent à l'effort de l'eau le soit aussi en même raison, le nombre des parties d'eau qui agissent est augmenté selon une plus grande raison, qui est celle de l'aire ou du quarré de la seconde circonference à l'aire ou au quarré de la premiere. Mais il faut faire reflexion que si une partie d'eau quelconque tend à descendre, & par consequent à élargir le cercle correspondant du tuyau, une autre partie d'eau égale, qui est placée entre elle & le tuyau, a la même tendance, & la repousse en sens contraire avec un effort égal, que par-là il ne reste de parties d'eau dont les efforts ne soient point détruits par d'autres, que celles qui s'appuïent immediatement sur les parois du tuyau, que ce sont les seules dont l'action s'exerce sur ces parois, & que par consequent leur effort n'est point augmenté par l'augmentation de la circonference, puisque chaque nouvelle partie d'eau a aussi une nouvelle partie du tuyau qui la soûtient.

On pourroit donc augmenter à l'infini la circonference du tuyau, sans être obligé d'augmenter l'épaisseur de la matiere dont il est fait; cependant il est certain que l'experience y est entierement contraire, & même le raisonnement, quand cette mechanique est bien approfondie, selon les vûës de M. Parent.

L'effort

L'effort que nous avons jusqu'ici consideré dans l'eau est un effort perpendiculaire aux parois du tuyau, & le même que s'il agissoit par des rayons tirés d'un point quelconque de l'axe à ces parois, or ce n'est pas cette effort perpendiculaire qui créve ou déchire le tuyau. Il est bien vrai qu'il n'y en a pas d'autre qui agisse, mais il ne déchire pas le tuyau entant qu'il lui est perpendiculaire.

Il faut concevoir dans la circonference circulaire du tuyau deux côtés contigus infiniment petits, & faisant entre eux un angle obtus infiniment peu different de celui de 180, & de plus un rayon tiré du centre à cet angle, & qui est la direction de l'effort perpendiculaire. Afin que le tuyau se déchire, il est necessaire que ces deux côtés infiniment petits se séparent, & s'ils se séparent, c'est la même chose que si deux puissances opposées les tiroient directement chacune à elle, ou, ce qui est le même, selon les directions de ces côtés mêmes. L'éfort perpendiculaire qui agit par le rayon ne déchire donc le tuyau, qu'entant qu'il produit ces deux nouvelles directions, qui sont infiniment prés de lui être perpendiculaires, & il ne faut plus que comparer l'effort de l'eau, entant qu'il est perpendiculaire au tuyau, à lui même entant qu'il le déchire. Or selon les regles de la Mechanique on sçait comparer differentes forces, quand on connoît leurs directions, & par cette voïe M. Parent trouve en formant un triangle des directions supposées que l'effort perpendiculaire est à l'effort qui déchire comme un des côtés circulaires infiniment petits est au rayon. Mais parce que l'effort perpendiculaire pris en son entier agit sur toute une circonference de cercle, il faut multiplier le côté circulaire infiniment petit par le nombre infini des autres côtés, ce qui fait la circonference même, & parce que l'effort qui déchire n'agit que sur un point, on le laisse tel qu'il étoit dans l'infiniment petit, & par consequent l'effort perpendiculaire est à celui qui déchire comme la circonference au rayon, c'est-à-dire plus de 6 fois plus grand.

Delà il suit évidemment que la hauteur du tuyau demeu-

rant la même, si sa circonference augmente l'effort que l'eau fait pour le crever augmente aussi, puisqu'il est toûjours la même partie d'une plus grande quantité. Il augmentera aussi, si la circonference du tuyau demeurant la même, la hauteur augmente, puisque l'effort perpendiculaire en est visiblement plus grand. Il ne paroît pas necessaire de remarquer que plus la pesanteur specifique de la liqueur est grande, plus son effort l'est aussi, & que celui du Mercure, par exemple, le seroit plus que celui de l'eau.

Selon cette Theorie il est aisé d'exprimer geometriquement l'effort par lequel une liqueur creve son tuyau. Il est clair que la force par laquelle le tuyau résiste, c'est-à-dire, son épaisseur, doit être égale à cet effort, & cela produit une Equation, mais ce n'est encore qu'une Equation generale, & qui n'apprend point quelle doit être cette épaisseur selon la matiere dont on fera le tuyau, selon la hauteur & le diametre déterminé qu'on lui voudra donner, & selon la liqueur qu'il contiendra. Pour cela, il faut une Experience exacte sur la matiere dont il sera fait. S'il doit être de plomb, par exemple, il faut sçavoir quel poids suspendu à une bande de plomb d'une certaine épaisseur, & d'une certaine largeur, sera necessaire pour la rompre & pour la déchirer, aprés quoi, il est clair que l'épaisseur du Tuyau qu'on fera de plomb devra être d'autant plus grande, que le produit de l'épaisseur & de la largeur de la bande de plomb de l'Experience aura été plus grand par rapport au poids qui aura fait la rupture. Une fraction dont ce produit sera le Numerateur, & ce poids, le Dénominateur, exprimera donc en general la résistance du Plomb, & si lon multiplie par cette fraction l'effort de l'eau exprimé dans l'Equation generale, on la déterminera à representer l'épaisseur necessaire à tous les Tuyaux qu'on fera de plomb. Ensuite pour un tuyau d'une certaine hauteur, ou d'un certain rayon, il ne faudra que mettre dans l'Equation generale cette hauteur ou ce rayon déterminé.

Dés que l'on a une Equation qui donne l'épaisseur des Tuyaux necessaire pour résister à l'eau, tout le reste étant déterminé ou connu, on a par la même Equation la hauteur qu'ils pourront avoir, si l'épaisseur est déterminée avec tout le reste. De même on aura, si l'on veut, le diametre qu'on leur pourra donner. C'est sur ces principes que M. Parent a construit une Table pour les Tuyaux de Cuivre & de Plomb, & seulement pour les dimensions qu'ils peuvent avoir dans l'usage. Elle épargnera le calcul de son Equation à ceux qui voudront aller jusqu'à la pratique.

SUR UNE THEORIE GENERALE

DES MOUVEMENS, SOIT UNIFORMES, SOIT VARIÉS A DISCRETION.

S'Il n'étoit question précisément de considerer les Mouvemens accelerés, ou ce qui revient au même, les retardés, & même les uniformes, que par rapport à l'usage & aux applications Physiques, le Sistême de Galilée seroit suffisant. Ce grand Homme a eu cette gloire, tres-peu commune, que quoique premier Inventeur en cette matiere, il a frapé droit au but, & que son hypothêse qui a passé par le severe examen de tant d'habiles Philosophes, subsiste toûjours en son entier. Elle s'est trouvée aussi exactement conforme à l'experience qu'on le puisse desirer, & même on a transporté avec succés à d'autres forces constantes & continuellement appliquées, telles que les forces centrales, ce que Galilée avoit pensé sur la Pesanteur, ainsi que nous l'avons dit dans l'Hist. de 1700 *.

V. les M. p. 222.

Mais c'est une curiosité tres-digne de l'Esprit philosophique que de s'élever au-dessus de la Theorie de Galilée, & de penetrer jusqu'à la premiere source d'où ce

* p 89.

ruiſſeau apris ſon cours. De plus on ſaiſit avec plus de force les verités particulieres, quand on tient les verités generales, qui les produiſent, & on en eſt plus éclairé, quand on peut être admis à les contempler dès leur naiſſance. C'eſt-là ce que prétend principalement M. Varignon dans la Theorie que nous allons expliquer.

D'abord pour mettre enſemble, & ſous un même coup d'œil les mouvemens accelerés ou retardés, ou en un mot les mouvemens variés avec les uniformes, il ne faut ſonger qu'aux variés, de même que pour former une idée generale d'une Ligne qui pourra être ou droite ou courbe, il faut la concevoir courbe. Une legere difference de ſuppoſition changera, quand on voudra, la ligne courbe en droite, & le mouvement varié en uniforme. Le plus compoſé renferme toûjours le plus ſimple, & l'inégal ſe réduit aiſément à ce qui eſt égal.

Un Mouvement varié eſt celui dont la Viteſſe augmente ou diminue à chaque inſtant. La variation de la viteſſe, pour pouvoir être l'objet de nos recherches, doit avoir quelque Regle, & il faut que cette regle, ſoit priſe ſur quelque autre grandeur qui entre dans le Mouvement même. Or il n'y en a que deux, l'Eſpace & le Temps.

M. Varignon ne regle les mouvemens variés que ſur les Temps, & il inſinuë que l'autre maniere de les regler eſt impoſſible, & qu'il pourra le faire voir quelque jour, mais en attendant nous donnerons quelque idée de cette impoſſibilité, afin que la matiere que nous traitons en ſoit plus complete.

Si l'on regle la variation de la viteſſe ſur l'Eſpace, ſoit un mouvement acceleré dont l'augmentation de viteſſe ſuive les eſpaces parcourus, de ſorte que la viteſſe d'un Corps qui eſt tombé de 2 Toiſes ayant été exprimée par 1 à la fin de la 1re Toiſe, le ſoit par 2 à la fin de la 2de; il eſt clair que cette hypothêſe produit une abſurdité, car le Corps qui en acquerant ſucceſſivement 1 degré de viteſſe a parcouru une Toiſe, doit, tandis qu'il acquiert ſucceſſivement un 2d degré de viteſſe égal, parcourir plus d'une

2de Toiſe, puiſque quand il n'auroit eu que ſon 1er degré de viteſſe entierement acquis, il auroit dû avec ce ſeul degré parcourir plus d'une 2de Toiſe dans un temps égal au premier, & à plus forte raiſon doit-il parcourir plus d'une 2de Toiſe dans le 2d tems, puiſqu'u 1er degré de viteſſe entierement acquis, il ſe joint inceſſamment quelque portion du 2d degré qu'il acquiert ſucceſſivement. L'abſurdité ſeroit plus grande, ſi l'augmentation de viteſſe ſuivoit les quarrés des Eſpaces, & que le Corps à la fin de la 2de Toiſe eût 4 degrés de viteſſe, & ce ſeroit encore pis ſi la puiſſance des Eſpaces étoit plus élevée.

En general, il ſuit de ce raiſonnement qu'afin qu'une hypothêſe ſur l'augmentation de la viteſſe ſoit poſſible, il faut que la viteſſe acquiſe à la fin de la 2de Toiſe ſoit moins que double de celle qui étoit acquiſe à la fin de la 1re, & par conſequent l'augmentation de la viteſſe ne peut ſuivre aucune puiſſance parfaite des Eſpaces parcourus.

Je dis *parfaite*, car notre raiſonnement ne comprend pas les *imparfaites* ou Racines quelconques, & ſi l'on veut que la viteſſe ſuive les Racines quarrées ou cubiques &c. des Eſpaces on trouvera que ces hypothêſes ſont poſſibles, puiſque la viteſſe acquiſe à la fin de la 2de Toiſe étant la racine quarrée ou cubique &c. de 2 ne ſera pas double de la viteſſe 1 acquiſe à la fin de la 1re Toiſe. Mais il faut remarquer que ces hypothêſes retombent dans celles où l'augmentation de la viteſſe ſuit quelque puiſſance parfaite des Temps, & ſi, par exemple, on veut qu'elle ſuive les racines quarrées des Eſpaces, c'eſt-là une conſequence neceſſaire du Siſtême de Galilée, qui la regle ſur la 1re puiſſance des Temps, c'eſt-à-dire ſur les Temps même. On la peut donc regler ſur quelque puiſſance parfaite des Temps, ce qui produira la puiſſance imparfaite correſpondante des Eſpaces.

On peut auſſi ſelon le principe que nous avons établi regler la viteſſe ſur les Racines quelconques des puiſſances quelconques des Eſpaces, pourvû que l'Expoſant de ces Racines ſoit un nombre plus grand que celui des Puiſ-

sances ; par exemple, la vitesse acquise à la fin de la 2de Toise peut être la racine 3me de 4, 2de puissance de l'espace, car cette grandeur est beaucoup au dessous de 2. Mais ces hypothêses sont les mêmes que si on avoit reglé la vitesse sur les puissances imparfaites des Temps, & dans l'exemple proposé elle suivroit leurs racines quarrées. Il n'y a donc d'hypothêses possibles que celles qui reglent la vitesse sur quelque puissance des Temps parfaite ou imparfaite.

Les Puissances n'étant, comme il a été dit dans l'Hist. de 1706 * qu'une espece particuliere d'un genre qu'on appelle *Fonctions*, ou *Affections*, M. Varignon, pour s'élever à la plus grande universalité possible, suppose la variation de la vitesse reglée sur telle fonction des Temps que l'on voudra.

* p. 70.

Il s'agit de trouver une formule infiniment generale, par laquelle on puisse pour un instant quelconque d'un mouvement varié déterminer l'espace parcouru en vertu de la vitesse de ce mouvement depuis qu'il a commencé.

Les effets sont toûjours proportionnels aux causes, & tout espace parcouru est un effet dont la cause est la vitesse qui l'a fait parcourir. Si cette vitesse est uniforme, la cause est toûjours la même, & l'effet ou l'espace plus grand en même raison qu'elle est plus grande, & qu'elle a agi plus long-temps. Si la vitesse est variée, il faut la concevoir comme l'assemblage ou la somme d'une infinité de cause differentes, dont chacune a agi dans chaque instant infiniment petit, & par consequent l'espace parcouru est proportionnel à cette somme infinie de causes.

Puisque la vitesse variée doit toûjours se regler sur quelque fonction des Temps, il doit y avoir un Courbe *generale*, qui par ses Ordonnées croissantes ou décroissantes represente les vitesses de tous les instans, & par ses Abscisses correspondantes les fonctions des Temps. Ainsi l'art de trouver la valeur d'une somme infinie quelconque des Ordonnées de cette Courbe, ou, ce qui est le même,

l'espace curviligne quelconque formé par la Courbe, sera l'art de trouver la valeur de la vitesse variée d'un temps fini quelconque, toûjours proportionnelle à l'espace parcouru; & si l'on veut comparer ensemble deux differens espaces parcourus, soit en vertu de la même vitesse variée qui aura agi pendant deux temps inégaux, soit en vertu de deux vitesses differemment variées, il faudra comparer les deux espaces curvilignes, soit de la même Courbe, soit des deux differentes Courbes produites par les deux differentes suppositions de vitesse. Voilà quelle est la formule generale de M. Varignon, avec laquelle il entreprend de satisfaire à tout.

Si l'on veut que la vitesse soit uniforme, il est évident que l'espace curviligne devient rectiligne, & ne le devient qu'en ce cas-là. Comme hors delà ce sont des espaces curvilignes qui donnent le rapport des espaces parcourus, on ne peut se dispenser d'emploïer le Calcul Integral, & les *integrations* sont d'autant plus difficiles, que les Courbes qui representent la variation de la vitesse ont une équation plus composée, ou, ce qui revient au même, que les fonctions des Temps sont plus compliquées. M. Varignon donne d'abord quelques exemples de ces sortes d'integrations, où il paroît avoir eu en vûë de faire briller l'art de ce calcul, que l'on ne sçait pas encore, & que l'on ne sçaura peut-être jamais manier comme le Differentiel. Mais ensuite il se réduit à des exemples plus simples, où la variation de la vitesse ne suit que les puissances des Temps.

La vitesse qui est reglée sur les Temps peut l'être de deux manieres, ou sur les temps écoulés, ou sur les temps qui sont à écouler dans le reste de la durée totale du mouvement. La vitesse d'un mouvement acceleré se regle plus naturellement de la premiere maniere, & celle d'un mouvement retardé de la seconde, car elles sont d'autant plus grandes, l'une que le temps écoulé, l'autre que le temps à écouler est plus grand. Mais cela n'empêche pas que la vitesse d'un mouvement acceleré ne se

puiſſe regler ſur les temps à écouler, ſeulement elle ſera d'autant plus grande que ce temps ſera plus petit, ou, ce qui eſt le même, elle ſera en raiſon *renverſée* de ce temps, au lieu qu'elle étoit en raiſon *directe* du temps écoulé. De même la viteſſe d'un mouvement retardé peut ſe regler ſur le temps écoulé, mais elle ſera en raiſon renverſée de ce temps, au lieu qu'elle étoit en raiſon directe du temps à écouler. Or ce changement de raiſon directe en renverſée arrive neceſſairement par la ſeule expreſſion algebrique, quand l'expoſant de la puiſſance des temps devient de poſitif negatif, & par conſequent cet expoſant pris indéterminement pour poſitif ou pour negatif, convient à toutes les viteſſes ſoit accelerées, ſoit retardées, que l'on regle ſur quelque puiſſance des temps. Puiſqu'il eſt ſi facile de changer un mouvement acceleré en retardé, dans quelque hypothêſe que ce ſoit, ou reciproquement, nous ne parlerons ordinairement que des mouvemens accelerés, que l'on rendra, ſi l'on veut, retardés en les renverſant.

Naturellement, & en ne concevant aucune limitation arbitraire, un mouvement acceleré commence par être infiniment petit, & finit par être infiniment grand dans un temps infini. Mais il peut auſſi commencer par être fini, ainſi qu'il arrive, lorſqu'on ne laiſſe pas tomber librement une pierre dans l'air, mais qu'on la jette de haut en bas avec une certaine force. Alors la viteſſe accelerée que produit la ſeule peſanteur s'ajoûte continuellement à la viteſſe *initiale* qui a été imprimée par la cauſe étrangere, & qui demeure toûjours la même. C'eſt-là la maniere la plus naturelle dont ce cas-là puiſſe être conſideré, mais M. Varignon pour ne laiſſer échaper aucune hypothêſe poſſible, ſuppoſe encore que la viteſſe initiale fût conſiderée comme ayant commencé à Zero, & comme étant produite par l'acceleration que la peſanteur auroit cauſée pendant un certain temps, il y joint la viteſſe réellement cauſée par l'acceleration dans un inſtant quelconque du mouvement à compter depuis qu'il a commencé,
&

& il regarde la ſomme de ces deux viteſſes enſemble comme devant ſuivre une puiſſance quelconque de la ſomme des deux temps qui leur répondent. Cette hypothêſe entre auſſi facilement qu'une plus ſimple dans ſa formule generale. Il remarque qu'on ne peut pas ſuppoſer que la viteſſe initiale & l'accelerée priſes enſemble ſuivent une puiſſance des temps neceſſaires pour acquerir la ſeule accelerée, car quand le temps où l'accelerée commence eſt nul, & l'accelerée auſſi, l'initiale ſeroit donc pareillement nulle, ce qui eſt contre la ſuppoſition que l'initiale eſt finie.

Si l'on veut regler la viteſſe ſur les temps à écouler, il ſera plus naturel, ainſi que nous l'avons dit, qu'il s'agiſſe de mouvemens retardés. La difficulté n'eſt que de trouver l'expreſſion de la viteſſe ainſi reglée. Pour cela, il faut conſiderer, qu'elle doit à chaque inſtant être d'autant plus grande. 1°. Que le temps à écouler eſt plus grand, ou, ce qui eſt la même choſe, que le temps total pendant lequel le mouvement doit durer, le temps moins écoulé, eſt plus grand. 2°. Que la viteſſe initiale eſt plus grande par rapport à ce temps total, car il eſt viſible & qu'il ſe perdra d'autant moins de viteſſe que ce temps total durera moins, & que plus elle aura été grande au commencement, plus il en reſtera à chaque inſtant. Ces deux grandeurs, c'eſt-à-dire, le temps, à écouler, & le rapport de la viteſſe initiale au temps total, multipliés l'une par l'autre expriment donc la viteſſe d'un mouvement retardé reglée ſur les temps à écouler.

La formule qui en réſulte eſt telle, que quand on ſuppoſe le temps écoulé nul, la viteſſe ſe réduit à la ſeule viteſſe initiale, & que quand on ſuppoſe ce même temps écoulé égal au temps total pendant lequel le mouvement doit durer, la viteſſe eſt nulle ou éteinte. Delà il ſuit, en renverſant ces idées, que dans un mouvement acceleré, qui auroit eu la même viteſſe initiale, la viteſſe deviendroit infinie, aprés le temps total fini entierement écoulé, ſi ce mouvement avoit ſa viteſſe reglée ſur les temps à

écouler. Mais comme il eſt impoſſible qu'une viteſſe finie devienne réellement infinie dans un temps fini, l'hypothêſe qui produiroit cette conſequence eſt impoſſible, & il en faut dire autant de quelques autres hypothêſes, d'où ſuivroit la même conſequence. Par exemple, une Hiperbole équilatere, ou plutôt une portion infinie de cette Hiperbole étant ſuppoſée, telle qu'elle eût pour axe une portion finie de l'une des Aſimptotes, & pour Ordonnées des lignes paralleles à l'autre Aſimptote, ſi l'on vouloit que les Abſciſſes repreſentaſſent les Temps d'un mouvement acceleré commençant par une viteſſe finie, & les Ordonnées, les viteſſes croiſſantes de ce mouvement, il s'enſuivroit que dans un temps fini la viteſſe deviendroit infinie, puiſque la derniere Ordonnée tirée ſur l'axe fini ſuppoſé ſeroit infiniment grande, ou l'Aſimptote même, mais l'impoſſibilité qu'une viteſſe finie devienne infinie dans un temps fini, fait voir que dans la nature la viteſſe d'un mouvement acceleré ne peut jamais croître comme ces Ordonnées d'Hiperbole. La Geometrie dans ſes ſpeculations generales embraſſe également & ce qui eſt poſſible, & ce qui eſt impoſſible à la Phyſique, & la Phyſique ſe réduit encore du poſſible à l'actuel, infiniment moins étendu.

M. Varignon ayant en main les formules generales des mouvemens variés quelconques reglés ſur les puiſſances quelconques des Temps ſoit écoulés, ſoit à écouler, n'a plus qu'à faire des comparaiſons des uns avec les autres, ſelon toutes les combinaiſons qu'on veut imaginer, & il n'eſt plus queſtion que de calcul, & quelquefois de certaines adreſſes de calcul, dont il eſt bon de donner des exemples. Il compare auſſi les mouvemens variés avec les uniformes, & en ſuppoſant dans un de ſes cas particuliers un mouvement varié ſelon l'hypothêſe de Galilée, il trouve auſſi-tôt la fameuſe Regle de ce grand Auteur, que la viteſſe d'un mouvement uniforme étant égale à la derniere viteſſe d'un mouvement acceleré, qui a commencé par être infiniment petit, l'eſpace parcouru en

vertu du mouvement uniforme est double de l'autre. M. Varignon pousse même la curiosité jusqu'à chercher le rapport de ces deux espaces dans plusieurs autres hypothêses des temps, & l'on voit que l'espace parcouru d'un mouvement uniforme étant double de l'autre, lorsque la puissance des temps est 1 selon Galilée, il est triple lorsque cette puissance est 2, quadruple lorsqu'elle est 3, & toûjours ainsi de suite, ce qui a lieu même dans les puissances imparfaites, & dans les negatives, les modifications necessaires y étant apportées.

Comme M. Varignon dans les Memoires imprimés en *1693* avoit déja donné des Regles des Mouvemens accelerés, mais moins generales, il fait voir comment elles rentrent dans cette derniere Theorie, & enfin pour n'y laisser rien à desirer, il donne le moyen d'exprimer les rapports des forces qui seroient necessaires pour produire tous les differens mouvemens variés qu'on peut supposer. Cela retombe encore dans la Theorie des forces centrales, qu'il a si amplement expliquée, & après tout ce que nous en avons dit en differens Volumes de cette Histoire, il ne nous reste rien de nouveau à ajoûter pour faire sentir l'esprit de ces Methodes, ni pour en déveloper la Metaphisique.

SUR LA RESISTANCE DES MILIEUX, AU MOUVEMENT.

Toute la Theorie du précedent Article sur le Mouvement fait abstraction de la Résistance que les Milieux y peuvent apporter. Cependant cette Résistance est telle qu'elle peut ou changer les Mouvemens variés en uniformes, ou du moins les rendre variés d'une autre maniere, & si on la negligeoit dans les Calculs, on cour-

V. les M. p. 382.

roit quelquefois risque de se trouver fort éloigné du vrai. Aussi les plus grands Geometres de ces derniers temps ont-ils étudié cette matiere, mais comme elle est plus difficile qu'il ne paroît d'abord, ou ils n'ont pas tout vû, ou même ce qu'ils ont vû, ils ne l'ont pas suivi jusqu'au bout. M. Marignon, selon sa coûtume de remonter toûjours le plus haut qu'il est possible, & d'embrasser delà une étenduë infinie, traite maintenant ce sujet d'une maniere si generale, qu'il renferme dans cette vaste enceinte, non seulement toutes les idées qui lui sont particulieres, mais encore toutes celles que d'autres ont euës, & peut-être même toutes celles qu'ils pourroient avoir.

Tout mouvement se fait dans un Milieu, dans l'air, dans l'eau, &c. Ce Milieu *résiste* à se laisser diviser & penetrer par le Corps mû, ou ce qui est la même chose, ce Corps trouve une certaine difficulté à en déplacer les parties. Il s'agit de sçavoir combien sa vitesse est diminuée à chaque instant par cette difficulté ou résistance. Pour le sçavoir, il est clair qu'il faut connoître, 1°. Quelle est à chaque instant la vitesse *primitive* du Corps mû, c'est-à-dire, celle qu'il auroit par lui-même, si le Milieu ne lui faisoit aucune résistance. 2°. Selon quelle proportion le Milieu résiste. M. Varignon suppose ces deux connoissances données en general, l'une par une *Courbe* quelconque *des vitesses primitives*, c'est-à-dire, qui represente par ses Ordonnées les vitesses de tous les instans d'un Mouvement varié quel qu'il soit, l'autre par une *Courbe* quelconque *des Résistances instantanées*, c'est-à-dire, dont les Ordonnées croissent ou décroissent comme font à chaque instant les Résistances du Milieu. Par le moïen de ces deux Courbes, il en faut trouver deux autres, qui representent par leurs Ordonnées, l'une *les vitesses perduës* à chaque instant, l'autre *les vitesses qui restent*. Il est bon de remarquer que la résistance de chaque instant étant toûjours égale à la perte de vitesse qu'elle cause, & par consequent la somme des vitesses perduës depuis le commencement de mouvement jusqu'à un instant quelconque,

toûjours égale à la somme des résistances qui ont agi jusqu'à cet instant, la Courbe des vitesses perduës peut aussi être appellée la *Courbe des Résistances totales*, ou qui ont agi jusque-là.

M. Varignon dispose les deux Courbes données sur un même Axe, & veut, ce qui est tres-naturel, & presque necessaire, que les parties infiniment petites de cet axe representent les instans du mouvement, & soient égales entre elles. Il veut aussi que les deux Courbes qu'il cherche soient disposées sur ce même axe, ce qui est toûjours possible, & par consequent les Abscisses des 4 Courbes, les Infiniment petits de ces Abscisses seront les mêmes. Reste à trouver les Infiniment petits des Ordonnées des deux Courbes que l'on cherche.

Quoique la vitesse perduë d'un instant quelconque, & la vitesse restante qui lui répond, puissent être & soient presque toûjours deux grandeurs tres-differentes, leur infiniment petit est le même, car il est clair que dans un instant quelconque, la vitesse perduë, qui necessairement croît toûjours, ne peut croître d'une certaine quantité infiniment petite, que la vitesse restante de ce même instant ne décroisse de la même quantité. Deux Ordonnées correspondantes des deux Courbes cherchées, auront donc toûjours le même infiniment petit, l'une en croissant, l'autre en décroissant; il ne faut plus que sçavoir quel il est. On a les infiniment petits des Ordonnées d'une Courbe, quand on sçait selon quelle proportion ils croissent ou décroissent, ceux des Abscisses correspondantes étant supposées constans, or ici les Ordonnées connuës de la Courbe des Résistances instantanées croissent ou décroissent en même proportion que les résistances de chaque instant, c'est-à-dire, que les infiniment petits des Ordonnées de la Courbe des vitesses perduës, ou de celle des vitesses restantes, donc on a ces infiniment petits avec ceux des Abscisses correspondantes que l'on avoit déja, donc en *intégrant* on a les Ordonnées elles-mêmes, c'est-à-dire, les deux Courbes que l'on cherchoit.

Delà naît à M. Varignon une formule generale, dans laquelle il n'y a qu'à metre telle Courbe que l'on voudra pour les vitesses primitives, telle Courbe que l'on voudra aussi pour les Résistances instantanées, & l'on n'aura plus besoin que de calcul pour avoir celles des vitesses perduës & des vitesses restantes.

Comme il faut necessairement descendre de cette immense universalité à quelque chose de moins universel, M. Varignon n'entreprend presentement de considerer que les Mouvemens primitivement uniformes, ce qui change aussi-tôt la Courbe des vitesses primitives en une simple ligne droite, & réduit tout ce qui doit être donné ou connu à la seule Courbe des Résistances instantanées. C'est sur celle-là qu'il fait beaucoup de suppositions differentes, pour enseigner l'art d'en tirer les deux autres Courbes, ou, ce qui est la même chose, les differens changemens que les Résistances du Milieu differemment reglées apporteroient à un Mouvement qui par lui-même auroit été uniforme. Il est évident qu'un Mouvement de cette nature, qui n'éprouveroit aucune résistance de la part du Milieu, parcourroit un espace infini dans un temps infini.

Si la résistance du Milieu étoit toûjours la même, quelle que fût la vitesse du Corps mû, il seroit impossible que cette vitesse diminuant toûjours, & la résistance ne diminuant point, la résistance ne se trouvât au bout d'un certain temps égale à la vitesse, ou, pour parler plus précisément, à la quantité de mouvement du Corps, & ne l'arrêtât entierement. C'est aussi ce que le calcul donne toûjours par la formule de M. Varignon, lorsqu'on suppose que la Résistance est constante, ou que la Courbe des Résistances instantanées est une ligne droite. Mais cette hypothêse n'est nullement vrai-semblable. La Résistance se proportionne toûjours à la vitesse, elle est d'autant plus grande que la vitesse l'est aussi, & en effet nous voïons que quand la vitesse est à un certain degré, un Milieu fluide fait une si grande résistance qu'il tient lieu d'un

appui ſolide. C'eſt par ce principe que les Oiſeaux volent dans l'air, & que les Poiſſons nagent dans l'eau. Mais la réſiſtance peut ſe regler ſur la viteſſe en differentes manieres, & il y en a trois plus apparentes que toutes les autres.

La réſiſtance peut ſe regler ſimplement ſur la viteſſe, de ſorte que ſi dans le premier inſtant du mouvement, la réſiſtance eſt, par exemple, la 10me partie de la viteſſe initiale, elle ſera encore dans le ſecond inſtant la 10me partie de la viteſſe reſtante, c'eſt-à-dire, de la viteſſe initiale diminuée d'une 10me partie, elle ſera dans le troiſiéme inſtant la 10me partie de la viteſſe de cet inſtant, c'eſt-à-dire, de la viteſſe du ſecond diminuée d'une 10me partie, &c.

Mais puiſque la réſiſtance du Milieu conſiſte dans la difficulté que le Corps mû trouve à en déplacer les parties, il paroît qu'elle doit ſuivre, non la viteſſe ſimplement, mais les quarrés de la viteſſe, car le corps doit avoir d'autant plus de difficulté à déplacer les parties du Milieu qu'il les déplace plus vîte, & plus il les déplace vîte, plus il en déplace une grande quantité à la fois, & dans le même temps, ce qui fait une raiſon doublée, ou les quarrés de la viteſſe.

On peut encore penſer qu'outre la réſiſtance qui ſuit les quarrés de la viteſſe, le Milieu en apporte une autre qui vient de la viſcoſité de ſes parties, d'une certaine glu qui les tient comme colées enſemble, & que la plûpart des Phyſiciens admettent même dans l'eau. La réſiſtance de cette viſcoſité ne ſe proportionnera qu'au nombre des parties qu'il faudra détacher, & par conſequent à la ſimple viteſſe, car plus le Corps mû ira vîte, plus il trouvera de ces parties à ſéparer les unes d'avec les autres. Selon cette troiſiéme idée qui s'ajoute à la ſeconde, la réſiſtance ſeroit donc exprimée par une ſomme faite de la viteſſe, & de ſon quarré, & diminuëroit toûjours comme cette ſomme.

Voilà les trois hypothêſes les plus vrai-ſemblables. La

premiere eſt celle qui l'eſt le moins, & la troiſiéme celle qui l'eſt le plus. M. Varignon les éprouve toutes trois par ſa Coupelle algebrique, ſi l'on peut parler ainſi, c'eſt-à-dire, qu'il les preſente à ſa formule generale, & voit les conſequences qui en naiſſent. Si la réſiſtance ſuit la viteſſe ſimplement, le Corps qui par ſon mouvement uniforme auroit dû parcourir dans un temps infini un eſpace infini, n'en parcourra qu'un fini, ou, ce qui revient au même, il y aura à une diſtance finie du point où il eſt parti un Terme où il ne pourra jamais arriver dans aucun temps fini, quelque grand qu'il puiſſe être. Si la réſiſtance ſuit les quarrés de la viteſſe, le Corps parcourra dans un temps infini un eſpace infini, ainſi qu'il auroit fait par ſon mouvement uniforme, mais un eſpace infini moindre. Si la réſiſtance ſuit la ſomme de la viteſſe & de ſon quarré, c'eſt la même choſe que dans le premier cas.

Ces conſequences, quoique geometriquement démontrées, n'en ſont pas moins ſurprenantes, ſoit par elles-mêmes, ſoit par la difference qui eſt entre elles, & qui ne paroît guere proportionnée à la difference des ſuppoſitions. La Geometrie rend ces verités ſûres, ſans ſe mettre en peine de les rendre probables, & nous avons crû que pour ne laiſſer rien à deſirer, il ſeroit aſſés à propos d'en faire voir la probabilité, par le moyen d'une certaine Metaphiſique qui éclaire, tandis que la Geometrie convainc.

* P. 49. Nous avons dit dans l'Hiſt. de 1706 * que la ſomme de tous les termes de la Progreſſion harmonique décroiſſante à l'infini, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, &c. eſt infinie, & que la ſomme de toute Progreſſion geometrique infinie décroiſſante, telle que $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, &c. n'eſt que finie; mais nous n'en avons pas dit la raiſon. Ce n'eſt point parce qu'il y a plus de termes dans la Progreſſion harmonique, que dans la geometrique, qui n'a aucun terme qui ne ſoit dans l'harmonique, & manque de pluſieurs qui y ſont, cette difference n'iroit qu'à rendre les deux ſommes infinies inégales, ce qui eſt poſſible, celle de la Progreſſion harmonique

la

la plus grande. Il faut aller plus loin pour découvrir la veritable cause.

De la divisibilité à l'infini, que je suppose constante & reçûë, il suit necessairement qu'un Tout fini quelconque, un Pied, par exemple, est un composé de fini & d'infini. Ce Pied est fini entant qu'il n'est qu'un Pied, mais il est infini entant qu'il contient une infinité de parties dans lesquelles il est divisible aussi-bien qu'en 12 pouces, & qu'il contient par consequent aussi réellement que ces 12 pouces. Si ces parties dont le nombre est infini sont conçûës séparées les unes des autres, elles feront une *Serie* ou suite infinie, & cependant leur somme ou leur assemblage ne fera qu'un Pied. Il est donc déja tres-possible & tres-naturel, qu'une Serie composée d'un nombre infini de termes, ne fasse qu'une somme finie; seulement il faut n'y mettre que des termes tels, qu'ils puissent tous séparément les uns des autres être parties d'un même tout fini. Or c'est ce qui arrive dans la Serie qu'on appelle Progression geometrique décroissante à l'infini, par exemple, dans $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ &c. Car il est visible que si l'on prend d'abord $\frac{1}{2}$ d'un pied, ensuite $\frac{1}{2}$ de ce qui reste, ou $\frac{1}{4}$ d'un pied, ensuite $\frac{1}{2}$ de ce qui reste encore, ou $\frac{1}{8}$ d'un pied, on procedera à l'infini en prenant toûjours de nouvelles moitiés décroissantes, toutes *distinctes* les unes des autres, & qui toutes ensemble ne feront que le Pied.

Dans cet exemple non seulement on ne prend que des parties qui étoient dans le Tout séparément les unes des autres, mais on prend toutes celles qui y étoient, & delà vient que leur somme refait précisément le Tout. Mais si l'on suivoit cette progression geometrique $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{27}$ &c. c'est-à-dire, que l'on prît d'abord $\frac{1}{3}$ d'un Pied, ensuite sur ce qui resteroit $\frac{1}{9}$ d'un Pied, ensuite sur ce qui resteroit encore $\frac{1}{27}$ d'un Pied, &c. il est bien vrai que l'on ne prendroit point de parties qui ne fussent séparément les unes des autres dans le Pied, mais on ne prendroit pas toutes celles qui y seroient, puisqu'on ne prendroit que des tiers qui sont de plus petites parties que des moitiés. Par con-

ſequent tous ces tiers décroiſſans, quoiqu'en nombre infini, ne referoient pas le Tout, & il eſt démontré qu'ils n'en feroient que la moitié. De même tous les quarts décroiſſans à l'infini en feroient le tiers, toutes les centiémes parties en feroient la quatre-vingt-dix-neuviéme, de ſorte que la ſomme infinie d'une progreſſion geometrique décroiſſante, non-ſeulement eſt toûjours finie, mais peut être plus petite que quelque grandeur finie que l'on veüille aſſigner.

Que ſi une Serie infinie décroiſſante exprime des parties qui ne puiſſent pas être dans un Tout ſéparément les unes des autres, mais telles que pour prendre leurs valeurs, il falût ſuppoſer la même quantité priſe pluſieurs fois dans un même Tout, alors la ſomme de ces parties doit faire plus que le Tout, & elle ſera infiniment plus, c'eſt-à-dire, que la Serie ſera infinie, ſi la même quantité priſe pluſieurs fois, l'eſt une infinité de fois. En ſuivant la Progreſſion harmonique $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ &c. ſi l'on prend $\frac{1}{2}$ d'un Pied ou 6 pouces, enſuite 4 pouces, il eſt clair qu'on ne peut plus prendre $\frac{1}{4}$ de Pied, ou 3 pouces, ſans prendre 1 pouce de plus qu'il n'y en a dans le Pied, & par conſequent ſans prendre une ſeconde fois un pouce déja pris. Puiſque le Tout eſt déja plus qu'épuiſé par les trois premiers termes de la progreſſion, on ne peut plus prendre les termes ſuivans, ſans prendre quelque choſe de ce qui a déja été pris, & comme ils ſont en nombre infini, il eſt fort poſſible que par-là une même quantité finie ſoit repetée un nombre infini de fois, ce qui rendra la ſomme de la progreſſion infinie.

Je dis ſeulement qu'*il eſt poſſible*, car outre que je ne veux ici que faire voir la poſſibilité qu'il y a de deux Series infinies, l'une faſſe une ſomme finie; l'autre une infinie, il eſt vraï qu'il peut y avoir telle autre Serie, où les premiers termes ayant épuiſé le Tout, les ſuivans, quoiqu'en nombre infini, ne feroient qu'une ſomme finie. Et en effet dés qu'il eſt démontré par les progreſſions geometriques qu'il y a des Series qui font moins que le

Tout, & moins à l'infini, il faut qu'il y en ait qui faſſent plus à l'infini, & enfin infiniment plus.

Il n'y a point de Serie de Nombres, qui ne puiſſe être exprimée par des Lignes qui ſuivront la même raiſon, & qui pourront être les Ordonnées d'une Courbe, diſpoſées ſur un Axe. Par conſequent ſi les Ordonnées d'une Courbe ſont décroiſſantes & en progreſſions geometrique, elles ne feront toutes enſemble qu'une ſomme finie, & d'ailleurs l'Axe ſera infini, puiſque la derniere Ordonnée doit être Zero, & que dans une progreſſion geometrique décroiſſante Zero ne peut être qu'à une diſtance infinie de quelque terme que ce ſoit. La ſomme des Ordonnées d'une Courbe eſt la même choſe que l'eſpace curviligne qu'elle renferme, cet eſpace ſera donc fini, quoiqu'étendu à l'infini ainſi que l'axe. On a un exemple de ce Paradoxe dans la Logarithmique, dont les Ordonnées ſont en progreſſion geometrique décroiſſante. Tout le monde ſçait que l'eſpace curviligne de l'Hiperbole entre les Aſimptotes eſt infini auſſi-bien qu'étendu à l'infini, ce qui eſt plus naturel, mais auſſi les Ordonnées décroiſſantes de l'Hiperbole ne ſont pas en progreſſion geometrique.

Il a été dit dans l'Article précedent* que l'eſpace parcouru par un Corps étoit toûjours proportionnel à la ſomme de toutes les viteſſes qui le lui avoient fait parcourir à chaque inſtant, ou, ce qui eſt la même choſe, à l'eſpace curviligne d'une Courbe dont les Ordonnées repreſenteroient toutes ces viteſſes. Il ne faut donc plus pour voir quel ſeroit l'eſpace parcouru par un mouvement que retarderoit la réſiſtance du Milieu, que déterminer quelles ſeroient dans les differentes hypothêſes de la réſiſtance, les Courbes des viteſſes reſtantes à chaque inſtant, car ce ſont ces viteſſes qui agiſſent.

* p. 134. 135.

Si la réſiſtance ſuit ſimplement la viteſſe, & qu'elle en ſoit, par exemple, la 10 partie, on trouvera tres-facilement par un ſimple calcul d'Arithmetique que la viteſſe du premier inſtant étant 1 ou $\frac{10}{10}$, celle du ſecond ſera $\frac{9}{10}$.

celle du troisiéme $\frac{81}{100}$, celle du quatriéme $\frac{729}{1000}$ &c. Or $\frac{81}{100}$ est le quarré de $\frac{9}{10}$, $\frac{729}{1000}$ en est le cube &c, & par consequent les vitesses restantes suivront une progression geometrique décroissante, leur Courbe sera une Logarithmique, leur forme sera finie, & l'Axe infini, c'est-à-dire que l'espace parcouru par le Corps, quoiqu'en un temps infini, ne sera que fini.

Si la résistance suit les quarrés de la vitesse, & que comme dans l'exemple & dans l'hypothêse précédente, elle retranche la 10me partie de la vitesse initiale, les vitesses des deux premiers instans seront donc comme 10 & 9, & les résistances comme 100 & 81, d'où il suit que la résistance qui de 100 devient 81 diminuë plus que la vitesse qui de 10 devient 9, ou, ce qui est la même chose, de 100, 90. Dans l'hypothêse précédente, la résistance toûjours proportionnée à la vitesse faisoit que les vitesses restantes étoient en progression géometrique, ici elles n'y doivent plus être, puisque la résistance diminuë selon une plus grande proportion que la vitesse. Les vitesses restantes doivent en même temps être ici plus grandes qu'elles n'étoient, car elles sont moins diminuées par une moindre résistance, & par consequent il n'est pas étonnant qu'elles fassent une somme infinie, & soient representées par les Ordonnées d'une Hiperbole, qui forment l'espace Asimptotique infini, aussi bien qu'étendu à l'infini. Le Corps mû parcourra donc par sa vitesse toûjours décroissante un espace infini dans un temps infini, ainsi qu'il auroit fait par son mouvement uniforme, mais l'un de ces espaces infinis sera moindre que l'autre, en même raison que l'espace Asimptotique infini pris depuis une Ordonnée qui representera la vitesse initiale, est moindre que le rectangle fait de cette Ordonnée & de l'Axe infini.

Si la résistance suit la somme de la vitesse, & de son quarré, c'est-à-dire, si, par exemple, les vitesses des deux premiers instans sont comme 10 & 9, & les résistances comme 110 & 90, ou 11 & 6, il est visible que la résistance diminuëra plus que la vitesse, aussi bien que dans la

seconde hypothêse, mais qu'elle ne diminuëra pas selon une si grande proportion, car le rapport de 100 à 81 est plus grand que celui de 11 à 9. Les vitesses restantes diminuées par une plus grande résistance seront donc moindres, & cela fait entrevoir la possibilité que leur Serie infinie ne fasse qu'une somme finie. Il se trouve en effet par le calcul qu'elles en font une, quoiqu'elles ne soient pas en progression Geometrique, & delà il suit que le Corps mû ne parcourt en un temps infini qu'un espace fini.

Dans ces trois hypothêses le mouvement ne s'éteint par la résistance du Milieu qu'au bout d'un temps infini, ou, ce qui est la même chose, ne s'éteint point, par-là il paroît qu'aucune des trois n'est parfaitement conforme à la Nature, car quel est le mouvement qui au bout d'un certain temps ne s'amortisse tout à fait dans un Milieu qui lui résiste toûjours? Sur cela on pourroit penser qu'un mouvement d'une certaine lenteur est phisiquement nul, quoiqu'il subsiste geometriquement, de même qu'en divisant une Ligne quelconque en moitiés décroissantes on n'arriveroit jamais geometriquement à son extrémité, quoiqu'on y fût arrivé sensiblement & phisiquement, dés qu'il ne resteroit plus que des parties d'une certaine petitesse. Si l'on veut appliquer cette idée au sujet dont il s'agit ici, l'erreur geometrique sera phisiquement plus insensible, lorsque dans un temps infini l'espace sera fini, que lorsqu'il sera infini, car dans ce second cas le Mobile n'a point de terme où il se doive arrêter, au lieu que dans le premier il en a un où, à la verité, il ne doit jamais arriver, mais dont il doit s'approcher toûjours; or quand il s'en sera approché jusqu'à un certain point, il y sera phisiquement arrivé, & cessera sensiblement de se mouvoir. La premiere & la troisiéme hypothêse produisent également cette consequence, mais puisque la troisiéme est d'ailleurs la plus vrai semblable des trois, elle doit encore par cette raison avoir une entiere préference.

Ce n'est pas qu'elles soient les seules qu'on puisse imaginer, on en trouvera une infinité d'autres en reglant la résistance sur la raison directe ou renversée des puissances parfaites ou imparfaites de la vitesse, mais ces hypothêses seront plûtôt geometriques que phisiques, c'est-à-dire, propres à faire naître des Courbes singulieres, ou à fournir des exemples des finesses du Calcul, & non pas conformes à ce que nous connoissons de la Nature. Cependant sur ces hypothêses geometriques, il y a deux remarques à faire.

1°. Elles se trouvent quelquefois les mêmes que d'autres hypothêses très-phisiques. Ainsi supposer la résistance du Milieu constante, quelle que soit la vitesse du Corps mû, c'est la même chose que supposer qu'un Corps se meut dans un milieu qui ne résiste point, & qu'il y a une force constante qui s'oppose à son mouvement. Or c'est ce qui arrive selon l'hypothêse ordinaire de sa Pesanteur, lorsqu'un Corps est jetté de bas en haut. Aussi tout ce qui s'ensuit du Sistême de Galilée pour un Corps jetté de bas en haut, s'ensuit pareillement pour un Corps mû dans un Milieu dont la résistance seroit constante; dans l'un & dans l'autre cas, la vitesse s'éteint en un temps fini, l'espace parcouru jusqu'à l'extinction de la vitesse n'est que la moitié de celui qui l'auroit été sans la résistance du Milieu, ou sans la Pesanteur &c. On voit par-là que ces hypothêses purement geometriques ne sont pas toûjours si peu physiques ou si inutiles qu'elles le paroissoient d'abord, & qu'en prenant la route d'une speculation qui peut sembler vaine, on se retrouve dans des verités d'usage.

2°. Toutes les connoissances que nous avons du mouvement de la Physique, nous persuadent que dans un Milieu qui résiste il doit absolument s'éteindre au bout d'un certain temps, cependant cette extinction absoluë n'arrive dans aucune des hypothêses que nous appellons physiques, & elle ne se trouve que dans quelques-unes des geometriques, par exemple, dans celles où la résistance suivroit la raison renversée des puissances quelconque

de la viteſſe, car il eſt clair que ſi la viteſſe eſt éteinte au bout d'un certain temps par une réſiſtance conſtante, à plus forte raiſon le ſeroit-elle par une réſiſtance qui croîtroit à meſure que la viteſſe diminuëroit, & qui croîtroit même ſelon une plus grande raiſon que la viteſſe ne diminuëroit.

Juſqu'ici nous n'avons reglé la réſiſtance que ſur la viteſſe, & c'eſt en effet la ſeule idée qui ſoit naturelle, mais M. Varignon fait voir par beaucoup d'autres hypothêſes purement geometriques l'uſage immenſe de ſa Theorie univerſelle. Il ſuppoſe, par exemple, que la réſiſtance ſuivie ou les temps écoulés, ou ceux qui ſe doivent écouler juſqu'à la fin du mouvement, ou les eſpaces parcourus, ou ceux qui reſtent à parcourir, ou les arcs de la Courbe des viteſſes reſtantes correſpondans aux eſpaces parcourus, ou les arcs de cette même Courbe correſpondans aux eſpaces qui reſtent à parcourir &c. & tout cela fournit une ample moiſſon de la Geometrie.

Les deux Remarques qui viennent d'être faites ſur les hypothêſes purement geometriques où la réſiſtance ſe regle ſur la viteſſe, ont encore lieu à l'égard de celles-ci. Quand on ſuppoſe, par exemple, que les réſiſtances ſont en raiſon des eſpaces qui reſtent à parcourir juſqu'à l'entiere extinction des viteſſes, cette hypothêſe ſi biſarre en apparence eſt la même que cette autre ſi ſimple & ſi naturelle, que les réſiſtances ſont en raiſon des viteſſes. Il en va de même de quelques autres hypothêſes, qui ſe preſentent, pour ainſi dire, ſous une figure monſtrueuſe, & ſe démaſquent par la Methode de M. Varignon. Quelques unes produiſent auſſi l'extinction abſoluë de la viteſſe, & n'ont rien d'ailleurs de conforme à la Phyſique, & il ſemble qu'il y ait à cela quelque eſpece de fatalité.

SUR LES MINES.

V. les M. p. 55. * p. 9. & suiv.

IL a déja été dit dans l'Hist. de 1702 * que le ressort de l'Air est le principe des plus surprenans effets de la Poudre à canon. M. Chevalier ayant à traiter des Mines, a suivi la même idée, mais en la fortifiant par des preuves nouvelles, & en lui donnant une plus grande étenduë, qui devient elle-même une espece de preuve. Il a même calculé la force de la poudre pour enlever des poids, par exemple, les Terres qu'on fait sauter quand des Mines joüent, mais nous ne nous y arrêterons pas, parce que tout cela n'a nul besoin d'éclaircissement. Nous marquerons seulement que les principes de ce calcul sont d'un côté, la quantité d'air qui doit être dans une certaine quantité de poudre, soit répandu entre les grains, soit intimement mêlé dans leur substance propre, le poids que l'air est capable de soûtenir dans son état moïen, l'augmentation d'un tiers que reçoit la force de son ressort par la chaleur de l'eau boüillante, l'augmentation au moins cent fois plus grande qu'il doit recevoir par la chaleur du feu; de l'autre côté, tout ce qui se perd de cette force, soit parce qu'elle n'est pas simplement emploïée à enlever un poids, mais à l'enlever avec une certaine vitesse, & de plus à rompre la liaison des parties qu'il faut necessairement qu'elle separe, & de plus encore fort souvent à comprimer & à fouler inutilement des Terres qu'elle ne peut enlever aux côtés & au fond de la Mine, soit parce qu'une partie de l'effort de la poudre se dissipe par le canal qui porte le feu, soit parce qu'elle a encore à surmonter la pesanteur de toute la Colonne correspondante de l'Atmosphere, & à lui imprimer une grande vitesse &c.

Quand une Mine est chargée d'une trop grande quantité de poudre, les terres sautent au loin avec violence, & il reste un grand trou, dont assés souvent les Ennemis

peuvent

peuvent se servir, en y faisant un logement. Il faut remarquer que ce trou est cilindrique, ou en forme de Puits. Mais quand la Mine est chargée à propos, les terres qui ne sautent pas si loin, retombent dans le trou qu'elle a fait, & par-là le rendent inutile aux Ennemis. Il a la forme d'un Cone, dont le sommet seroit au centre de la Mine, & l'on sçait par experience que la proportion la plus avantageuse que puisse avoir ce Cone, pour recevoir toutes les terres qui retombent, est que sa hauteur soit égale au rayon de sa base.

Si l'on demande d'où vient en ces deux cas la difference des figures, voici ce qui se peut imaginer. Je suppose pour plus de simplicité une Mine cubique dont il n'y ait que la face superieure qui puisse être enlevée, les cinq autres étant inébranlables. Cette face superieure est appuïée sur les quatre laterales, & quand la poudre en commençant à s'enflamer viendra à faire contre elle son premier effort, elle le fera plus grand, ou plutôt avec plus d'avantage vers le milieu, que par tout ailleurs, parceque la distance des appuis y est plus grande, ou les bras de Levier plus long. Je veux que la poudre soit en assés petite quantité & encore assés peu enflamée, pour ne pouvoir ébranler la face superieure sans le secours qu'elle tire de la longueur du bras du levier par lequel elle agit. Il y aura donc à ce milieu un petit cercle qui commencera à s'ébranler. Dans le second instant, la poudre continuant à s'enflamer, & acquerant plus de force, ébranlera un cercle superieur & contigu au premier & plus grand, parcequ'elle n'aura pas besoin pour agir d'un si long bras de levier, & ainsi de suite, jusqu'à ce que toute la poudre se soit enflamée, ou ait acquis sa plus grande force, les cercles iront toûjours en croissant, & le plus grand de tous sera à la surface de la Terre, ce qui produit necessairement la figure Conique du trou. Mais si la quantité de la poudre dont la Mine est chargée, est plus grande, elle aura assés de force pour agir indépendamment du bras de levier, elle ébranlera & enlevera dés

son premier effort toute la face superieure de la Mine, horsmis peut-être les angles, & par consequent tout ce qui sera au-dessus de cette face & aura la même étenduë. Delà vient le trou Cilindrique.

Comme il est à propos que les terres retombent dans le trou, il faut faire ensorte qu'il soit d'une figure Conique, & de la plus parfaite qu'il se puisse par rapport à cet effet, c'est à dire qu'il ne faut charger la Mine que d'une certaine quantité de poudre assés juste. Pour cela, la methode de M. Chevalier est de chercher par les regles ordinaires le poids d'un Cone de terre, telle que sa hauteur fût égale au rayon de sa base, aprés quoi l'on trouve la quantité de poudre necessaire pour l'enlever; mais comme cette quantité varie selon les differentes terres, qu'il faut plus de poudre, par exemple, pour enlever de vieille maçonnerie bien liée, ou même de l'Argile, que de la terre remuée, M. le Maréchal de Vauban avoit fait sur cela des experiences fondamentales, que M. le Chevalier rapporte, & qui donnent tout ce qu'on peut desirer pour égaler à un Cone de quelque terre que ce soit la quantité de poudre dont on aura besoin. Déterminer une Mine à faire un trou Conique, & non pas Cilindrique, & Conique dans une certaine proportion de la hauteur au rayon de la base, auroit peut-être paru du premier coup d'œil un Problême assés bisarre.

MOnsieur des Billettes a continué la Description de l'Art du Doreur de Livres commencée l'année precedente, il y a ajoûté celle de l'Art du Bateur d'or, & ensuite la maniere de faire le Sucre.

M. Jaugeon a donné la Description de l'Art de faire la Soye.

V. les M. p. 188.

NOus renvoyons aux Memoires
Une Machine de M. de la Hire pour retenir la

Roüe qui sert à élever un Mouton dans de grands Ouvrages.

Les Experiences de M. Parent sur la Résistance des Bois de Chêne & de Sapin. V. les M. p. 512

Une nouvelle construction des Pertuits par M. de la Hire. V. les M. p. 549.

MACHINES OU INVENTIONS

APPROUVÉES PAR L'ACADEMIE

DES SCIENCES PENDANT L'ANNÉE 1707.

I.

UNe espece de Moulin de l'invention de M. du Guet, placé aux côtés d'un Navire, pour faire joüer, par le mouvement que l'eau a par rapport au Vaisseau, plusieurs Pompes capables de tirer beaucoup d'eau, qui épargneront à l'Equipage la peine de pomper. On a trouvé que cette proposition étoit vraïe dans la speculation, qu'elle pouvoit être executée utilement en plusieurs rencontres, & que dans d'autres il pourroit y avoir des difficultés, sur quoi il seroit bon de consulter Messieurs de la Marine.

I I.

Une Chaise à Porteurs, inventée par M. l'Abbé *Wilin*, où la Mechanique est ingenieusement appliquée, pour faire que la Chaise, soit en montant, soit en descendant un Escalier, prenne telle situation, droite ou panchée, que voudra la personne qui sera dedans.

I I I.

Une Machine pour remonter des Bateaux, inventée par M. Lavier, qui a paru fort bien entenduë, & nouvelle, quoiqu'il emploïe des especes de Crocs qui s'appuïent contre le fond de la Riviere, ce qui a déja été proposé par plusieurs autres. Il a paru encore que le mouvement

ſeroit lent, & que les frotemens, & le choc de l'eau qu'il faudroit ſurmonter, feroient perdre une partie de la force des Hommes, qui feroient mouvoir la Machine.

IV.

Une Machine de M. de la Garouſte pour faire mouvoir quatre Moulins à blé tout à la fois, qui n'a paru qu'une application induſtrieuſe de ſon levier, qui travaille en allant & venant, & du reſte ne doit donner aucun avantage.

V.

*p. 138.

Le Paraſol ou Parapluïe de M. Marius, dont il a été parlé dans l'Hiſt. de 1705.* perfectionné par ſon Inventeur, auſſi grand, auſſi ſolide, & auſſi aiſé à tendre que ceux qui ſont en uſage, & cependant n'ayant, lorſqu'il eſt plié, qu'un demi pié de long, & un pouce & demi de diametre, & ne peſant qu'environ quatre onces.

VI.

Une Tente d'Armée à Pavillon du même Inventeur, plus parfaite auſſi que celle dont il a été parlé au même endroit de l'Hiſt. de 1705. Elle eſt plus ferme que les autres, & étant faite de Coutil, & ayant 10 pieds en quarré, elle ſe peut replier en un volume de 5 piés ½ de long, & de demi pié de diametre, & ne peſe qu'environ 40 liv. Un ſeul homme peut la tendre, & la porter toute tenduë d'un lieu à un autre. Le grand vent aide à la tendre, loin d'y nuire. Il ſe forme une eſpece de grenier dans le haut.

VII.

Une Epée de M. de la Chaumette, qui ſert de Bayonnette au bout du Fuſil, & d'Eſponton au bout de la Canne, par un anneau au pommeau, & une écrouë à la garde.

ELOGE

DE M. REGIS.

PIERRE SILVAIN REGIS nâquit en 1632 à la Salvetat de Blanquefort dans le Comté d'Agenois. Son Pere vivoit noblement, & étoit assés riche, mais il eut beaucoup d'Enfans, & M. Regis qui étoit un des cadets se trouva avec peu de bien.

Aprés avoir fait avec éclat ses Humanités & sa Philosophie chés les Jesuites à Cahors, il étudia en Theologie dans l'Université de cette Ville, parcequ'il étoit destiné à l'Etat Ecclesiastique, & il se rendit si habile en 4 ans que le Corps de l'Université le sollicitant de prendre le Bonnet de Docteur, lui offrit d'en faire tous les frais. Mais il ne s'en crut pas digne, qu'il n'eût étudié en Sorbonne à Paris. Il y vint, mais s'étant dégoûté de la longueur excessive de ce que dictoit un celebre Professeur sur la seule question de l'heure de l'institution de l'Eucharistie, & ayant été frapé de la Philosophie Cartesienne qu'il commença à connoître par les Conferences de M. Rohaut, il s'attacha entierement à cette Philosophie, dont le charme, indépendamment même de la nouveauté, ne pouvoit manquer de se faire sentir à un esprit tel que le sien. Il n'avoit plus que 4 ou 5 mois à demeurer à Paris, & il se hâta de s'instruire sous M. Rohaut, qui de son côté, zelé pour sa doctrine, donna tous ses soins à un Disciple qu'il croïoit propre à la répandre.

M. Regis étant parti de Paris avec une espece de mission de son Maître, alla établir la nouvelle Philosophie à Toulouse par des Conferences publiques qu'il commença d'y tenir en 1665. Il avoit une facilité agréable de parler, & le don d'amener les matieres abstraites à la portée

de ses Auditeurs. Bien-tôt toute la Ville fut remuée par le nouveau Philosophe, Sçavans, Magistrats, Ecclesiastiques, tout accourut pour l'entendre, les Dames même faisoient partie de la foule, & si quelqu'un pouvoit partager avec lui la gloire de ce grand succés, ce n'étoit du moins que l'illustre Descartes, dont il annonçoit les découvertes. On soûtint une These de pur Cartesianisme en François, dédiée à une des premieres Dames de Toulouse, que M. Regis avoit renduë fort habile Cartesienne, & il présida à cette These. On n'y disputa qu'en François, la Dame elle-même y résolut plusieurs difficultés considerables, & il semble qu'on affectât par toutes ces circonstances de faire une abjuration plus parfaite de l'ancienne Philosophie. M[rs] de Toulouse, touchés des instructions & des lumieres que M. Regis leur avoit apportées, lui firent une pension sur leur Hôtel de Ville, évenement presque incroïable dans nos mœurs, & qui semble appartenir à l'ancienne Grece.

M. le Marquis de Vardes, alors exilé en Languedoc, étant venu à Toulouse, y connut aussi-tôt M. Regis, & l'obtint de la Ville avec quelque peine pour l'emmener avec lui dans son Gouvernement d'Aigues-mortes. Là, il se l'attacha entierement par l'estime, par l'amitié, & par le merite qu'il lui fit voir, &, ce qui est à la gloire de l'un & de l'autre, il n'eut pas besoin de se l'attacher par d'autres moyens, qui passent ordinairement pour plus efficaces. Il tâcha de s'occuper avec lui, ou plutôt de s'amuser de la Philosophie Cartesienne, & comme il avoit brillé par l'esprit dans une Cour tres-délicate, peut-être le Philosophe ne profita-t-il pas moins du commerce du Courtisan, que le Courtisan de celui du Philosophe. L'un de ces deux differens caracteres est ordinairement composé de tout ce qui manque à l'autre.

M. de Vardes alla à Montpellier en 1671, & M. Regis qui l'y accompagna y fit des Conferences avec le même applaudissement qu'à Toulouse. Mais enfin tous les grands talens doivent se rendre dans la Capitale, M. Regis y vint

en 1680, & commença à tenir de ſemblables Conferences chés M. Lémery, membre aujourd'hui de cette Academie. Le concours du monde y fut ſi grand, qu'une maiſon de particulier en étoit incommodée, on venoit s'y aſſurer d'une place long-temps avant l'heure marquée pour l'ouverture, & peut-être la ſeverité de cette Hiſtoire ne me défend-elle pas de remarquer qu'on y voïoit tous les jours le plus agréable Acteur du Theatre Italien, qui hors delà cachoit ſous un Maſque & ſous un badinage inimitable l'eſprit ſerieux d'un Philoſophe.

Il ne faut pas trop réüſſir; les Conferences avoient un éclat qui leur devint funeſte. Feu M. l'Archevêque de Paris, par déference pour l'ancienne Philoſophie, donna à M. Regis un ordre de les ſuſpendre, déguiſé ſous la forme de conſeil ou de priere, & envelopé de beaucoup de loüanges. Ainſi le Public fut privé de ces Aſſemblées au bout de ſix mois, & au milieu de ſon goût le plus vif, & l'on ne fit peut-être, ſans en avoir l'intention, que prévenir ſon inconſtance, & augmenter ſon eſtime pour ce qu'il perdoit.

M. Regis plus libre ne ſongea plus qu'à faire imprimer un Siſtême general de Philoſophie, qu'il avoit composé, & qui étoit le principal ſujet de ſon voyage à Paris. Mais cette impreſſion fut traverſée auſſi pendant 10 ans. Enfin à force de temps & de raiſon toutes les oppoſitions furent ſurmontées, & l'Ouvrage parut en 1690 ſous ce titre, *Siſtême de Philoſophie contenant la Logique, la Metaphiſique, la Phiſique, & la Morale*, en 3 Volumes in 4°.

L'avantage d'un Siſtême general, eſt qu'il donne un ſpectacle plus pompeux à l'Eſprit, qui aime toûjours à voir d'un lieu plus élevé, & à découvrir une plus grande étenduë. Mais d'un autre côté c'eſt un mal ſans remede que les objets vûs de plus loin & en plus grand nombre le ſont auſſi plus confuſément. Differentes parties ſont liées pour la compoſition d'un Tout, & fortifiées mutuellement par cette union, mais chacune en particulier eſt traitée avec moins de ſoin, & ſouffre de ce qu'elle eſt

partie d'un Sistême general. Une seule matiere particuliere bien éclaircie satisferoit peut-être autant, sans compter que dés-là qu'elle seroit bien éclaircie, elle deviendroit toûjours assés generale. Si l'on considere la gloire de l'Auteur, il ne reste gueres à qui entreprend un pareil ouvrage, que celle d'une compilation judicieuse, & quoiqu'il puisse, comme M. Regis, y ajoûter plusieurs idées nouvelles, le Public n'est gueres soigneux de les démêler d'avec les autres.

Engagé comme il l'étoit à défendre la Philosophie Cartesienne, il répondit en 1691 au Livre intitulé : *Censura Philosophiæ Cartesianæ*, sorti d'une des plus sçavantes mains de l'Europe, & feu M. Bayle, tres-fin Connoisseur, ayant vû cette Réponse jugea qu'elle devoit servir de modele à tout ce qu'on en feroit à l'avenir pour la même cause. L'année suivante M. Regis se défendit lui-même contre un habile Professeur de Philosophie, qui avoit attaqué son Sistême general. Ces deux Réponses qu'il se crut obligé de donner en peu de temps, & une augmentation de plus d'un tiers qu'il avoit faite immediatement auparavant à son Sistême dans le temps même qu'on l'imprimoit, lui causerent des infirmités qui n'ont fait qu'augmenter toûjours dans la suite. La Philosophie elle-même a ses passions & ses excés qui ne demeurent pas impunis.

M. Regis eut à soûtenir encore de plus grandes contestations. Il avoit attaqué dans sa Phisique l'explication que le P. Mallebranche avoit donnée dans sa Recherche de la Verité de ce que la Lune paroît plus grande à l'Horizon qu'au Meridien. Ils écrivirent de part & d'autre, & la question principale se réduisit entre eux à sçavoir, si la grandeur apparente d'un objet dépendoit uniquement de la grandeur de son image, tracée sur la Retine, ou de la grandeur de son image, & du jugement naturel que l'Ame porte de son éloignement, de sorte que, tout le reste étant égal, elle le dût voir d'autant plus grand, qu'elle le jugeroit plus éloigné. M. Regis avoit pris le

premier

premier parti, le P. Mallebranche le second, & ce dernier soûtenoit qu'un Géant 6 fois plus haut qu'un Nain, & placé à 12 pieds de distance, ne laissoit pas de paroître plus haut que le Nain placé à 2 pieds, malgré l'égalité des images qu'ils formoient dans l'œil, & cela, parcequ'on voïoit le Géant comme plus éloigné, à cause de l'interposition de differens objets. Il nioit même à M. Regis que l'image de la Lune à l'Horizon fût augmentée par les refractions, du moins de la maniere dont elle auroit dû l'être par ce phenomene, & il ajoûtoit differentes experiences par lesquelles la Lune cessoit de paroître plus grande dés qu'elle étoit vûë de façon qu'on ne la jugeât pas plus éloignée. M. Regis cependant défendit toûjours son opinion, & comme les Ecrits, selon la coûtume de toutes les disputes, se multiplioient assés inutilement, le P. Mallebranche se crut en droit de terminer la question par la voïe de l'autorité, mais d'une autorité telle qu'on la pouvoit emploïer en matiere de science. Il prit une Attestation de 4 Geometres des plus fameux, qui déclarerent que *les preuves qu'il apportoit de son sentiment étoient démonstratives, & clairement déduites des veritables principes de l'Optique.* Ces Geometres étoient feu M. le Marquis de l'Hôpital, M. l'Abbé Catelan, M. Sauveur, & M. Varignon. M. Regis fit en cette occasion ce que lui inspira un premier mouvement de la nature, il tâcha de trouver des reproches contre chacun deux. Le Journal des Sçavans de l'an 1604 fut le Theatre de cette guerre.

Il le fut encore, du moins en partie, d'une autre guerre entre les mêmes adversaires. M. Regis dans sa Metaphisique avoit souvent attaqué celle du P. Mallebranche. Une de leurs principales contestations roula sur la nature des Idées, sur leur cause ou efficiente, ou exemplaire, matiere si sublime & si abstraite, que s'il n'est pas permis à l'Esprit humain d'y trouver une entiere certitude, ce sera pour lui une assés grande gloire d'avoir pû y parvenir à des doutes fondés & raisonnés. Les deux Metaphisiciens

agiterent encore, *si le plaisir nous rend actuellement heureux*, & se partagerent aussi sur cette question, qui paroît moins metaphisique. Comme les Ouvrages du P. Mallebranche lui avoient fait plusieurs Disciples habiles & zelés, quelques-uns écrivirent aussi contre M. Regis, qui se contenta d'avoir paru sur la lice avec leur Maître.

L'inclination qu'il avoit toûjours conservée pour la Theologie, & l'amour de la Religion, lui inspirerent ensuite une autre entreprise, déja tentée plusieurs fois par de grands Hommes, digne de tous leurs efforts, & de leur plus sage ambition, & plus necessaire que jamais dans un Siécle aussi éclairé que celui-ci. Il la finit en 1704, malgré ses infirmités continuelles, & publia un Livre in 4° sous ce titre : *L'Usage de la Raison & de la Foi, ou l'Accord de la Foi & de la Raison*. Il le dédia à M. l'Abbé Bignon, à qui il dit dans son Epitre, *qu'il ne pouvoit citer les Ennemis ou de la Raison ou de la Foi devant un Juge à qui les droits de l'une & de l'autre fussent mieux connus, & que si on le recusoit, ce ne seroit que parce qu'il s'étoit trop déclaré pour toutes les deux*. La maniere dont il parvient à cet Accord si difficile est celle qu'emploïeroit un Arbitre éclairé à l'égard de deux Freres, entre lesquels il voudroit étouffer toutes les semences de division. M. Regis fait un partage si net entre la Raison & la Foi, & assigne à chacune des objets & des emplois si séparés, qu'elles ne peuvent plus avoir, pour ainsi dire, aucune occasion de se broüiller. La raison conduit l'Homme jusqu'à une entiere conviction des preuves historiques de la Religion Chrétienne, après quoi elle le livre & l'abandonne à une autre lumiere, non pas contraire, mais toute differente, & infiniment superieure. L'éloignement où M. Regis tient la Raison & la Foi ne leur permet pas de se réünir dans des Sistêmes qui accommodent les idées de quelque Philosophe dominant à la Revelation, ou quelquefois même la Revelation à ces idées. Il ne veut point que ni Platon, ni Aristote, ni Descartes même appuïent l'Evangile, il paroît croire que tous les Sistêmes Philosophiques ne sont

que des modes, & il ne faut point que des verités éternelles s'allient avec des opinions passageres, dont la ruine leur doit être indifferente. On doit s'en tenir à la majestueuse simplicité des Conciles, qui décident toûjours le Dogme divin, sans y mêler des explications humaines. Tel est l'esprit general de l'Ouvrage, du moins par rapport au titre, car M. Regis y fait entrer une Theorie des Facultés de l'Homme, de l'Entendement, de la Volonté &c. plus ample qu'il n'étoit absolument necessaire. Il lui a donné même pour conclusion un Traité de l'Amour de Dieu, parce que cette matiere, qui, si l'on vouloit, seroit fort simple, venoit d'être agitée par de grands Hommes avec beaucoup de subtilité. Enfin il a joint à tout le Livre une refutation du Sistême de Spinosa. Il a été réduit à en déveloper les obscurités, necessaires pour couvrir l'erreur, mais heureusement peu propres pour la seduction.

C'est par-là qu'il a fini sa carriere sçavante. Ses infirmités qui devinrent plus continuës & plus douloureuses, ne lui permirent plus le travail. La maniere dont il les soûtint pendant plusieurs années fut un exemple du plus noble & du plus difficile usage que l'on puisse faire de la Raison & de la Foi toute ensemble. Il mourut le 11. Janvier de cette année chés M. le Duc de Rohan, qui lui avoit donné un appartement dans son Hôtel, outre la pension qu'il avoit été chargé de luy payer par le Testament de M. le Marquis de Vardes son Beau-pere.

Il étoit entré dans l'Academie en 1699, lorsqu'elle se renouvella, mais à cause de ses maladies il ne fit presque aucune fonction Academique, seulement son nom servit à orner une liste où le Public eût été surpris de ne le pas trouver.

Il avoit eu toute sa vie beaucoup de commerce avec des personnes du premier rang. Feu M. l'Archevêque de Paris, en lui défendant les Assemblées, l'avoit engagé à le venir voir à de certains temps marqués, pour l'entretenir sur les mêmes matieres, & peut-être la gloire de M.

Regis augmentoit-elle de ce qu'un Prélat si éclairé prenoit la place du Public. Feu M. le Prince, dont le genie embrassoit tout, l'envoyoit chercher souvent, & il a dit plusieurs fois qu'il ne pouvoit s'empêcher de prendre pour vrai ce qui lui étoit expliqué si nettement.

Sa réputation alla même jusques dans les Païs étrangers lui faire des amis élevés aux plus grandes places. Tel étoit M. le Duc d'Escalone, Grand d'Espagne, aujourd'hui Vice-Roi de Naples. Ce Seigneur, plus curieux & plus touché des Sciences que ne l'est jusqu'ici le reste de sa Nation, avoit pris pour lui une estime singuliere sur son Sistême general qu'il avoit étudié avec beaucoup de soin, & quand à la Journée du Ter * où il commandoit l'Armée Espagnolle, ses Equipages furent pris par l'Armée victorieuse de M. le Maréchal de Noailles, il ne lui envoya redemander que les Commentaires de Cesar, & le Livre de M. Regis, qui étoient dans sa Cassette. M. le Comte de Sant-Estevan de Gormas son Fils étant venu en France en 1706, il alla voir le Philosophe par ordre de son pere, & après la premiere visite, ce ne fut plus par obéïssance qu'il lui en rendit. M. le Duc d'Albe, Ambassadeur de S. M. Catholique, lui a fait le même honneur à la priere de M. le Vice-Roi de Naples.

* En 1694.

Les Mœurs de M. Regis étoient telles que l'étude de la Philosophie les peut former, quand elle ne trouve pas trop de résistance du côté de la nature. Les occasions qu'il a euës par rapport à la fortune lui ont été aussi peu utiles qu'elles le devoient être, une grande estime & une amitié fort vive que le feu P. Ferrier Confesseur du Roi avoit prises pour lui à Toulouse pendant ses Conferences, ne lui valurent qu'une très-modique pension sur la Preceptoriale d'Aigues-Mortes. Quoiqu'il fût accoûtumé à instruire, sa conversation n'en étoit pas plus imperieuse, mais elle étoit plus facile & plus simple, parce qu'il étoit accoûtumé à se proportionner à tout le monde. Son sçavoir ne l'avoit pas rendu dédaigneux pour les ignorans, & en effet on l'est ordinairement d'autant moins à leur égard, que l'on sçait

davantage ; car on en sçait mieux combien on leur ressemble encore.

La place qu'il avoit de Geometre Associé a été remplie par M. Chevalier, auparavant Eleve de M. l'Abbé Galois.

ELOGE

DE M. LE MARE'CHAL DE VAUBAN.

SEBASTIEN LE PRESTRE, Chevalier, Seigneur de Vauban, Basoches, Pierre-Pertuis, Poüilly, Cervon, la Chaume, Epiry, le Creuset, & autres lieux, Maréchal de France, Chevalier des Ordres du Roi, Commissaire general des Fortifications, Grand-Croix de l'Ordre de S. Loüis, & Gouverneur de la Citadelle de l'Isle, nâquit le 1er jour de Mai 1633 d'Urbain le Prêtre, & d'Aimée de Carmagnol. Sa Famille est d'une bonne noblesse du Nivernois, & elle possede la Seigneurie de Vauban depuis plus de 250 ans.

Son Pere, qui n'étoit qu'un Cadet, & qui de plus s'étoit ruïné dans le service, ne lui laissa qu'une bonne éducation, & un Mousquet. A l'âge de 17 ans, c'est-à-dire, en 1651, il entra dans le Regiment de Condé, Compagnie d'Arcenai. Alors feu M. le Prince étoit dans le parti des Espagnols.

Les premieres Places fortifiées qu'il vit le firent Ingenieur, par l'envie qu'elles lui donnerent de le devenir. Il se mit à étudier avec ardeur la Geometrie, & principalement la Trigonometrie, & le Toisé, & dès l'an 1652 il fut emploïé aux Fortifications de Clermont en Lorraine. La même année il servit au premier Siége de Sainte-Menehout, où il fit quelques logemens, & passa une Riviere à nage sous le feu des Ennemis pendant l'assaut, action qui

lui attira de ses Superieurs, beaucoup de loüanges & de caresses.

En 1653 il fut pris par un Parti François. M. le Cardinal Mazarin le crut digne dès-lors qu'il tâchât de l'engager au service du Roi, & il n'eut pas de peine à réüssir avec un Homme, né le plus fidele sujet du monde. En cette même année, M. de Vauban servit d'Ingenieur en second sous le Chevalier de Clerville au second Siége de Sainte Menehout, qui fut reprise par le Roi, & ensuite il fut chargé du soin de faire réparer les Fortifications de la Place.

Dans les années suivantes, il fit les fonctions d'Ingenieur aux Siéges de Stenai, de Clermont, de Landrecy, de Condé, de S. Guilain, de Valenciennes. Il fut dangereusement blessé à Stenai,& à Valenciennes,& n'en servit presque pas moins.Il reçût encore trois blessures au Siége de Montmedi en 1657, & comme la Gazette en parla, on apprit dans son Païs ce qu'il étoit devenu, car depuis 6 ans qu'il en étoit parti, il n'y étoit point retourné, & n'y avoit écrit à personne, & ce fut là la seule maniere dont il y donna de ses nouvelles.

M. le Maréchal de la Ferté, sous qui il servoit alors, & qui l'année précedente lui avoit fait présent d'une Compagnie dans son Regiment, lui en donna encore une dans un autre Regiment, pour lui tenir lieu de pension, & lui prédît hautement que si la Guerre pouvoit l'épargner, il parviendroit aux premieres dignités,

En 1658 il conduisit en chef les attaques des Siéges de Gravelines, d'Ypres, & d'Oudenarde. M. le Cardinal Mazarin, qui n'accordoit pas les gratifications sans sujet, lui en donna une assés honnête, & l'accompagna de loüanges, qui, selon le caractere de M. de Vauban, le payerent beaucoup mieux.

Il nous suffit d'avoir representé avec quelque détail ces premiers commencemens,plus remarquables que le reste dans une Vie illustre, quand la Vertu dénuée de tout secours étranger a eu besoin de se faire jour à elle-même.

Desormais M. de Vauban est connu, & son Histoire devient une partie de l'Histoire de France.

Après la Paix des Pirenées, il fut occupé ou à démolir des Places, ou à en construire. Il avoit déja quantité d'idées nouvelles sur l'Art de fortifier, peu connu jusques-là. Ceux qui l'avoient pratiqué, ou qui en avoient écrit s'étoient attachés servilement à certaines regles établies quoique peu fondées, & à des especes de superstitions, qui dominent toûjours long-temps en chaque genre, & ne disparoissent qu'à l'arrivée de quelque Genie superieur. D'ailleurs ils n'avoient point vû de Siéges, ou n'en avoient pas assés vû, leurs methodes de fortifier n'étoient tournées que par rapport à certains cas particuliers qu'ils connoissoient, & ne s'étendoient point à tout le reste. M. de Vauban avoit déja beaucoup vû & avec de bons yeux, il augmentoit sans cesse son experience par la lecture de tout ce qui avoit été écrit sur la Guerre, il sentoit en lui ce qui produit les heureuses nouveautés, ou plutôt ce qui force à les produire, & enfin il osa se déclarer Inventeur dans une matiere si perilleuse, & le fut toûjours jusqu'à la fin. Nous n'entrerons point dans le détail de ce qu'il inventa, il seroit trop long, & toutes les Places fortes du Royaume doivent nous l'épargner.

Quand la guerre recommença en 1667, il eut la principale conduite des Siéges, que le Roi fit en personne. S. M. voulut bien faire voir qu'il étoit de sa prudence de s'en assurer ainsi le succés. Il reçût au Siége de Doüai un coup de mousquet à la jouë, dont il a toûjours porté la marque. Après le Siége de l'Isle qu'il prit sous les Ordres du Roi en 9 jours de tranchée ouverte, il eut une gratification considerable, beaucoup plus necessaire pour contenter l'inclination du Maître, que celle du Sujet. Il en a reçû encore en differentes occasions un grand nombre, & toûjours plus fortes, mais pour mieux entrer dans son caractere nous ne parlerons plus de ces sortes de récompenses, qui n'en étoient presque pas pour lui.

Il fut occupé en 1668 à faire des projets de Fortifica-

tions pour les Places de la Franche-Comté, de Flandre, & d'Artois. Le Roi lui donna le Gouvernement de la Citadelle de l'Isle, qu'il venoit de construire, & ce fut le premier Gouvernement de cette nature en France. Il ne l'avoit point demandé, & il importe & à la gloire du Roi & à la sienne que l'on sçache que de toutes les graces qu'il a jamais reçûës, il n'en a demandé aucune, à la reserve de celles qui n'étoient pas pour lui. Il est vrai que le nombre en a été si grand qu'elles épuisoient le droit qu'il avoit de demander.

La Paix d'Aix-la-Chapelle étant faite, il n'en fut pas moins occupé. Il fortifia des Places en Flandre, en Artois, en Provence, en Roussillon, ou du moins fit des desseins qui ont été depuis exécutés. Il alla même en Piémont avec M. de Louvois, donna à M. le Duc de Savoye des desseins pour Veruë, Verceil, & Turin. A son départ, S.A.R. lui fit present de son Portrait enrichi de diamans. Il est le seul Homme de guerre pour qui la paix ait toûjours été aussi laborieuse que la guerre même.

Quoique son emploi ne l'engageât qu'à travailler à la sureté des Frontieres, son amour pour le bien public lui faisoit porter ses vûës sur les moïens d'augmenter le bonheur du dedans du Royaume. Dans tous ses Voyages il avoit une curiosité, dont ceux qui sont en place ne sont communément que trop exempts. Il s'informoit avec soin de la valeur des terres, de ce qu'elles rapportoient, de la maniere de les cultiver, des facultés des Païsans, de leur nombre, de ce qui faisoit leur nourriture ordinaire, de ce que leur pouvoit valoir en un jour le travail de leurs mains, détails méprisables & abjects en apparence, & qui appartiennent cependant au grand Art de gouverner. Il s'occupoit ensuite à imaginer ce qui auroit pû rendre le Païs meilleur, de grands Chemins, des Ponts, des Navigations nouvelles, projets dont il n'étoit pas possible qu'il esperât une entiere exécution, especes de songes, si l'on veut, mais qui du moins, comme la plûpart des veritables songes, marquoient l'inclination dominante. Je sçai

tel

tel Intendant de Province qu'il ne connoissoit point, & à qui il a écrit pour le remercier d'un nouvel établissement utile, qu'il avoit vû en voyageant dans son département. Il devenoit le debiteur particulier de quiconque avoit obligé le Public.

La guerre qui commença en 1672 lui fournit une infinité d'occasions glorieuses, sur tout dans ce grand nombre de Siéges que le Roi fit en personne, & que M. de Vauban conduisit tous. Ce fut à celui de Mastrict en 1673 qu'il commença à se servir d'une Methode singuliere pour l'attaque des Places, qu'il avoit imaginée par une longue suite de reflexions, & qu'il a depuis toûjours pratiquée. Jusques-là il n'avoit fait que suivre avec plus d'adresse & de conduite les regles déja établies, mais alors il en suivit d'inconnuës, & fit changer de face à cette importante partie de la guerre. Les fameuses Paralleles & les Places d'Armes parurent au jour; depuis ce temps, il a toûjours inventé sur ce sujet, tantôt les Cavaliers de tranchée, tantôt un nouvel usage des Sapes & des demi-Sapes, tantôt les Batteries en ricochet, & par-là il avoit porté son Art à une telle perfection, que le plus souvent, ce qu'on n'auroit jamais osé esperer, devant les Places les mieux défenduës il ne perdoit pas plus de monde que les Assiegés.

C'étoit-là son but principal, la conservation des Hommes. Non seulement l'interêt de la guerre, mais aussi son humanité naturelle les lui rendoit chers. Il leur sacrifioit toûjours l'éclat d'une conquête plus prompte, & une gloire assés capable de seduire, &, ce qui est encore plus difficile, quelquefois il résistoit en leur faveur à l'impatience des Generaux, & s'exposoit aux redoutables discours du Courtisan oisif. Aussi les Soldats lui obéissoient-ils avec un entier dévoüement, moins animés encore par l'extrême confiance qu'ils avoient à sa capacité, que par la certitude & la reconnoissance d'être ménagés autant qu'il étoit possible.

Pendant toute la guerre que la Paix de Nimegue ter-

mina, ſa vie futune action continuelle, & très-vive ; former des deſſeins de Siéges, conduire tous ceux qui furent faits, du moins dès qu'ils étoient de quelque importance, réparer les Places qu'il avoit priſes, & les rendre plus fortes, viſiter toutes les Frontieres, fortifier tout ce qui pouvoit être expoſé aux Ennemis, ſe tranſporter dans toutes les Armées, & ſouvent d'une extrémité du Royaume à l'autre.

Il fut fait Brigadier d'Infanterie en 1674, Marechal de Camp en 1676, & en 1678 Commiſſaire General des Fortifications de France, Charge qui vaquoit par la mort de M. le Chevalier de Clerville, il ſe défendit d'abord de l'accepter, il en craignoit ce qui l'auroit fait deſirer à tout autre, les grandes relations qu'elle lui donnoit avec le Miniſtere. Cependant le Roi l'obligea d'autorité à prendre la Charge, & il faut avouer que malgré toute ſa droiture il n'eut pas lieu de s'en repentir. La Vertu ne laiſſe pas de réuſſir quelquefois, mais ce n'eſt qu'à force de temps & de preuves redoublées.

La Paix ne Nimegue lui ôta le penible emploi de prendre des Places, mais elle lui en donna un plus grand nombre à fortifier. Il fit le fameux Port de Dunquerque, ſon Chef-d'œuvre, & par conſequent celui de ſon Art. Straſbourg & Caſal, qui paſſerent en 1681 ſous le pouvoir du Roi, furent enſuite ſes travaux les plus conſiderables. Outre les grandes & magnifiques Fortifications de Straſbourg, il y fit faire pour la navigation de la Bruche des Ecluſes, dont l'exécution étoit ſi difficile, qu'il n'oſa la confier à perſonne, & la dirigea toûjours par lui-même.

La guerre recommença en 1683, & lui valut l'année ſuivante la gloire de prendre Luxembourg, qu'on avoit cru juſques-là imprenable, & de le prendre avec fort peu de perte. Mais la guerre naiſſante ayant été étouffée par la Treve de 1684, il reprit ſes fonctions de Paix, dont les plus brillantes furent l'Aqueduc de Maintenon, de nouveaux Travaux qui perfectionnent le Canal de la communication des Mers, Montroyal, & Landau.

Il semble qu'il auroit dû trahir les secrets de son Art par la grande quantité d'Ouvrages qui sont sortis de ses mains. Aussi a-t-il paru des Livres dont le titre promettoit la veritable maniere de fortifier selon M. de Vauban, mais il a toûjours dit, & il a fait voir par sa pratique qu'il n'avoit point de maniere. Chaque Place differente lui en fournissoit une nouvelle selon les differentes circonstances de sa grandeur, de sa situation, de son terrain. Les plus difficiles de tous les Arts sont ceux dont les objets sont changeans, qui ne permettent point aux Esprits bornés l'application commode de certaines Regles fixes, & qui demandent à chaque moment les ressources naturelles & imprévûës d'un genie heureux.

En 1688, la Guerre s'étant rallumée, il fit sous les Ordres de Monseigneur les Siéges de Philisbourg, de Manhem, & de Frankendal. Ce grand Prince fut si content de ses services, qu'il lui donna 4 Pieces de canon à son choix pour mettre à son Château de Bazoche, récompense vraïement militaire, privilege unique, & qui plus que tout autre convenoit au Pere de tant de Places fortes. La même année il fut fait Lieutenant General.

L'année suivante il commanda à Dunquerque, Bergues, & Ypres, avec ordre de s'enfermer dans celle de ces Places qui seroit assiegée, mais son nom les en préserva.

L'année 1690 fut singuliere entre toutes celles de sa vie ; il n'y fit presque rien, parce qu'il avoit pris une grande & dangereuse maladie à faire travailler aux fortifications d'Ypres, qui étoient fort en desordre, & à être toûjours present sur les travaux. Mais cette oisiveté qu'il se seroit presque reprochée finit en 1671 par la prise de Mons, dont le Roi commanda le Siége en personne. Il commanda aussi l'année d'après celui de Namur, & M. de Vauban le conduisit de sorte qu'il prit la Place en 30 jours de tranchée ouverte, & n'y perdit que 800 hommes, quoiqu'il s'y fût fait 5 actions de vigueur tres-considerables.

Il faut passer par dessus un grand nombre d'autres exploits, tels que le Siége de Charleroi en 93, la défense de la basse-Bretagne contre les Descentes des Ennemis en 94 & 95, le Siége d'Ath en 97, & nous hâter de venir à ce qui touche de plus près cette Academie. Lorsqu'elle se renouvella en 99, elle demanda au Roi M. de Vauban pour être un de ses Honoraires, & si la bienséance nous permet de dire qu'une place dans cette Compagnie soit la récompense du merite, après toutes celles qu'il avoit reçûës du Roi en qualité d'Homme de guerre, il falloit qu'il en reçût une d'une Societé de Gens de Lettres en qualité de Mathematicien. Personne n'avoit mieux que lui rappellé du Ciel les Mathematiques, pour les occuper aux besoins des hommes, & elles avoient pris entre ses mains une utilité aussi glorieuse peut-être que leur plus grande sublimité. De plus, l'Academie lui devoit une reconnoissance particuliere de l'estime qu'il avoit toûjours euë pour elle; les avantages solides que le Puble peut tirer de cet établissement avoient touché l'endroit le plus sensible de son ame.

Comme après la Paix de Riswic il ne fut plus emploïé qu'à visiter les Frontieres, à faire le tour du Royaume, & à former de nouveaux Projets, il eut besoin d'avoir encore quelque autre occupation, & il se la donna selon son cœur. Il commença à mettre en écrit un prodigieux nombre d'idées qu'il avoit sur differens sujets qui regardoient le bien de l'Etat, non seulement sur ceux qui lui étoient les plus familiers, tels que les Fortifications, le détail des Places, la Discipline militaire, les Campemens, mais encore sur une infinité d'autres matieres qu'on auroit cruës plus éloignées de son usage, sur Marine, sur la Course par Mer en temps de guerre, sur les Finances même, sur la Culture des Forests, sur le Commerce, & sur les Colonies Françoises en Amerique. Une grande passion songe à tout. De toutes ces differentes vûës il a composé 12 gros Volumes Manuscrits, qu'il a intitulés ses *Oisivetés*. S'il étoit possible que les idées qu'il y propose

s'executassent, ses oisivetés seroient plus utiles que tous se travaux.

La succession d'Espagne ayant fait renaître la guerre, il étoit à Namur au commencement de l'année 1703, & il y donnoit ordre à des réparations necessaires, lorsqu'il apprit que le Roi l'avoit honoré du Bâton de Marechal de France. Il s'étoit opposé lui-même quelque temps auparavant à cette suprême élevation, que le Roi lui avoit annoncée, il avoit representé qu'elle empêcheroit qu'on ne l'emploïât avec des Generaux du même rang, & feroit naître des embarras contraires au bien du service. Il aimoit mieux être plus utile, & moins recompensé, & poursuivre son goût, il n'auroit fallu payer ses premiers travaux que par d'autres encore plus necessaires.

Vers la fin de la même année il servit sous Monseigneur le Duc de Bourgogne au Siége du vieux Brisach, Place très-considerable, qui fut réduite à capituler au bout de 13 jours & demi de tranchée ouverte, & qui ne coûta pas 300 hommes. C'est par ce Siége qu'il a fini, & il y fit voir tout ce que pouvoit son Art, comme s'il eût voulu le resigner alors tout entier entre les mains du Prince qu'il avoit pour Spectateur & pour Chef.

Le titre de Marechal de France produisit les inconveniens qu'il avoit prévûs, il demeura deux ans inutile. Je l'ai entendu souvent s'en plaindre; il protestoit que pour l'interest du Roi & de l'Etat il auroit foulé aux pieds la dignité avec joïe. Il l'auroit fait, & jamais il ne l'eût si bien meritée, jamais même il n'en eût si bien soûtenu le veritable éclat.

Il se consoloit avec ses sçavantes Oisivetés. Il n'épargnoit aucune dépense pour amasser la quantité infinie d'instructions & de Memoires dont il avoit besoin, & il occupoit sans cesse un grand nombre de Secretaires, de dessinateurs, de Calculateurs, & de Copistes. Il donna au Roi en 1704 un gros Manuscrit, qui contenoit tout ce qu'il y a de plus fin & de plus secret dans la conduite de l'Attaque des Places, present le plus noble qu'un Sujet

puisse jamais faire à son Maître, & que le Maître ne pouvoit recevoir que de ce seul Sujet.

En 1706, après la Bataille de Ramilli M. le Maréchal de Vauban fut envoyé pour commander à Dunquerque, & sur la Côte de Flandre. Il rassura par sa presence les esprits étonné, il empêcha la perte d'un païs qu'on vouloit noyer pour prévenir le Siége de Dunquerque, & le prévint d'ailleurs par un Camp retranché qu'il fit entre cette Ville & Berges, de sorte que les Ennemis eussent été obligés de faire en même temps l'investiture de Dunquerque, de Bergues, & de ce Camp, ce qui étoit absolument impraticable.

Dans cette même Campagne, plusieurs de nos Places ne s'étant pas défenduës comme il auroit souhaité, il voulut défendre par ses conseils toutes celles qui seroient attaquées à l'avenir, & commença sur cette matiere un Ouvrage qu'il destinoit au Roi, & qu'il n'a pû finir entierement. Il mourut le 30 Mars 1707 d'une fluxion de poitrine accompagnée d'une grosse fievre qui l'emporta en 8 jours, quoiqu'il fût d'un temperamment très-robuste, & qui sembloit lui promettre encore plusieurs années de vie. Il avoit 74, moins un mois.

Il avoit épousé Jeanne d'Aunoi de la Famille des Barons d'Espiri en Nivernois, morte avant lui. Il en a laissé deux filles, Me la Comtesse de Villebertin, & Me la Marquise d'Ussé.

Si l'on veut voir toute sa Vie militaire en abregé, il a fait travailler à 300 Places anciennes, & en a fait 33 neuves; il a conduit 53 Siéges, dont 30 ont été faits sous les Ordres du Roi en personne, ou de Monseigneur, ou de Monseigneur le Duc de Bourgogne, & les 23 autres sous differens Generaux; il s'est trouvé à 140 actions de vigueur.

Jamais les traits de la simple Nature n'ont été mieux marqués qu'en lui, ni plus exempts de tout mêlange étranger. Un sens droit & étendu, qui s'attachoit au Vrai par une espece de simpatie, & sentoit le Faux sans le discuter,

lui épargnoit les longs discours par où les autres marchent, & d'ailleurs sa Vertu étoit en quelque sorte un instinct heureux, si prompt qu'il prévenoit sa raison. Il méprisoit cette politesse superficielle dont le monde se contente, & qui couvre souvent tant de barbarie, mais sa bonté, son humanité, sa liberalité lui composoient une autre politesse plus rare, qui étoit toute dans son cœur. Il seyoit bien à tant de vertu de negliger des dehors, qui, à la verité, lui appartiennent naturellement, mais que le vice emprunte avec trop de facilité. Souvent M. le Marechal de Vauban a secouru de sommes assés considerables des Officiers qui n'étoient pas en état de soûtenir le service, & quand on venoit à le sçavoir, il disoit qu'il prétendoit leur restituer ce qu'il recevoit de trop des bienfaits du Roi. Il en a été comblé pendant tout le cours d'une longue vie, & il a eû la gloire de ne laisser en mourant qu'une fortune mediocre. Il étoit passionément attaché au Roi, sujet plein d'une fidelité ardente & zelée, & nullement Courtisan; il auroit infiniment mieux aimé servir que plaire. Personne n'a été si souvent que lui, ni avec tant de courage, l'introducteur de la verité; il avoit pour elle une passion presque imprudente, & incapable de ménagement. Ses mœurs ont tenu bon contre les dignités les plus brillantes, & n'ont pas même combattu. En un mot, c'étoit un Romain qu'il sembloit que notre siecle eût dérobé aux plus heureux temps de la Republique,

Sa place d'Academicien Honoraire a été remplie par M. le Maréchal d'Estrées, Vice-Amiral de France, Grand d'Espagne, Chevalier des Ordres du Roi, Gouverneur du Comte Nantois.

ELOGE
DE M. L'ABBE' GALLOIS.

JEAN GALLOIS nâquit à Paris le 14 Juin 1632 d'Ambroise Gallois Avocat au Parlement, & de Françoise de Launai.

Son inclination pour les Lettres se déclara dés qu'il pût laisser paroître quelque inclination, & elle se fortifia toûjours dans la suite. Il s'engagea dans l'Etat Ecclesiastique, & reçût l'Ordre de Prêtrise. Son devoir lui fit tourner ses principales études du côté de la Theologie, de l'Histoire Ecclesiastique, des Peres, & de l'Ecriture Sainte, il alla même jusqu'aux Langues Orientales, necessaires du moins à qui veut remonter jusqu'aux premieres sources de la Theologie, mais il ne renonça ni à l'Histoire profane, ni aux Langues vivantes, telles que l'Italien, l'Espagnol, l'Anglois & l'Allemand, ni aux Mathematiques, ni à la Phisique, ni à la Medecine même, car son ardeur de sçavoir embrassoit tout, & s'il est vrai qu'une érudition si partagée soit moins propre à faire une réputation singuliere, elle l'est du moins beaucoup plus à étendre l'Esprit en tout sens, & à l'éclairer de tous côtés.

Outre la connoissance des choses que les Livres contiennent, M. l'Abbé Gallois avoit encore celle des Livres eux-mêmes, science presque separée des autres, quoiqu'elle en résulte, & produite par une curiosité vive qui ne neglige aucune partie de son objet.

Le premier travail que le Public ait vû de M. l'Abbé Gallois a été la traduction Latine du Traité de Paix des Pirenées, imprimé par ordre du Roi, mais bien-tôt son nom devint plus illustre par le Journal des Sçavans. Ce fut en 1665 que parut pour la premiere fois cet Ouvrage dont

ont l'idée étoit si neuve & si heureuse, & qui subsiste encore aujourd'hui avec plus de vigueur que jamais, accompagné d'une nombreuse posterité issuë de lui, & répanduë par toute l'Europe sous les differens noms de *Nouvelles de la Republique des Lettres*, d'*Histoire des Ouvrages des Sçavans*, de *Bibliotheque universelle*, de *Bibliotheque choisie*, d'Acta Eruditorum, de *Transactions Philosophiques*, de *Memoires pour l'Histoire des Sciences & des beaux Arts, &c.* M. de Sallo Conseiller Ecclesiastique au Parlement en avoit conçu le dessein, & il s'associa M. l'Abbé Gallois, qui par la grande varieté de son érudition sembloit né pour ce travail, & qui de plus, ce qui n'est pas commun chés ceux qui sçavent tout, sçavoit le François, & écrivoit bien.

Le Journal prit dès sa naissance un ton trop hardi, & censura trop librement la plûpart des Ouvrages qui paroissoient. La Republique des Lettres, qui voyoit sa liberté menacée, se souleva, & le Journal fut arrêté au bout de 3 mois. Mais comme le projet par lui-même en étoit excellent, on ne voulut pas le perdre, & M. de Sallo l'abandonna entierement à M. l'Abbé Gallois, qui ouvrit l'année 1666 par un nouveau Journal dedié au Roi, où il mit son nom, & où il exerça toûjours avec toute la moderation necessaire le pouvoir dont il étoit revêtu.

M. Colbert touché de l'utilité & de la beauté du Journal prit du goût pour cet Ouvrage, & bien-tôt après pour l'Auteur. En 1668 il lui donna dans cette Academie presque encore naissante une place avec la fonction de Secretaire en l'absence de feu M. du Hamel, qui fut 2 ans hors du Royaume. M. l'Abbé Gallois enrichissoit son Journal des principales découvertes de l'Academie, qui ne se faisoient gueres alors connoître du Public que par cette voïe, & de plus il en rendoit souvent compte à M. Colbert, & lui portoit les fruits de la protection qu'il accordoit aux Sciences. Dans la suite ce Ministre, toûjours plus content de sa conversation, l'envoyoit querir lorsqu'il venoit à Paris; sa curiosité sur quelque matiere que ce fût

le trouvoit toûjours prêt à la satisfaire, & s'il falloit une discussion plus exacte & plus profonde, personne n'étoit plus propre que M. l'Abbé Gallois à y réüssir en peu de etmps, circonstance presque absolument necessaire auprès de M. Colbert. Enfin ce Ministre qui se connoissoit en hommes, après avoir éprouvé long-temps & l'esprit & la litterature & les mœurs de M. l'Abbé Gallois, le prit chés lui en 1673, & lui donna toûjours une place & à sa Table, & dans son Carosse. Cette faveur si particuliere étoit en même temps, & une récompense glorieuse de son sçavoir, & une occasion perpetuelle d'en faire un usage agréable, & une heureuse necessité d'en acquerir encore tous les jours.

M. Colbert favorisoit les Lettres, porté non seulement par son inclination naturelle, mais par une sage Politique. Il sçavoit que les Sciences & les Arts suffiroient seuls pour rendre un Regne glorieux, qu'ils étendent la langue d'une Nation, peut-être plus que des Conquêtes, qu'ils lui donnent lEmpire de l'Esprit & de l'Industrie, également flateur & utile, qu'ils attirent chés elle une multitude d'Etrangers, qui l'enrichissent par leur curiosité, prennent ses inclinations, & s'attachent à ses interests. Pendant plusieurs siécles, l'Université de Paris n'a pas moins contribué à la grandeur de la Capitale que le séjour des Rois. On doit à M. Colbert l'éclat où furent les Lettres, la naissance de cette Academie, de celle des Inscriptions, des Academies de Peinture, de Sculpture, & d'Architecture, les nouvelles faveurs que l'Academie Françoise reçut du Roi, l'impression d'un grand nombre d'excellens Livres dont l'Imprimerie Royale fit les frais, l'augmentation presque immense de la Bibliotheque du Roi, ou plutôt du Trésor public des Sçavans, une infinité d'Ouvrages que les grands Auteurs ou les habiles Ouvriers n'accordent qu'aux caresses des Ministres & des Princes, un goût du Beau & de l'Exquis répandu par tout, & qui se fortifioit sans cesse. M. l'Abbé Gallois eut le sensible plaisir d'observer de près un semblable Ministere, d'être

à la ſource des deſſeins qui s'y prenoient, d'avoir part à leur execution, quelquefois même d'en inſpirer, & de les voir ſuivis. Les Gens de Lettres avoient en lui auprès du Miniſtre un Agent toûjours chargé de leurs affaires, ſans que le plus ſouvent ils euſſent eu ſeulement la peine de l'en charger. Si quelque Livre nouveau, ou quelque découverte, d'Auteurs même qu'il ne connût pas, paroiſſoient au jour avec réputation, il avoit ſoin d'en inſtruire M. Colbert, & ordinairement la récompenſe n'étoit pas loin. Les liberalités du Roi s'étendoient juſques ſur le Merite étranger, & alloient quelquefois chercher dans le fond du Nord un Sçavant ſurpris d'être connu.

En 1673 M. l'Abbé Gallois fut reçû dans l'Academie Françoiſe. Quoique l'Eloquence ou la Poëſie ſoient les principaux talens qu'elle demande, elle admet auſſi l'Erudition qui n'eſt pas barbare, & peut-être ne lui manque-t'il que de ſe parer davantage de l'uſage qu'elle en fait, & même du beſoin qu'elle en a. M. l'Abbé Gallois quitta le Journal en 1674, & le remit en d'autres mains. Il étoit trop occupé auprès de M. Colbert, & d'ailleurs ce travail étoit trop aſſujettiſſant pour un Genie naturellement auſſi libre que le ſien. Il ne réſiſtoit pas aux charmes d'une nouvelle lecture qui l'appelloit, d'une curioſité ſoudaine qui le ſaiſiſſoit, & la regularité qu'exige un Journal leur étoit ſacrifiée.

Les Lettres perdirent M. Colbert en 1683. M. l'Abbé Gallois avoit ajoûté à la gloire de leur avoir fait beaucoup de bien, celle de n'avoir preſque rien fait pour lui-même. Il n'avoit qu'une modique penſion de l'Academie des Sciences, & une Abbaye ſi mediocre qu'il fut obligé de s'en défaire dans la ſuite. Feu M. le Marquis de Seignelai lui donna la place de Garde de la Bibliotheque du Roi dont il diſpoſoit, mais la Bibliotheque étant ſortie de ſes mains, il récompenſa M. l'Abbé Gallois par une place de Profeſſeur en Grec au College Royal, & par une penſion particuliere qu'il lui obtint du Roi ſur les fonds de ce College, attachée à une eſpece d'inſpection generale. M.

de Seignelai ne crut pas que ſon Pere ſe fût ſuffiſamment acquité, & puiſqu'on n'en ſçauroit accuſer le peu de goût de M. Colbert pour les Lettres, il en faut loüer l'extrême moderation de M. l'Abbé Gallois.

Lorſque ſous le Miniſtere de M. de Pontchartrain, aujourd'hui Chancelier de France, l'Academie des Sciences commença par les ſoins de M. l'Abbé Bignon à ſortir d'une eſpece de langueur où elle étoit tombée, ce fut M. l'Abbé Gallois qui mit en ordre les Memoires qui parurent de cette Academie en *1692* & *93*, & qui eut le ſoin d'en épurer le ſtile. Mais la grande varieté de ſes études interrompit quelquefois ce travail qui avoit des temps preſcrits, & le fit enfin ceſſer. L'Academie ayant pris une nouvelle forme en *1699*, il y remplit une place de Geometre, & entreprit de travailler ſur la Geometrie des Anciens, & principalement ſur le Recüeil de Pappus, dont il vouloit imprimer le texte Grec qui ne l'a jamais été, & corriger la traduction Latine, fort défectueuſe. Rien n'étoit plus convenable à ſes inclinations, & à ſes talens qu'un projet qui demandoit de l'amour pour l'Antiquité, une profonde intelligence du Grec, la connoiſſance des Mathematiques, & il eſt fâcheux pour les Lettres que ce n'ait été qu'un projet. Une des plus agréables Hiſtoires, & ſans doute la plus philoſophique, eſt celle des progrés de l'Eſprit humain.

Le même goût de l'Antiquité qui avoit porté M. l'Abbé Gallois à cette entrepriſe, ce goût ſi difficile à contenir dans de juſtes bornes, le rendit peu favorable à la Geometrie de l'Infini, embraſſée par tous les Modernes. On ne peut même diſſimuler, puiſque nos Hiſtoriens l'ont dit, qu'il l'attaqua ouvertement. En general il n'étoit pas ami du Nouveau, & de plus il s'élevoit par une eſpece d'Oſtraciſme contre tout ce qui étoit trop éclatant dans un Etat libre, telle que celui des Lettres. La Geometrie de l'Infini avoit ces deux défauts, ſur tout le dernier, car au fond elle n'étoit pas tout à fait ſi nouvelle, & les partiſans zelés de l'Antiquité, s'il en eſt encore à cet égard, trou-

veroient bien mieux leur compte à soûtenir que les anciens Geometres en ont connu & mis en œuvre les premiers fondemens, qu'à la combattre, parce qu'elle leur étoit inconnuë

Comme toutes les objections faites contre les Infiniment petits avoient été suivies d'une solution démonstrative, M. l'Abbé Gallois commençoit à en proposer sous la forme d'Eclaircissemens qu'il demandoit, & peut-être les differentes ressources que l'esprit peut fournir n'auroient-elles pas été si-tôt épuisées, mais d'une santé parfaite & vigoureuse dont il joüissoit, il tomba tout d'un coup au commencement de cette année dans une maladie dont il mourut le 19 Avril.

Il étoit d'un temperamment vif, agissant, & fort gai; l'esprit courageux, propre à imaginer ce qui lui étoit necessaire, fertil en expediens, capable d'aller loin par des engagemens d'honneur. Il n'avoit d'autre occupation que les Livres, ni d'autre divertissement que d'en acheter. Il avoit mis ensemble plus de 12000 Volumes, & en augmentoit encore le nombre tous les jours. Si une aussi nombreuse Bibliotheque peut être necessaire, elle l'étoit à un Homme d'une aussi vaste Litterature, & dont la curiosité se portoit à mille objets differens, & vouloit se contenter sur le champ. Ses mœurs, & sur tout son desinteressement, ont paru dans toute sa conduite auprès de M. Colbert. La charité Chrétienne donnoit à son desinteressement naturel la derniere perfection; il ne s'étoit réservé sur l'Abbaye de S. Martin de Cores qu'il avoit possedée, qu'une pension de 600 livres, & il les laissoit à son Successeur pour être distribuées aux Pauvres du Païs.

Sa place de Geometre Pensionnaire a été remplie par M. Saurin.

ELOGE

DE M. DODART.

DENIS DODART, Conseiller-Medecin du Roi, & de S. A. S. Madame la Princesse de Conty la Doüariere, & de S. A. S. Monseigneur le Prince de Conty, Docteur Regent en la Faculté de Medecine de Paris, nâquit en 1634 de Jean Dodart, Bourgeois de Paris, & de Marie du Bois, fille d'un Avocat. Jean Dodart, quoique sans Lettres, avoit beaucoup d'esprit, &, ce qui est préferable, un bon esprit. Il s'étoit fait même un Cabinet de Livres, & sçavoit assés pour un homme qui ne pouvoit gueres sçavoir. Marie du Bois étoit une femme aimable par un caractere fort doux, & par un cœur fort élevé au dessus de sa fortune. Nous ne faisons ici ce petit portrait du Pere & de la Mere, qu'à cause du rapport qu'il peut avoir à celui du Fils. Il est juste de leur tenir compte de la part qu'ils ont euë à son merite naturel, & d'en faire honneur à leur memoire.

Ils ne se contenterent pas de faire apprendre à leur fils le Latin & le Grec, ils y joignirent le Dessein, la Musique, les Instrumens, qui n'entrent que dans les éducations les plus somptueuses, & qu'on ne regarde que trop comme des superfluités agréables. Il réüssit à tout de maniere à donner les plus grandes esperances, & il eut achevé ses études de si bonne heure, qu'il eut le temps de s'appliquer également au Droit & à la Medecine, pour se déterminer mieux sur la profession qu'il embrasseroit. Il est peut-être le seul qui ait voulu choisir avec tant de connoissance de cause; il est vrai qu'il satisfaisoit aussi son extrême avidité de sçavoir.

Il prit enfin parti pour la Medecine; son inclination na-

turelle l'y portoit, mais ce qui le détermina le plus puissamment, c'est qu'il n'y vit aucun danger pour la justice, & une infinité d'occasions pour la charité; car il étoit touché dés-lors de ces mêmes sentimens de Religion, dans lesquels il a fini sa vie.

On imagine aisément avec quelle ardeur & quelle perseverance s'attache à une étude un homme d'esprit, dont elle est le plus grand plaisir, & un homme de bien, dont elle est devenuë le devoir essentiel. Il se distingua fort sur les bancs des Ecoles de Medecine, & il nous en reste des témoignages autentiques, aussi-bien que du caractere dont il étoit dans sa plus grande jeunesse. Guy Patin parle ainsi dans sa 186me Lettre de l'Edition de 1692. *Ce jourd'hui 5 Juillet (1660) nous avons fait la Licence de nos vieux Bacheliers, ils sont 7 en nombre, dont celui qui est le second, nommé Dodart, âgé de 25 ans, est un des plus sages & des plus sçavans hommes de ce Siécle. Ce jeune homme est un prodige de sagesse & de science,* monstrum sine vitio, *comme disoit* Adr. Turnebus de Josepho Scaligero. Il dit ensuite dans sa Lettre 190. *Notre Licentié qui est si sçavant, s'appelle Dodart. Il est fils d'un Bourgeois de Paris, fort honnête homme. C'est un grand garçon, fort sage, fort modeste, qui sçait Hipocrate, Galien, Aristote, Ciceron, Seneque, & Fernel par cœur. C'est un garçon incomparable, qui n'a pas encore 26 ans, car la Faculté lui fit grace au premier Examen de quelques mois qui lui manquoient pour son âge, sur la bonne opinion qu'on avoit de lui dés auparavant.* Toutes les circonstances du témoignage de M. Patin sont assés dignes d'attention. Il étoit Medecin, fort sçavant, passionné pour la gloire de la Medecine, il écrivoit à un de ses Amis avec une liberté non-seulement entiere, mais quelquefois excessive, les éloges ne sont pas fort communs dans ses Lettres, & ce qui y domine c'est une bile de Philosophe très-indépendant, il n'avoit avec M. Dodart nulle liaison ni de parenté, ni d'amitié, & n'y prenoit aucun interest, il n'a remarqué aucun autre des jeunes Etudians, enfin il ne se donne pas pour devot, & un air de devotion qui n'étoit pas un dé-

merite à ses yeux, devoit être bien sincere, & même bien aimable. Si l'amour propre étoit un peu plus délicat, on ne compteroit pour loüanges que celles qui auroient de pareils assaisonnemens. M. Patin dans ses Lettres 207, 208, 219, continuë à rendre compte à son Ami de ce que fait M. Dodart. Tantôt il l'appelle *notre Licentié si sage & si sçavant*, tantôt *notre sçavant jeune Docteur*. Il ne le perdoit point de vûë, toûjours poussé par une simple curiosité d'autant plus flateuse, qu'elle étoit indifferente.

Les suffrages naturellement les plus opposés se réunissoient sur M. Dodart. Le P. Deschamps d'une Societé fort peu aimée de M. Patin, ayant un jour entendu par hazard le jeune Docteur dans une leçon aux Ecoles de Medecine, fut si touché de sa belle Latinité, que sur le rapport qu'il en fit à M. le Comte de Brienne, alors Secretaire d'Etat pour les affaires étrangeres, ce Ministre commença à penser à lui, & s'en étant informé d'ailleurs, il eut une extrême envie de se l'attacher en qualité de son premier Commis. Les commencemens de ceux qui n'ont pour eux que leur merite sont assés obscurs, & assés lents, & l'établissement de M. Dodart étoit alors fort mediocre, cependant ni une fortune considerable qui venoit s'offrir d'elle-même, ni l'éclat séduisant d'un emploi de Cour, ne purent le faire renoncer à son premier choix. Sa fermeté étoit soûtenuë par des principes plus élevés qui lui persuadoient que le Ciel l'avoit placé où il étoit. M. de Brienne, pour l'engager insensiblement, exigea qu'il lui fît du moins quelques Lettres plus importantes, & plus secrettes, il eut cette déference, mais il se défendit d'un piége que tout autre n'auroit pas attendu.

Sa constance pour sa profession fut récompensée. Il vint assés promptement à être connu, & Me la Duchesse de Longueville le prit pour son Medecin. Elle étoit alors dans cette grande pieté, où elle a fini ses jours, & l'on sçait que dans l'un & l'autre temps de sa vie elle a fait un cas infini de l'esprit, non-pas seulement de cet esprit qui rend un homme habile dans un certain genre, & qui y est

attaché, mais principalement de celui qu'on peut porter par tout avec soi. Elle y étoit trop accoûtumée pour s'en pouvoir passer, & toute autre langue lui eût été trop étrangere. Un bon Medecin, mais qui n'eût eu, ni cette sorte d'esprit, ni beaucoup de pieté, n'eût été gueres de son goût. Bien-tôt elle honora M. Dodart de sa confiance, j'entens de celle que l'on a pour un Ami. La grande inégalité des conditions ne lui en retrancha que le titre.

Feuë M^{e} la Princesse de Conty Doüairiere, mere de M^{grs} les Princes de Conty & de la Roche-sur-Yon, voulut partager M. Dodart avec Me de Longueville, & en lui donnant chés elle la même qualité, elle lui donna ce qui en étoit inséparable à son égard, la même confiance, & les mêmes agrémens. Mais ce qui est encore, à le bien considerer, plus glorieux pour lui que les bontés mêmes de ces deux grandes & vertueuses Princesses, il eut l'amitié de tous ceux qui étoient à elles. Il n'est pas besoin de connoître beaucoup les Maisons des Grands, pour sçavoir que d'y être bien avec tout le monde, c'est un chef-d'œuvre de conduite & de sagesse, & souvent d'autant plus difficile, que l'on a d'ailleurs de plus grandes qualités. Le grand secret pour y réüssir, est celui qu'il pratiquoit, il obligeoit autant qu'il lui étoit possible, & ne ménageoit point sa faveur dans les affaires d'autrui. Avoir besoin de son credit, c'étoit être en droit de l'emploïer. Heureusement pour un grand nombre de gens de merite, les deux postes qu'il occupoit le firent connoître de plusieurs autres personnes du premier rang, ou de la premiere dignité. J'oserai dire que malgré leur élevation ils avoient pour lui cette sorte de respect, qui n'a point été établi par les Hommes, & dont la Nature s'est réservé le droit de disposer en faveur de la Vertu.

Après la mort de M^{e} la Princesse de Conty, il demeura attaché aux deux Princes ses Enfans, & après la mort de l'Aîné, à M^{e} la Princesse de Conty sa Veuve, & à Mgr le Prince de Conty. Rien n'est au dessus du zele, de la fidelité, du desinterressement qu'il a apportés à leur service,

mais on ne peut dire si de pareils Maîtres n'ont pas encore rendu en lui ces qualités plus parfaites, qu'elles ne l'étoient naturellement. Il a eu le bonheur de réüssir auprès de la Princesse dans des maladies dangereuses qu'elle a euës, & celui de plaire à M. le Prince de Conty par les charmes solides de sa conversation. On sçait combien ce grand Prince est un grand Homme, & un excellent Juge des Hommes.

En 1673 M. Dodart entra dans l'Academie des Sciences parle moïen de M[rs] Perraut. Ils avoient beaucoup de credit auprès de M. Colbert, & en faisoient un usage assés extraordinaire; ils s'en servoient à faire connoître au Ministres ceux qui avoient de grands talens aussi-bien qu'eux, & à leur attirer ses graces.

L'Academie avoit déja entrepris l'Histoire des Plantes, Ouvrage d'une vaste étendue, & M. Dodart s'attacha à ce travail. Au bout de 3 ans, c'est-à-dire, en 1676, il mit à la tête d'un Volume que l'Academie imprima sous le titre de *Memoires pour servir à l'Histoire des Plantes*, une Préface où il rendoit compte & du dessein de ce qu'on en avoit executé jusque là. Nous n'avons point de lui un si grand morceau imprimé, & par bonheur la matiere lui a donné lieu d'y peindre parfaitement son caractere. Il s'agissoit d'une longue recherche, & d'une subtile discussion, & il possedoit au souverain degré l'esprit de discussion & de recherche. Il sçavoit de quel côté, ou plutôt de combien de côtés differens il falloit porter sa vûë, & pointer, pour ainsi dire, la Lunette. Tout le monde ne sçait pas voir, on prend pour l'objet entier la premiere face que le hazard nous en a presentée, mais M. Dodart avoit la patience de chercher toutes les autres, & l'art de les découvrir, ou du moins la précaution de soupçonner celles qu'il ne découvroit pas encore. Ce ne sont pas seulement les grands objets qui en ont plusieurs, ce sont aussi les plus petits, & une grande attention est une espece de Microscope qui les grossit. Il est vrai que cette attention scrupuleuse, qui ne croit jamais avoir assés bien vû, que

ce ſoin de tourner un objet de tous les ſens, en un mot, que l'eſprit de diſcuſſion eſt aſſés contraire à celui de déciſion, mais l'Académie doit plus examiner que décider, ſuivre attentivement la Nature par des obſervations exactes, & non pas la prévenir par des jugemens précipitez. Rien ne ſied mieux à nôtre Raiſon que des concluſions un peu timides, & même quand elle a le droit de décider, elle feroit bien d'en relâcher quelque choſe. On peut prendre la Préface que nous venons de citer pour un modele d'une Theorie embraſſée dans toute ſon étenduë, ſuivie juſque dans ſes moindres dépendances, tres-finement diſcutée, & aſſaiſonnée de la plus aimable modeſtie.

Il n'étoit pas poſſible que M. Dodart ne portât dans l'exercice de ſa profeſſion ce même eſprit, fortifié encore par ſon extrême délicateſſe de conſcience. Un Malade n'avoit à craindre ni ſon inapplication, ni même une aplication legere & ſuperficielle, mais ſeulement, car il faut tout dire, ſa trop grande application, qui pouvoit le rendre irréſolu ſur le choix d un parti. La pratique n'admet pas toûjours les ſages lenteurs de la ſpeculation, & quelquefois la Raiſon elle-même ordonne qu'on agiſſe ſans l'attendre.

L'Hiſtoire des Plantes étoit le principal travail de M. Dodart dans l'Academie, mais non pas le ſeul. Il s'attacha beaucoup à étudier la Tranſpiration inſenſible du Corps humain. Tous les Phyſiciens & les Medecins en avoient toûjours eu une idée, mais ſi generale & ſi vague, que tout ce qu'ils en ſçavoient proprement étoit qu'il y a une Tranſpiration. L'illuſtre Sanctorius, Medecin de Padouë, eſt le premier qui ait ſçû la réduire au calcul par des experiences, & en comparer la quantité à celle des déjections groſſieres. Elle va beaucoup au-delà de ce qu'on eût jamais imaginé, il peut ſortir du Corps en un jour, ſelon Sanctorius, 7 ou 8 liv. de matiere par la Tranſpiration, & comme il n'eſt pas poſſible qu'une ſi abondante évacuation ne ſoit fort importante, pluſieurs habi-

les Medecins la regardent comme un des principaux fondemens, & de leur Theorie & de leur Pratique. Mais parce que Sanctorius a eu le premier de si belles vûës, il ne les a pas poussées à leur perfection. Par exemple, quoiqu'il ait conçû en general que la Transpiration devoit être differente selon les âges, il ne paroît avoir eu égard à cette difference, ni dans ses observations ni dans les consequences qu'il en tire, & M. Dodart s'assura par des experiences continuées durant 33 ans que l'on transpire beaucoup plus dans la jeunesse; en effet il est fort naturel, & que la chaleur du sang, plus foible à mesure que l'on vieillit, pousse au dehors moins de particules subtiles, & qu'en même-tems les pores de la peau se resserrent. M. Dodart étoit particulierement propre à faire ces sortes d'experiences, parce qu'il faut les faire sur soi-même, & mener une vie égale & uniforme, tant d'un jour à l'autre, que dans les differens âges; autrement on ne pourroit comparer sans beaucoup d'erreur ou d'incertitude les Transpirations de differens temps. Une alternative irréguliere d'intemperance & de sobrieté broüilleroit tout.

Il fit sur ce même sujet une autre experience, pour laquelle l'uniformité de vie n'eût pas été suffisante, il falloit encore, ce qui semblera peut-être surprenant, une grande pieté. Il trouva le premier jour de Carême 1677 qu'il pesoit 116 liv. 1 once. Il fit ensuite le Carême comme il a été fait dans l'Eglise jusqu'au 12me Siecle, il ne beuvoit ni ne mangeoit que sur les 6 ou 7 heures du soir, il vivoit de Legumes la plûpart du temps, & sur la fin du Carême de pain & d'eau. Le Samedi de Pâques il ne pesoit plus que 107 liv. 12 onc. c'est-à-dire, que par une vie si austere il avoit perdu en 46 jours 8 liv. 5 onc. qui faisoient la 14me partie de sa substance. Il reprit sa vie ordinaire, & au bout de 4 jours il avoit regagné 4 liv. ce qui marque qu'en 8 ou 9 jours il auroit repris son premier poids, & qu'on répare facilement ce que le jeûne a dissipé; en donnant cette experience à l'Academie, il prit toutes les précautions possibles pour se cacher, mais il fut découvert. Il est

assés rare, non qu'un Philosophe soit un bon Chrétien, mais que la même action soit une observation curieuse de Philosophie, & une austerité Chrétienne, & serve en même-temps pour l'Academie & pour le Ciel.

Il avoit fait de pareilles observations sur la saignée, que 16 onces de sang, par exemple, se réparoient en moins de 5 jours dans un sujet qui n'étoit nullement affoibli; il reste à sçavoir en combien de temps se feroit cette réparation dans un Malalade, & il est clair que de pareils principes décideroient la grande question de l'utilité ou du danger de la saignée, & regleroient les ménagemens qu'il y faut apporter. Mais il s'en falloit bien que M. Dodart lui-même, malgré le long-temps qu'il avoit donné à ces sortes d'experiences, en eût encore fait assés. Il paroît par ce que j'en ai pû recüeillir, qu'ordinairement le fort de la transpiration est dans les premieres heures qui suivent un bon repas, quoique Sanctorius le mette à peu près vers le milieu de l'intervalle de deux repas. Toute cette matiere est encore pleine d'incertitude, & si l'on pese bien la difficulté de rassembler autant de faits qu'il en faudroit selon les differens âges, les temperamens, les climats, les saisons, &c. elle est si grande, que c'est presque un sujet de desespoir pour les Physiciens.

M. Dodart avoit eu la pensée de faire une Histoire de la Medecine. M. le Clerc Medecin de Geneve, frere de l'illustre M. le Clerc de Hollande, a dignement executé ce grand dessein, & il dit dans sa Préface, qu'il avoit appris, qu'il s'étoit rencontré dans cette entreprise avec le *sçavant* M. Dodart. On a trouvé dans ses papiers plusieurs Memoires qui y avoient rapport, par exemple, sur la Diéte des Anciens, sur leur Boisson & leur Ptisane. Les recherches de la Transpiration y devoient entrer aussi.

Il pensoit encore à une Histoire de la Musique ancienne & moderne, & ce qui a paru de lui dans les Memoires de cette Academie sur la formation de la Voix, en étoit un Préliminaire. C'est peut-être affliger le Public que de lui annoncer ces differens Projets, demeurés sans execu-

tion entre des mains si sçavantes, mais il n'y a point d'habile homme qui ne lui ait donné les mêmes sujets de déplaisir; le genie & le sçavoir fournissent plus de desseins, & inspirent même un courage plus entreprenant, que ne comporte à la rigueur la condition humaine, & peut-être ne feroit-on pas tout ce qu'on peut, sans l'esperance de faire plus qu'on ne pourra.

Toutes ces entreprises commencées, & qui ne prenoient rien sur les devoirs, marquent assés combien M. Dodart étoit laborieux. Ses plaisirs & ses amusemens étoient des travaux moins penibles, tels que de simples lectures, mais toûjours instructives & solides. Il lisoit beaucoup sur les matieres de Religion, car sa pieté étoit éclairée, & il accompagnoit de toutes les lumieres de la Raison la respectable obscurité de la Foi.

Il étoit le Medecin d'un aussi grand nombre de Pauvres, & peut-être même d'un plus grand nombre qu'il ne le pouvoit être de la maniere dont il l'étoit. Il ne les guérissoit pas seulement, il les nourrissoit; aussi avoit-il été obligé d'associer à ses entreprises de charité plusieurs personnes de consideration, & d'aller mandier lui-même du secours pour être plus en état d'en donner.

Agé de près de 73 ans, après de longues douleurs de Nephretique dont on ne s'appercevoit presque point, il crut avoir la Pierre, & se résolut sans peine à l'operation. Me la Princesse de Conty fit tout ce qu'il eût fallu faire pour calmer l'esprit le plus agité & le plus inquiet, & le fit avec d'autant plus de generosité, que les dispositions du Malade l'y obligeoient moins. Elle l'assura que M. Dodart son fils rempliroit sa place auprès d'elle, & qu'elle donneroit à Mlle Dodart sa fille une pension qui suppléroit à la modicité du bien qu'il lui laissoit. Il n'avoit que ces deux Enfans tous deux d'un premier lit.

On reconnut ensuite qu'il n'avoit point la Pierre. Il étoit destiné à perdre la vie de la maniere du monde la plus heureuse, par une action de charité. Un jour il s'exceda de fatigue pour des Pauvres qu'il traitoit; prit

beaucoup de froid, & revint chés lui à jeun à 5 heures du soir. La fiévre qui se déclara aussi-tôt, & une fluxion de poitrine l'emporterent en 10 jours. Il mourut le 5 Novembre 1707, 7 jours avant notre Assemblée publique de la S. Martin, circonstance favorable à l'honneur de sa memoire, car comme je ne me sentis pas capable de faire son Eloge en si peu de temps, M. l'Abbé Bignon le fit presque sans préparation, tel que son cœur le lui dicta, & M. Dodart est jusqu'ici le seul qui ait eu cet avantage.

Tant que sa maladie dura, Me la Princesse de Conty envoyoit à chaque moment sçavoir de ses nouvelles, dès qu'il fut mort, elle executa tout ce qu'elle avoit promis. On pourroit croire que tout cela n'est parti que de la bonté generale de cette Princesse, ou d'une certaine generosité indifferente, mais des larmes ne peuvent venir que du fond du cœur, quand aucune bien-séance ne les demande, & qu'au contraire l'extrême inégalité des personnes semble s'y opposer. A l'éloquence naturelle qu'elles ont pour faire un Eloge, se joint le prix que leur donnent les yeux qui les ont versées.

M. Dodart étoit né d'un caractere sérieux, & l'attention Chrétienne avec laquelle il veilloit perpetuellement sur lui-même n'étoit pas propre à l'en faire sortir, mais ce serieux, loin d'avoir rien d'austere ni de sombre, laissoit paroître assés à découvert un fond de cette joïe sage & durable, qui est le fruit d'une raison épurée, & d'une conscience tranquille. Cette disposition ne produit pas les emportemens de la gaïeté, mais une douceur égale, qui cependant peut devenir gaïeté pour quelques momens, & par une espece de surprise, & de tout cela ensemble se forme un air de dignité qui n'appartient qu'à la vertu, & que les dignités même ne donnent point. Encore une chose, qui, quoiqu'infiniment moins considerable, sied bien, & que M. Dodart avoit parfaitement, c'est la noblesse de l'expression. Outre qu'elle tient je ne sçai quoi de celle des mœurs, elle fait foi que l'on a vêcu dans un monde choisi, car ce n'est que là qu'elle se prend, ou

ſe perfectionne. Il avoit de plus une grande facilité naturelle de parler, à laquelle il joignoit le rare merite de n'en abuſer jamais, & il s'étoit fait un ſtile qui ſans être affecté, n'étoit cependant qu'à lui.

Il poſſedoit ſouverainement les qualités d'Academicien, c'eſt-à-dire, d'un Homme d'eſprit, qui doit vivre avec ſes pareils, profiter de leurs lumieres, & leur communiquer les ſiennes. On n'aime pas tant en ce genre à recevoir qu'à donner, quoiqu'il ſoit plus difficile de donner comme il faut, que de recevoir. Si l'on a de la peine à faire le perſonnage d'inferieur, quand on reçoit, on en a encore plus à ne pas faire celui de ſuperieur, quand on donne. M. Dodart entendoit parfaitement tous les deux, il propoſoit ſes vûës avec une modeſtie qui faiſoit preſque en leur faveur l'effet d'une nouvelle preuve, & il entroit dans ce qui étoit propoſé par les autres, comme s'il n'eût ſçû ce qu'il apprenoit d'eux en ce moment. Il aimoit à emprunter & à faire valoir leurs idées, & il auroit plûtôt affecté que manqué l'occaſion de leur en rendre une eſpece d'hommage. Il ſeroit inutile de faire une plus longue peinture de ſes mœurs, tout partoit d'un ſeul principe, un cœur naturellement droit & noble avoit été continuellement cultivé par la Religion.

Sa place de Botaniſte Penſionnaire a d'abord été remplie par M. Burlet, auparavant ſon Eleve, mais parceque M. Burlet étoit premier Medecin du Roi d'Eſpagne, il a été déclaré Veteran, & la place de Penſionnaire a été donnée à M. Morin, Medecin de l'Hôtel-Dieu, qui étoit Aſſocié Botaniſte.

FIN.

MEMOIRES

MEMOIRES
DE
MATHEMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,

TIREZ DES REGISTRES
de l'Academie Royale des Sciences.

De l'Année M. DCCVII.

OBSERVATIONS

De la quantité de pluïe qui est tombée à l'Observatoire pendant l'année 1706, & sur le Thermometre & le Barometre.

PAR M. DE LA HIRE.

1707. 8. Janvier.

LES Observations que je fais depuis longtems de la quantité d'eau qui tombe sur la terre pendant chaque année, & dont je donne le résultat dans les Memoires de l'Academie au commencement de l'année suivante, ont excité plusieurs Curieux en differens endroits du Royaume à faire la même chose dans les lieux où ils sont. On a déja donné quelques-unes

de ces Obſervations dans nos Memoires, & on les a comparées à celles de Paris; mais la plus conſiderable eſt celle que M. le Maréchal de Vauban a fait faire à l'Iſle en Flandres pendant 10 années de ſuite, & que j'ai rapporté il y a quelque tems, d'où j'ai conclu qu'il pleuvoit un peu plus en Flandres qu'à Paris.

Voici la continuation de ces Obſervations, leſquelles ont été faites ici pendant l'année précedente dans toutes les mêmes circonſtances, & de la même maniere que celles des années paſſées. La hauteur de l'eau qui eſt tombée à l'Obſervatoire a été en

Janvier.	8 lig.	$\frac{1}{4}$	May.	23	$\frac{1}{2}$	Septembre.	18 lig.	$\frac{1}{4}\frac{1}{8}$
Fevrier.	15	$\frac{3}{4}\frac{1}{8}$	Juin.	21	$\frac{1}{2}$	Octobre.	19	$\frac{1}{4}$
Mars.	3	$\frac{1}{2}\frac{1}{8}$	Juillet.	13		Novembre.	17	
Avril.	7	$\frac{1}{2}$	Aouſt.	5	$\frac{1}{4}\frac{1}{8}$	Decembre.	30	$\frac{1}{4}\frac{1}{8}$

Somme de l'eau de toute l'année 183 lig. $\frac{1}{2}\frac{1}{8}$, ou bien 15 pouces 3 lignes $\frac{5}{8}$.

Cette année a été fort ſéche, ſi l'on conſidere en general la quantité d'eau qui eſt tombée, laquelle eſt ordinairement de 19 à 20 pouces : mais on la doit regarder comme une des plus humides, ſi l'on fait attention que les plus grandes pluïes arrivent ordinairement aux mois de Juillet & d'Aouſt avec des orages, & que cette année il n'a plu dans ces deux mois enſemble qu'un peu plus de 18 lignes.

Ces années ſéches en eſté ſont toûjours fort avantageuſes pour les blés dans ces païs-ci, dont la plûpart des terres ſont humides & fraîches ; & alors il n'y croît point de méchantes herbes, & ils ne verſent point.

Pour ce qui eſt de la chaleur, je la meſure avec le Thermometre qu'on appelle de Florence, lequel eſt poſé dans un lieu à l'air, mais fort à l'abri du Soleil. Il eſt au 48e degré de ſa diviſion dans le fond des Caves de l'Obſervatoire, où je ſuppoſe que l'air eſt dans un état moyen de chaleur, & il commence à geler quand la liqueur deſcend dans le tuyau au 32e degré. Le plus bas où le Thermometre ſoit deſcendu au commencement de cette année a été

à 20 degrés $\frac{1}{2}$ le 21 Janvier ; mais il eſt preſqu'auſſi-tôt remonté vers le 30e degré, & la gelée n'a été que peu conſiderable & de peu de durée ; & dans les huit premiers jours de Fevrier, où ſont ordinairement les plus grands froids, le Thermometre s'eſt toûjours ſoûtenu vers le 30 degré. Le 9 de ce même mois il étoit à 45 degrés, qui eſt preſque l'état moyen : le reſte du mois il a toujours été vers le 30e degré, ce qui marque une foible gelée. Pour le froid de la fin de cette année, il n'a pas été conſiderable, puiſqu'il n'a gelé que le 21 Decembre, le Thermometre étant deſcendu à 28 $\frac{1}{2}$. Il n'eſt tombé que peu de nége le 4 Fevrier.

Si le froid n'a pas été grand, & que de peu de durée, au contraire la chaleur a été tres-conſiderable & a duré long-tems, puiſque le Thermometre s'eſt preſque toûjours ſoûtenu vers le 60e degré dans les trois mois de Juin, Juillet & Aouſt. Le jour le plus chaud a été le 8 Aouſt, où le Thermometre étoit à 68 degrés vers le lever du Soleil, qui eſt l'heure où je l'obſerve toûjours, & où l'air eſt le plus froid de la journée. Ce même jour à 2^{h} après midi, qui eſt l'heure où l'air eſt le plus échauffé, le Thermometre étoit monté à près de 82 degrés, d'où l'on connoît que la chaleur étoit très-grande, puiſque le Thermometre étoit monté de 34 degrés au-deſſus de l'état moyen ; & s'il deſcendoit autant au-deſſous en hyver, il viendroit à 14 degrés, ce qui marque ordinairement les plus grands froids que nous reſſentions dans ce pays-ci.

Dans ces ſortes d'Obſervations on doit avoir égard au vent qui cauſe en partie la chaleur & le froid, c'eſt pourquoi j'y donne auſſi beaucoup d'attention. Dans le mois de Janvier le vent a toûjours été vers l'Eſt, tirant tantôt au Sud, & tantôt au Nord. Au commencement de Fevrier il étoit vers l'Oüeſt, & dans la fin du mois vers le Nord. En Mars il a été aſſez variable, & principalement à l'Oüeſt & peu à l'Eſt en paſſant par le Nord. En Avril au commencement vers le Nord-Eſt, & à la fin à l'Oüeſt. En May le vent d'Oueſt a dominé. En Juin le vent étoit

presque toûjours vers le Sud & l'Oüest. En Juillet au commencement & à la fin vers l'Oüest, & au milieu vers le Nord. En Aoust il a été presque toûjours à l'Oüest, en tirant un peu au Nord, & fort souvent au Sud, ce qui a beaucoup contribué aux grandes chaleurs. En Septembre presque toûjours au Sud-Oüest. Au commencement d'Octobre aussi au Sud-Oüest, & à la fin vers le Sud-Est. En Novembre le vent a presque toûjours été au Sud & un peu aux environs, mais principalement vers l'Oüest. En Decembre presque toûjours au Sud & au Sud-Oüest.

Le vent dominant de cette année a été le Sud-Oüest, comme il l'est ordinairement dans ces païs-ci à cause de la proximité de la mer, mais ce vent de Sud-Oüest a toûjours eté tres-violent.

Il a fait quelques orages pendant l'esté, mais le plus considerable est arrivé le 27 Juillet au matin avec un tonnere qui a fait beaucoup de desordre en plusieurs endroits.

Le Barometre qui me sert à marquer la pesanteur de l'air, est toûjours placé à la hauteur de la grande Salle de l'Observatoire. Le 10 Mars le mercure y étoit élevé à 28 pouces 1 ligne $\frac{1}{2}$, & le 22 Decembre il étoit descendu à 26 pouces 9 lignes : la difference entre ces deux hauteurs a donc été de 1 pouce 4 lignes $\frac{1}{2}$, ce qui est à peu près comme l'ordinaire; mais il descend rarement aussi bas à moins que d'un tres-grand vent & qui dure long-tems vers le Sud comme il étoit alors. J'ai remarqué fort souvent que le mercure étoit fort élevé, quoique le vent fût vers le Sud, ce qui est contre la regle ordinaire.

Le tuyau du Barometre dont je me sers toûjours est fort délié & fort long, & je soupçonne qu'il y ait un peu d'air que je n'ai pû ôter ; car j'en ai un autre dont le tuyau est de grosseur mediocre, où le mercure se soûtient toûjours plus de 3 ligne plus haut. On voit de la lumiere dans le vuide de ces Barometres quand on y agite le mercure, & l'un de ceux-ci est celui où M. Picard de l'Academie remarqua le premier & pour la premiere fois de la lumiere

dans le vuide des Barometres. Nous avons encore d'autres Barometres, construits d'une maniere differente de l'ordinaire, & même où l'on a laissé entrer de l'air, qui font aussi de la lumiere.

J'ai encore observé le 31 Decembre de cette année 1706 de la declinaison de l'aiguille aimantée de 9 degrés 48 minutes vers l'Oüest avec la même aiguille de 8 pouces de longueur, & dans le même lieu où j'ai accoûtumé de l'observer tous les ans, comme je l'ai marqué dans les années précedentes.

EXPERIENCES NOUVELLES SUR LES HUILES,

Et sur quelques autres matieres où l'on ne s'étoit point encore avisé de chercher du fer.

PAR M. LEMERY le fils.

1707. 8. Janvier.

JE lûs le 13 Novembre 1706 un Memoire dans lequel je tâche de prouver par des raisons fondées sur plusieurs experiences, qu'il est tres vrai semblable que le fer monte & s'insinuë dans le tissu des Plantes pendant qu'elles sont sur la terre, & qu'ainsi il y a tout lieu de croire que le fer qui se trouve dans leurs cendres n'est point un ouvrage de feu, mais qu'il existoit réellement dans la Plante avant qu'elle eût été brûlée. On me fit l'honneur de me proposer une objection, à laquelle j'aurois répondu dans le Memoire même, si la réponse n'eût été un peu longue par le détail d'experiences qu'elle demandoit. Voici cette réponse ensuite de l'objection telle qu'elle m'a été proposée.

Objection. M. Geoffroy a trouvé le secret de faire du fer artificiel, non seulement avec l'huile de lin & l'argille, mais encore avec les huiles de vitriol & de terebentine

Pag. 285. & 286. des Memoires de 1704.

mêlées ensemble, & poussées par un grand feu; & ainsi, dit-on, le fer qui se trouve dans les cendres d'une Plante s'est aussi formé des principes mêmes de cette Plante pendant la calcination.

Avant que de répondre à cette objection, je suis bien-aise de marquer publiquement le cas singulier que je fais des experiences de M. Geoffroy en general, & en particulier de celles qu'il nous a données sur le fer. Ces dernieres ont fourni des vûës nouvelles pour faire quantité d'autres experiences ausquelles on n'auroit peut-être jamais pensé sans cela; & quoique nous pensions bien differemment l'un & l'autre sur le fer qu'on retire du mêlange des matieres dont il a été parlé, cependant j'ose dire que je lui dois en quelque sorte le sentiment où je suis sur ce sujet, puisque je ne m'y suis particulierement attaché qu'après quelques experiences nouvelles que je n'aurois jamais faites ni même imaginées, si je n'y avois été conduit par ses propres experiences. Au reste comme ce n'est point l'envie de le critiquer, mais seulement d'éclaircir la verité qui me fait prendre la liberté de proposer mes conjectures, j'espere que s'il n'approuve pas mes raisons, du moins approuvera-t-il le motif qui me fait agir.

Réponse. Je réponds donc que les matieres dont M. Geoffroy se sert, & qu'il mêle ensemble pour la production de son fer artificiel, sont toutes soupçonnées, & à juste titre, de contenir réellement du fer.

Je ne dis encore que soupçonnées, quoique je pusse dire beaucoup plus, comme on le verra par la suite : mais enfin quand il n'y auroit qu'un simple soupçon à ce que j'avance, pourvû qu'il fût bien fondé, puisqu'avec ce soupçon on auroit tout lieu de douter que M. Geoffroy eût jamais fait un seul grain de fer; on ne seroit pas en droit de se servir de ses experiences pour prouver que le fer qui se trouve dans les cendres des Plantes s'y est formé de la même maniere pendant le tems de la calcination, & cela d'autant moins que j'explique assez naturellement dans le Memoire du 13 Novembre 1706, de quelle maniere le fer

peut monter & s'insinuer dans tous les tuyaux d'une Plante. Je viens presentement au détail de chacune des matieres que M. Geoffroy a employées.

Et pour commencer par l'argille, pour peu qu'elle ait été dessechée, on y trouve du fer, & j'en ai effectivement trouvé: mais pour en avoir davantage, j'ai mis une certaine quantité d'argille dans un creuset, j'ai poussé la matiere par un bon feu pour en enlever l'humidité, & quand cette matiere a été bien desséchée & réduite en poudre, j'y ai passé mon coûteau aimanté qui en a enlevé avec la derniere facilité plusieurs grains. Preuve évidente que ce n'est point le mêlange de l'huile de lin & de l'argille qui produit le fer, l'huile de lin par le principe du souffre qu'elle contient, & l'argille par son acide vitriolique, comme le prétend M. Geoffroy: mais bien plûtôt que ce metal se trouve naturellement dans l'argille, comme dans toute autre sorte de terre.

A l'égard de l'huile de vitriol que M. Geoffroy mêle avec l'huile de terebentine, comme elle vient d'un mixte dont la base principale est du fer, & qu'elle en vient par une derniere violence de feu, je me suis imaginé qu'elle pourroit bien avoir enlevé avec elle quelques particules de fer, & pour éclaircir cette conjecture, j'ai fait les deux experiences suivantes.

J'avois de l'huile de vitriol d'une couleur tres foncée, & qui étoit depuis long-tems dans une grosse bouteille de verre; j'ai pris le fond de la liqueur qui étoit beaucoup plus épais & plus foncé que le reste; je l'ai fait évaporer au feu de sable, il m'est resté une matiere fort noire & fort grasse au toucher, d'un goût très-acide & piquant: j'ai mis cette matiere dans un creuset, & je l'ai poussée par un bon feu; elle a perdu sa couleur noire, sa consistance graisseuse & son goût acide, & elle est devenuë presque semblable par sa couleur à de la roüillure de fer; j'y ai passé mon coûteau aimanté qui en a attiré quelques grains.

Je ne me suis pas contenté de cette experience; j'ai pris d'une autre huile de vitriol moins foncée en couleur que

la précedente, & j'ai choisi le dessus de la liqueur, & non pas le fond; j'ai mis cette liqueur dans une cucurbite de verre, j'y ai adapté un chapiteau & un recipient, la liqueur est montée plus claire qu'elle n'étoit auparavant, mais moins claire que l'esprit du vitriol ordinaire; j'ai trouvé au fond de la cucurbite une matiere grise, d'un goût acide, & qui s'humectoit aisément à l'air; je l'ai poussée dans un creuset par un bon feu, & elle est devenuë d'un jaune moins fort que celle de la précedente operation. Il y avoit encore dans cette matiere quelques grains qui ont été enlevez par mon coûteau aimanté; mais ces grains étoient moins abondans & plus fins que ceux de l'autre matiere: cependant en les examinant avec attention, on les voyoit distinctement attachez au coûteau; on les y voyoit sauter quand on les séparoit du coûteau, & qu'on le representoit de nouveau à ces grains; enfin il ne m'est resté aucun lieu de douter que ce ne fût de veritables grains ferrugineux.

J'ai voulu ensuite essayer si l'on ne pourroit point retirer du fer non seulement de l'huile de lin que M. Geoffroy mêle avec l'argille pour la fabrique de son fer artificiel, mais encore de l'huile de terebentine qu'il mêle avec l'huile de vitriol pour la composition du même metal, comme il a été déja dit, & enfin de plusieurs autres huiles qu'il n'a point employées; j'ai mis pour cela dans une cucurbite de verre de l'huile de lin, de l'eau commune distillée & du sel de tartre, sur lequel j'avois passé auparavant mon coûteau aimanté pour m'assurer s'il n'y avoit point quelques grains de fer, & je n'y en ai point remarqué. Ce mêlange a produit une espece de savon; je l'ai poussé par un feu de sable, la partie aqueuse a monté d'abord, ensuite la partie huileuse, mais avec peine, & elle étoit fort épaisse & rousse dans les commencemens, & noire sur la fin. Quand l'operation a été achevée, j'ai trouvé dans la Cucurbite une masse noire, friable & cassante, sur laquelle j'ai versé de l'eau chaude pour dissoudre le sel de tartre qui en faisoit partie: la liqueur s'est

effe ctivemen

effectivement chargée du ſel de tartre, & en même tems d'une huile noire que ce ſel avoit diſſout. J'ay réïteré les lotions juſqu'à ce que l'eau ne prît plus de teinture, & qu'elle n'eût plus de goût. J'ay mis dans un creuſet la matiere reſtante qui étoit preſque tout à fait terreuſe; j'en ay enlevé par le feu ce qui pouvoit y être reſté d'huile & d'humidité aqueuſe, & quand elle a été refroidie, j'y ay paſſé mon coûteau aimanté qui en a attiré pluſieurs grains.

Cette experience finie, il m'eſt venu un ſcrupule ſur le fer qui s'étoit trouvé dans la partie terreuſe de l'huile de lin. J'ay craint que le mêlange du ſel de tartre avec cette huile n'eût formé le fer, ou à parler plus ſincerement, j'ay craint qu'on ne me fit cette objection. Cependant ce ſel eſt un ſel alkali, & M. Geoffroy prétend p. 284 & 285 des Mem. de 1704, qu'il faut pour la formation du fer un acide, & même un acide vitriolique. J'ay donc pris une autre voïe pour eclaircir ce doute, & pour éviter les difficultez qu'on pourroit me faire au ſujet du ſel de tartre.

J'ay mis dans une cucurbite de verre égales parties d'huile de lin & d'eau commune diſtilée, & aprés avoir adapté un chapiteau & un recipient, j'ay pouſſé la liqueur de la même maniere que dans la précedente operation: la partie acqueuſe eſt montée d'abord, enſuite la partie huileuſe, peu differente par ſa couleur de ce qu'elle étoit auparavant, mais d'une conſiſtance plus épaiſſe; il eſt reſté au fond de la curcubite une matiere tres-viſqueuſe & tres-tenace; j'ay mis cette matiere dans un creuſet neuf ſur le le feu, elle s'y eſt enflamée, & quand tout ce qu'il y avoit d'inflammable a été enlevé, j'ay retiré la matiere terreuſe qui étoit reſtée au fond du creuſet, j'y ay paſſé mon coûteau aimanté qui en a enlevé une quantité tres-conſiderable de grains ferrugineux.

J'ay fait les mêmes experiences ſur les huiles de terebentine, d'amende douces & d'olives, & j'ay toûjours trouvé des grains ferrugineux dans leur partie terreuſe.

On voit par toutes les experiences qui viennent d'être

rapportées, que chacune des matieres dont s'est servi M. Geoffroy, prises séparément, & analisées de la maniere du monde la plus simple; donnent du fer, & qu'ainsi ce n'est point le mêlange de l'huile de lin avec l'argile, & de l'huile de terebentine avec un acide vitriolique qui produit du fer, comme le prétend M. Geoffroy. On voit aussi ce que j'avois déja avancé, que toutes les matieres dont il a été parlé sont tout au moins soupçonnées de contenir réellement du fer; il y a donc tout lieu de douter que M. Geoffroy ait fait du fer, & par consequent on ne peut pas conclure de ses experiences que le fer qui se trouve dans les cendres des Plantes, soit aussi un metal nouvellement formé.

Mais enfin supposons pour un moment que M. Geoffroy ait effectivement trouvé le secret de faire du fer artificiel en mêlant ensemble les matieres dont il a été parlé, & en les poussant par un grand feu; s'ensuit-il de-là que toutes les matieres dont on tirera du fer par la calcination, n'en contenoient point auparavant, & que le fer s'y sera toûjours formé des principes mêmes du mixte unis ensemble d'une certaine maniere par l'action du feu? Il faudroit donc dire aussi que le fer qu'on retire du vitriol, du souffre commun, & de plusieurs autres mixtes, a été produit pendant que le feu a agi sur ces corps, ce qui seroit tres-faux, puisqu'on sçait qu'ils contiennent réellement du fer. Or comment prouvera-t-on que le fer qui se trouve dans les cendres des Plantes, étoit moins réellement existant dans les Plantes que le fer qu'on retire par l'analyse du vitriole, ne l'étoit dans le vitriole même? Car l'un & l'autre fer se tirent de la même maniere de ces deux matieres, c'est à dire par la voïe de l'analyse, qui ne me paroît pas produire autre chose dans l'un & dans l'autre cas, que de dégager & de desunir les parties les unes des autres: celles qui sont volatiles s'élevent, & l'Artiste ne peut pas dire qu'il les ait faites: celles qui sont fixes restent au fond du vaisseau, & je ne crois pas qu'il ait un plus grand droit d'assurer qu'elles soient son ouvrage. J'ajoûte une refle-

xion : Si l'on avoit pas une connoiſſance auſſi exacte du vitriol que l'on en a, & ſi on n'en avoit jamais fait, celui qui l'analyſant y trouveroit du fer, auroit autant de fondement d'avancer que ce fer eſt nouvellement formé, que le fer des cendres des Plantes ; cependant il ſe tromperoit, & il ne reconnoîtroit ſon erreur qu'en recompoſant ce mineral, & en voyant de ſes propres yeux que le fer en fait une partie principale. Malheureuſement il n'eſt pas auſſi aiſé de faire une Plante que du vitriole, & ainſi la voïe de la compoſition ne peut ſervir dans les Plantes, comme elle ſert dans le vitriol à faire connoître ſi effectivement le fer y eſt entré, & s'il y eſt réellement exiſtant : mais le raiſonnement nous prouve qu'il y a tout lieu de le croire, comme je l'ay prouvé dans le Memoire du 13 Novembre 1706. D'ailleurs, s'il m'eſt permis de dire le ſentiment, ou peut-être le préjugé où je ſuis ſur la formation des metaux, qu'elle apparence y a-t-il qu'il ſe forme du fer par la ſimple analyſe d'une Plante ? Ce ſeroit certainement une double merveille que de faire du metal, & de le faire par un chemin auſſi prompt & auſſi aiſé : mais cette voïe n'eſt-elle pas bien facile pour n'être pas un peu ſuſpecte ? & croit-on qu'il n'en coûte pas davantage à la nature pour la production de ce metal dans les entrailles de la terre ? Car enfin le metal étant en general une matiere dont les parties eſſentielles ſont dans une liaiſon plus étroite que celles des autres corps, il ſemble qu'elle demande pour ſa formation une forte digeſtion, & par conſequent une longue ſuite de tems. J'avoüeray, ſi l'on veut, que le fer en demande moins que les autres metaux : mais je ne puis concevoir qu'il ne faille pour former du fer que le tems de brûler une Plante ; & dés que je conçois aiſément comment le fer peut monter dans la Plante, je trouve plus vrai-ſemblable de l'y croire actuellement exiſtant, que de ſuppoſer qu'il ſe faſſe en ſi peu de tems.

INCOMPATIBILITE'

GEOME'TRIQUE

De l'hypothêse du Tournoyement de la Terre sur son centre, avec celle de Galilée touchant la pesanteur.

PAR M. VARIGNON.

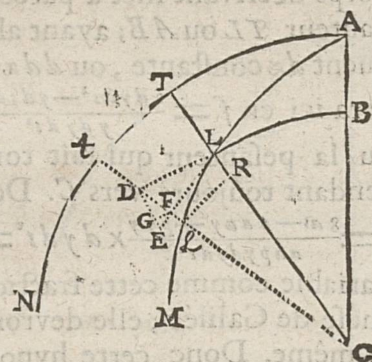
1707. 29. Janvier.

LE Pere *Riccioli* Jesuite dans son Almageste Tom. 1. Liv. 9. a fait plusieurs Argumens tirés de la chute des corps, pour prouver l'immobilité de la Terre : il paroît par les transactions Philosophiques d'Angleterre du mois de Juin 1668 que le Pere *de Angelis* Jesuate y a répondu. Je n'entreprens point ici d'examiner leurs raisons; mais seulement d'en rapporter une qui me vint il y a quelque tems en pensée en consequence de ce que j'ay donné jusqu'ici des Forces centrales, laquelle me paroît démontrer effectivement l'incompatibilité, du moins Geométrique, du tournoyement de la Terre sur son centre, avec l'opinion de Galilée touchant la pesanteur & la chute des corps. Voici l'une & l'autre de ces hypotêses.

Premiérement celle de Galilée touchant la chûte des corps, est d'en regarder la pesanteur comme une force constante & toûjours la même, en vertu de laquelle les hauteurs parcouruës (à compter du commencement des chûtes) sont entr'elles comme les quarrés des tems employés à les parcourir.

Secondement dans l'hypothêse du Tournoyment de la Terre sur son centre, on suppose non-seulement ce tournoyement uniforme, mais encore que la Terre emporte son Atmosphere d'une vitesse proportionnée à la distance où chacune des parties de cette Atmosphere se trouve de son centre.

D'où l'on voit que dans ces deux hypotêses à la fois, un corps tombant de A, par exemple, sur la Terre dont C soit le centre, sur lequel elle tourne de A vers N, doit décrire une Courbe ALM telle qu'en prenant l'arc circulaire AT décrit du centre C par A, pour le tems employé à tomber de A en L; les hauteurs parcouruës TL, ou AB en faisant aussi l'arc LB du centre C doivent être partout entr'elles comme les quarrés de AT, c'est à dire $TL = AT \times AT$: Et cela par le moyen d'une pesanteur constante & toûjours la même, laquelle tende sans cesse au centre C.



Or je dis que cela est impossible. Car en appellant AC, a; AT, t; & CL, y; l'on auroit $t = \sqrt{a - y}$, ou $t = \sqrt{ap - py}$ en prenant p pour l'unité. Et par conséquent $dt = \frac{-pdy}{2\sqrt{ap-py}}$, ou $dt^2 = \frac{ppdy^2}{4ap - 4py} = \frac{pdy^2}{4a - 4y}$, ou bien aussi $dy^2 = \frac{4a - 4y}{p} \times dt^2$.

Mais si l'on conçoit Ct indéfiniment proche de CT, avec le petit arc lR décrit du centre C; & qu'on appelle Rl, dx; & Ll ds; l'on aura $Ct\ (a).\ Cl\ (y) :: Tt\ (dt).\ Rl\ (dx) = \frac{ydt}{a}$. Et par consequent aussi $dx^2 = \frac{yydt^2}{aa}$.

Donc $ds^2\ (dy^2 + dx^2) = \frac{4a - 4y}{p} \times dt^2 + \frac{yydt^2}{a} = \frac{4a^3 - 4aay + pyy}{aap} \times dt^2$. Donc aussi (en faisant dt constante) $dsdds = \frac{pydy - 2aady}{aap} \times dt^2$. Par conséquent $2dyds^2 - ydsdds = \frac{8a^3 - 8aay + 2pyy - pyy + 2aay}{aap} \times dydt^2 = \frac{8a^3 - 6aay + pyy}{aap} \times dydt^2$.

Or dans la quatriéme Regle générale des Forces centrales de la pag. 31. des Mem. de 1710. en prenant ainsi

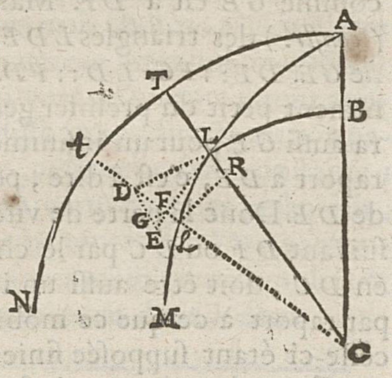
AT (qui s'y appelle $DQ = z$) pour le tems (t) que le corps décrivant met a parcourir AL, ou à tomber de la hauteur TL ou AB; ayant alors $dz = dt$, & par conséquent dz constante, ou $ddz = o$; cette formule se changera ici en $f = \frac{2dyds^2 - ydsdds}{ydydt^2}$, dont f exprime la force ou la pesanteur qui fait tomber le corps de A en L en tendant toûjours vers C. Donc cette pesanteur seroit ici $f = \frac{8a^3 - 6aay + pyy}{aapydydt^2} \times dydt^2 = \frac{8a^3 - 6aay + pyy}{aapy}$, c'est à dire, variable comme cette fraction, au lieu que dans l'hypothêse de Galilée, elle devroit être constante & toûjours la même. Donc cette hypothêse de Galilée ne convient point avec celle du tournoyement de la Terre. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROL. Il faudroit pour cela que le centre de la Terre fût infiniment éloigné; parce qu'alors CL (y se trouvant égale à AC (a), & pyy nul par raport à $8a^3 - 6aay$, l'on auroit $f = \frac{8a^3 - 6a^3}{pa^3} = \frac{2}{p}$, qui est effectivement constante. Mais aussi pour lors la Terre ne tourneroit plus sur son centre; puisque l'arc ATN deviendroit une ligne droite, Donc l'hypothêse de Galilée touchant la pesanteur, ne peut convenir rigoureusement qu'avec celle de la Terre immobile, & tout au plus sensiblement avec celle de cette Terre tournante sur son centre.

SCHOL. La raison de cete varieté vient de ce que le tournoyement de la Terre sur son centre C, emportant & faisant tourner (*hyp*) le corps grave avec elle, ne lui permet pas de conserver tout ce que sa pesanteur lui donneroit de vitesse vers ce point, comme il lui arriveroit s'il tomboit librement & sans obstacle le long de la droite AC sur cette Terre immobile.

Pour le voir soit LD perpendiculaire en L sur CT, & qui rencontre Ct en D; duquel point D soit DE parallele à LC, & qui rencontre en E la tangente LE, laquelle soit aussi rencontrée par Ct en F; duquel point F soit faite FG parallele à LD, & qui rencontre DE en G.

Cela fait, il est manifeste que si le corps *L* qui décrit a Courbe *ALM*, étoit abandonné à lui-même en *L*, c'est à dire que s'il y étoit abandonné par sa force centrale tendante en *C*, qui par son action continuelle sur lui suivant *TC* pendant que ce rayon tournoit de *A* vers *N* autour du centre *C*, lui a fait décrire l'arc *AL*, il suivroit la tangente *LE* de cette Courbe en *L*, d'une vitesse uniforme égale à celle qu'il a en ce point suivant cette Courbe, laquelle vitesse lui résulteroit du concours de l'effort total qu'il auroit acquis suivant *LC* depuis *A* jusqu'en *L*, & de son effort de rotation suivant *LD*; ensorte que cette vitesse suivant *LE* seroit à chacune des résultantes de ces deux efforts séparément pris, comme cette même *LE* est à chacune des droites *DE*, *LD*, qui en sont les directions. Ainsi en prenant *LE* pour l'expression de la vitesse de ce corps en *L* suivant cette même tangente *LE*, l'on aura *LD* pour la vitesse de rotation en *L* autour du centre *C*, & *DE* pour sa vitesse en ce même point *L* suivant *LC*.



Mais si l'on considére que lorsque *CT* est en *Ct*, la force suivant *DE* ou *LC*, qui par son concours avec la force de rotation suivant *LD*, auroit fait parcourir *LE* dans l'instant *Tt* au corps *L* abandonné à lui-même en *L*, se change en une autre force suivant *DF*, qui par son concours avec cette force de rotation suivant *LD*, ne permet plus à ce mobile que de parcourir *LF* pendant cet instant; on verra que sa vitesse suivant *DE* ou *LC*, se changera aussi en une autre vitesse suivant *DF* ou *lC*, laquelle sera à celle-là comme *DF* est à *DE*; & qu'ainsi la perte qui se fera alors de cette premiére vitesse suivant *DE* ou *LC*, sera à cette même vitesse comme *GE* est à *DE*, & à

celle en laquelle celle-ci se change suivant *DF* ou *lC*; comme *GE* est à *DF*. Mais parceque la ressemblance (*constr.*) des triangles *LDE*, *FGE*, & *FDG*, *DCL*, donne *GE. DE*: : *FG. LD*: : *FD. DC*. Et que *FD* est un infiniment petit du premier genre par raport à *DC*, l'on aura aussi *GE* pour un infiniment petit du premier genre par raport à *DE*, c'est à dire, pour une premiére infinitiéme de *DE*. Donc la perte de vitesse vers *C*, que le mobile fait suivant *DF* ou *DC* par le changement de sa direction *LC* en *DC*, doit être aussi un infinitiéme du premier genre par raport à ce que ce mobile en avoit suivant *LC*. Ainsi celle-ci étant supposée finie, cette perte instantanée de vitesse en doit être un infiniment petit du premier genre & faire une perte finie de vitesse dans un tems fini. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Cela étant, il ne doit plus paroître étrange qu'une pesanteur constante, qui dans l'hypotêse de la Terre immobile feroit parcourir au corps grave des hauteurs qui depuis le commencement de sa chute, seroient comme les quarrés des tems employés à les parcourir, ne lui fasse pas parcourir de tels espaces dans l'hypotêse de la Terre tournante sur son centre, & qu'il lui faille pour cela dans cette derniére hypotêse une pesanteur variable de la maniére qu'on l'a vû ci-dessus.

Il est pourtant à remarquer, suivant la démonstration précédente, que dans l'hypothêse de la Terre immobile les pesanteurs propres à faire parcourir aux corps graves des hauteurs qui soient comme les quarrés des tems employés depuis le commencement des chutes à les parcourir en tendant toûjours à son centre, ne seroient constante que dans des chutes faites chacune suivant une seule & même ligne droite laquelle passât par ce centre, ou suivant des paralleles à cette ligne si ce point étoit infiniment éloigné comme on le suppose ordinairement dans la recherche de la Courbe de projéction; & que dans tout autre cas, tel qu'est celui des projéctions non verticales, ces pesanteurs seroient aussi variables sur la Terre immobile

que

que si elle tournoit sur son centre, & cela selon les différentes Courbes résultantes des conditions des chutes.

On voit de tout cela que ces trois choses : 1°. La Terre tourner sur son centre de la maniere marquée ci-dessus, ou une même chute se faire en vertu d'une pesanteur agissante successivement suivant differentes directions non paralleles entr'elles ; 2°. Cette pesanteur être constante ; 3°. Les hauteurs parcouruës en vertu de cette pesanteur, être comme les quarrés des tems employés à les parcourir : sont geométriquement incompatibles ensemble, & qu'elles ne peuvent ainsi compatir que deux à deux.

OBSERVATION
SUR
UN ANEVRISME.

PAR M. LITRE.

UN homme âgé de 56 ans, qui avoit toûjours eu de la santé & de l'embonpoint, me fit appeller le dix Juillet dernier. Je le trouvai auprès du feu dans un fauteüil où il étoit assis depuis 4 mois, ne pouvant ni se tenir au lit, ni se promener, parce qu'il étouffoit, dès qu'il étoit couché, & qu'il ne pouvoit marcher, sans s'exposer à tomber en défaillance.

1707. 1. Fevrier.

Il me dit qu'il dormoit fort peu, que son sommeil étoit leger & interrompu ; qu'il avoit extrêmement maigri ; qu'il étoit tres-foible, & qu'il tomboit quelquefois en défaillance, même étant dans son fauteüil, quoiqu'il prît des alimens fort nourrissans & en assés grande quantité ; que sa respiration étoit difficile ; qu'il ne pouvoit tourner ni fléchir le coû & la tête qu'avec beaucoup de peine ; que depuis 5 mois il avoit une tumeur au cou, qui avoit toûjours augmenté peu à peu, quoique de temps en temps

elle diminuât fortsensiblement,mais cette diminution n'étoit pas de durée, la tumeur revenant bien tôt à sonpremier volume. Il y sentoit de la douleur, pr.ncipalement à la partie inferieure,avec un battement perpetuel, qui depuis un mois alloit toûjours en diminuant.

Je touchai son poux, que je trouvai foible. J'examinai ensuite la tumeur, qui étoit en partie au cou & en partie sur la poitrine. Cette tumeur étoit molle, & cedoit à la pression des doigts,mais elle revenoit à son premier état, dès que je cessois de la presser. J'y sentis un petit battement ,qui répondoit exactement à celui des arteres : la couleur de la peau qui la couvroit,étoit naturelle. Toutes ces circonstances me firent juger, que cette tumeur étoit un vrai Anevrisme,c'est-à-dire,formé par la dilatation extraordinaire de quelque artere.

Je demandai au Malade, s'il avoit reçû quelque coup au cou ou à la poitrine,ou s'il avoit fait des efforts violens en toussant, en éternuant, en vomissant, &c. Il me répondit qu'il n'avoit jamais reçû de coups,mais qu'il avoit fait pendant 5 jours de grands efforts & presque continuels pour vomir & pour aller à la selle,effet des pillules qu'un Charlatan lui avoit données, pour le guerir d'un rhûmatisme ; que trois semaines après il avoit commencé à sentir vers le milieu de la poitrine, un battement qu'il n'y avoit pas encore senti; qu'un mois & demi ensuite une difficulté de respirer avoit succedé à ce battement, & que la difficulté de respirer avoit été suivie trois mois après d'une tumeur au cou ; que le battement & la difficulté de respirer avoient toûjours augmenté insensiblement, jusqu'à ce que cette tumeur y eût paru ; qu'alors il n'avoit plus senti le battement de la poitrine, & qu'il avoit commencé d'en sentir un nouveau au cou à l'endroit de la tumeur ; que la difficulté de respirer n'avoit plus augmenté, mais qu'elle persistoit seulement dans le même état.

Je conseillai au Malade de prendre peu d'alimens, ou d'en prendre de peu nourrissans, ou de se faire saigner de temps en temps,s'il prenoit beaucoup de nourriture. Je lui

conseillai aussi de faire appliquer sur la tumeur un bandage qui ne la comprimât pas, mais qui soûtint simplement les tegumens, afin que résistans davantage à l'impulsion du sang, ils apportassent quelque retardement à l'accroissement de la tumeur.

Le Malade m'ayant fait rappeller 15 jours après ma premiere visite, me dit, que ses défaillances étoient plus grandes & plus frequentes. Je le trouvai beaucoup plus foible, & la tumeur plus grosse; je n'y sentis plus de battement; la peau étoit livide du côté de l'aisselle droite de la largeur de 3 pouces. Il y avoit au milieu de la partie livide 2 trous presqu'imperceptibles, par où il suintoit de temps en temps quelques goutes de sang. Ces nouveaux accidens étoient apparemment causés par les medicamens acres, qu'un nouveau Charlatan avoit appliqués sur la tumeur pour la faire résoudre ou suppurer, ne connoissant pas sans doute la nature du mal, ou ignorant que les vrais Anevrismes ne se guérissent, ni par des medicamens résolutifs, ni par des suppuratifs.

Le sur-lendemain il survint une gangrene seche à la partie livide de la tumeur, & le malade mourut trois jours après. J'ouvris son cadavre, qui étoit si maigre, qu'il n'avoit presque que la peau colée sur les os. Je ne remarquai rien d'extraordinaire aux parties contenuës dans la cavité du ventre, ni dans celles du crane, sinon qu'il y avoit peu de sang dans leurs Vaisseaux, aussi-bien que dans ceux de la face & des extrémités.

Avant que d'ouvrir la poitrine, je détachai avec un scalpelle les tegumens qui couvroient la tumeur, excepté à l'endroit gangrené où je les laissai, n'étant pas possible de les en détacher sans couper ou déchirer une partie de la tumeur, tant leur union avec cette tumeur etoit étroite; je separai ensuite la tumeur du cou, des clavicules & des parties exterieures de la poitrine; elle étoit encore fort adherante dans les endroits qui touchoient aux côtes, au sternum & aux clavicules, où elle étoit rongée & les os cariés, le reste de la tumeur étoit peu adherant. Les par-

ties molles ſituées ſur la poitrine au-deſſous de la tumeur, étoient abbreuvées d'une ſéroſité jaunâtre.

Je levai enfin le ſternum avec une partie des côtes & des clavicules qui y ſont attachées de côté & d'autre, pour avoir la liberté de bien examiner les parties renfermées dans la cavité dc la poitrine, & d'enlever la tumeur toute entiere.

J'obſervai, 1°. Que le poûmon étoit ſec, fletri & affaiſſé, & que le tronc & les branches de ſes vaiſſeaux ſanguins avoient entr'eux leur proportion naturelle.

2°. Qu'il y avoit une cuillerée & demie de ſeroſité dans la cavité du pericarde, & que le cœur n'avoit point du tout de graiſſe.

3°. Que le tronc de laorte depuis 9 lignes au-deſſus du cœur juſqu'à l'endroit où il prend le nom d'aorte deſcendante, avoit ſes tuniques beaucoup plus minces & étoit fort dilaté, de ſorte que preſque toute la dilation s'étoit faite en devant & en haut, & que les 3 branches qui compoſent l'aorte aſcendante, & qui partent d'ordinaire de la partie ſuperieure moyenne du tronc de l'aorte, ſe trouvoient placées dans la partie poſterieure de ce tronc,

4°. Que la partie dilatée du tronc de l'aorte s'élevoit juſqu'à la machoire inferieure en couvrant le devant & les deux côtés du cou, en ſe rabattant ſur toute la partie ſuperieure anterieure de la poitrine depuis une aiſſelle juſqu'à l'autre, & en formant une poche aſſés ſemblable à une bouteille, dont le cou auroit été au dedans de la poitrine & le fond au dehors. Cette poche avoit 9 pouces & demi de longueur depuis le tronc de l'aorte pris dans ſa groſſeur ordinaire, juſqu'à la machoire inferieure. Elle étoit large de deux pouces en ſon commencement, & de 3 à la ſortie de la poitrine. Son diametre ſur le cou étoit de 9 à 10 pouces, & de 13 ſur la poitrine. Enfin cette poche avoit au cou au demi pied de profondeur, & ſept pouces & demi ſur la poitrine.

5°. L'épaiſſeur des parois de cette poche étoit ſi differente, qu'on y en remarquoit preſque de toute ſorte, de-

puis la cinquiéme partie d'une ligne jusqu'à dix lignes. Les endroits les plus minces, aussi bien que les plus épais, étoient hors de la poitrine: les plus minces principalement dans la partie gangrenée, & les plus épais dans la partie située sur la poitrine.

6°. Qu'il y avoit au dedans de cette poche environ 2 pintes de sang, dont un tiers étoit noir, caillé & fort adherant à sa surface interieure : le second tiers étoit d'un rouge brun & à demi caillé : le troisiéme étoit liquide, & avoit à peu près la couleur & la consistance naturelle.

Enfin la surface interieure de la poche du tronc de l'aorte étoit lisse & polie en certains endroits, & inégale en d'autres. L'égalité de cette surface étoit naturelle, & elle dépendoit de la tunique interieure de la poche qui s'étoit conservée entiere. L'inégalité de la même surface étoit contre nature, & elle dépendoit de 2 causes; sçavoir, de l'érosion d'une partie des tuniques propres de la poche & de l'adherance de certaines fibres, qui ne differoient de celles des polypes du cœur, &c. qu'en ce qu'elles étoient plus grosses, plus distinctes, plus fermes & plus rouges. Ces fibres composoient plusieurs plans, qu'on séparoit facilement les uns des autres.

Après avoir exposé la maladie de cet homme avec les simptomes dont elle a été suivie, & avoir rapporté ce que j'ai observé d'extraordinaire dans son cadavre; je vais tenter d'expliquer la cause de cette maladie, & de rendre raison de ses principaux accidens.

Les pillules que cet homme avoit prises étant composées de purgatifs fort violens, comme il est aisé d'en juger par la violence de leurs effets, ont vrai-semblablement donné lieu à la dilatation extraordinaire du tronc de l'aorte. Voici mes conjectures.

1o. Dans les efforts que ces pillules lui ont fait faire pour vomir & pour aller à la selle, le diaphragme s'étant contracté avec violence, a serré & comprimé fortement l'aorte descendante, & y a presque intercepté le cours du sang. Alors le sang poussé du cœur dans le tronc de l'aorte, ne

trouvant que les branches de l'aorte aſcendante libres, mais inſuffiſantes pour le recevoir, il falloit neceſſairement qu'il forçât le tronc & les branches pour ſe faire un paſſage. Or ſi les parois du tronc ſe ſont trouvées à proportion plus minces, ou d'un tiſſu moins ſerré que les branches, le tronc a dû ſe dilater & non pas les branches; & cette dilatation a dû ſe faire ſeulement dans les parties les plus foibles du tronc, ſçavoir, dans ſes parties moyenne & gauche anterieures, comme il a été remarqué. Ces 2 parties ayant été une fois forcées par l'impulſion & la quantité extraordinaire du ſang, n'ont plus été en état de lui réſiſter, quoiqu'il n'y ait été pouſſé que par force & dans la quantité ordinaire, par conſequent elles ont dû prêter & ſe dilater de plus en plus dans la ſuite.

2°. Les mêmes efforts cauſés par les pillules ont pû exciter beaucoup d'agitation dans les eſprits animaux, les déterminer à couler dans le cœur en plus grande quantité & avec plus de vîteſſe que de coûtume, à rendre ſes contractions plus fortes & plus frequentes, & par conſequent à faire lancer plus de ſang & avec plus d'impetuoſité dans le tronc de l'aorte, à forcer ſes parois de ſe dilater pour le recevoir, & par-là donner lieu à la dilatation extraordinaire de cette artere.

La partie poſterieure du tronc de l'aorte ne s'étoit preſque point dilatée, parce qu'elle s'eſt trouvée plus épaiſſe & d'un tiſſu plus ſerré. Or parce que le tronc s'eſt dilaté en enhaut, les trois branches qui compoſent l'aorte aſcendante ont dû neceſſairement ſe trouver placées à ſa partie poſterieure.

Les parois de la poche de l'aorte étoient tres-minces en certains endroits, & fort épaiſſes en d'autres. Les endroits qui étoient minces l'étoient pour 2 raiſons. 1°. Parce qu'il n'y avoit que les ſimples tuniques de l'artere. 2°. A cauſe de l'extrême dilatation, que ces tuniques avoient ſouffert par l'impulſion du ſang, & par ſon amas dans la cavité de la poche.

Les parois de la poche étoient épaiſſes aux endroits où

les fibres polypeuses s'étoient attachées à sa surface interieure, & l'épaisseur y étoit plus ou moins grande, suivant qu'il y avoit plus ou moins de ces fibres posées les unes sur les autres. Ces fibres de même que celles des Polypes, devoient avoir été formées par la lenteur du mouvement du sang, par la grossiereté & la viscosité de ses parties, & par la convenance de leurs surfaces.

La lenteur du mouvement du sang pouvoit encore lui avoir donné lieu de s'amasser dans la poche, de s'y coaguler, d'y causer de foibles battemens, & de se separer d'une partie de sa serosité. Le mouvement du sang étoit lent dans la poche, parce qu'elle alloit toûjours en s'élargissant, & que son fond étant aveugle, il falloit que le sang en sortît par le même endroit qu'il y étoit entré. Or le sang qui avoit été lancé dans la poche par une contraction du cœur, étoit empêché d'en sortir par celui que la contraction suivante y poussoit.

Dès qu'il parut une tumeur au cou du Malade, il y sentit un battement & n'en sentit plus dans la poitrine, parce que l'impulsion du sang, qui étoit la cause du battement, faisoit beaucoup plus d'effort contre le fond de la poche qui formoit la tumeur, que contre les autres parties, & que ce fond alors étoit hors de la cavité de la poitrine. Le battement diminua peu à peu dans la tumeur, à mesure qu'il se coagula plus de sang dans la poche, qu'il s'y forma davantage de fibres polypeuses, & que les contractions du cœur devinrent plus foibles.

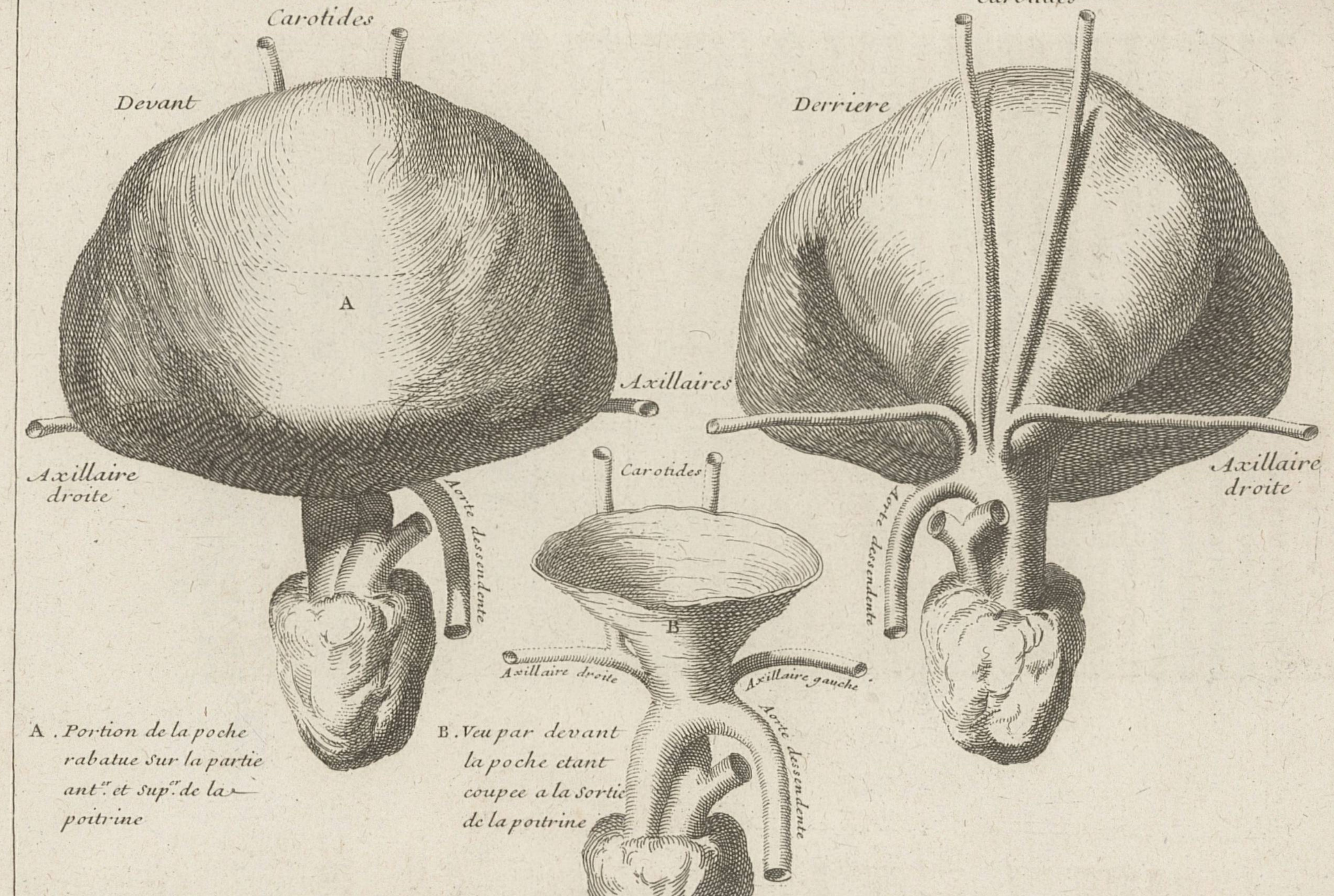
La difficulté de respirer n'augmenta plus après que la tumeur du cou eut paru, parceque l'impulsion du sang se faisant principalement en ligne droite, la poche de l'aorte, ne croissoit presque dans la poitrine que selon sa longueur. Ainsi lorsqu'elle fut parvenuë au cou, elle n'augmenta plus dans la poitrine, par consequent la difficulté de respirer demeura dans le même état.

Le Malade étouffoit dès qu'il étoit couché. 1°. Parceque dans cette situation le sang lancé par le cœur dans le tronc de l'aorte, ayant beaucoup plus de facilité à couler dans la poche de cette artere que dans la situation verti-

cale, il en recevoit pour lors une plus grande quantité
2o. Parce que le ſang contenu dans la partie de la poche ſituée exterieurement ſur la poitrine, tomboit alors dans la partie de la poche renfermée dans la poitrine, & de là en partie dans le tronc de l'aorte. Enfin parce que dans la ſituation horizontale ou peu oblique, le ſang contenu dans la partie de la poche qui formoit la tumeur du cou, peſoit beaucoup plus ſur la trachée artere que dans la ſituation verticale, & la comprimoit par conſequent davantage. Ces 3 cauſes devoient neceſſairement produire l'étouffement, que cet homme ſentoit dès qu'il étoit couché.

Vers la fin de la maladie la tumeur diminuoit de temps en temps, & revenoit bien-tôt après à ſon premier volume. La tumeur diminuoit de temps en temps. 1o. Par le reſſerrement & la coagulation du ſang. 2o. Lorſque le cœur pouſſoit peu de ſang dans le tronc de l'aorte, ou qu'il l'y pouſſoit lentement & foiblement; parce qu'alors le ſang contenu dans la tumeur pouvoit facilement tomber dans le tronc de l'aorte, & de-là paſſer dans ſes branches. La tumeur pouvoit revenir à ſon premier volume. 1o. Par la fermentation & la rarefaction du ſang. 2o. Lorſque quelque caillot de ſang bouchoit ſa ſortie de la tumeur dans le tronc de l'aorte, de maniere qu'il permettoit bien l'entrée à de nouveau ſang, mais il s'oppoſoit à celui qui ſe preſentoit pour en ſortir.

Les parois de la poche de l'aorte étoient rongées aux endroits où elles touchoient aux côtes, au ſternum & aux clavicules, & ces mêmes endroits des os étoient cariés, parce que le tronc du corps de cet homme étant toûjours vertical, une partie du ſang contenu dans la cavité de la tumeur y peſoit toûjours davantage ſur les tuniques de la poche & ſur le perioſte de ces os, les comprimoit, & empêchoit ou retardoit le retour du ſang & de la lymbe dans leurs vaiſſeaux, & donnoit par-là occaſion à une partie de leur ſeroſité de s'en ſeparer. Or cette ſeroſité étant toûjours chargée de ſels qu'elle diſſout & entraîne avec elle, a piqué & rongé d'abord les tuniques de la poche, enſuite le



A. Portion de la poche rabatue sur la partie ant.re et sup.re de la poitrine

B. Veu par devant la poche etant coupee a la sortie de la poitrine

le perioste, & enfin les os. Les tuniques de la poche ont été rongées en ces endroits plutôt qu'en d'autres, parce qu'y étant appuyées sur des os, elles étoient plus tenduës, résistoient davantage, & par consequent donnoient plus de prise à l'action des sels. Les parties molles situées sur la poitrine au-dessous de la tumeur, étoient abbreuvées de beaucoup de serosité, qui s'étoit extravasée à l'occasion de la compression que faisoit la tumeur sur ces parties.

Le corps du Malade avoit extrêmement maigri, quoiqu'il usât d'alimens succulens, & qu'il en prît une assés grande quantité; parceque la circulation étant beaucoup ralentie par la mauvaise disposition du tronc de l'aorte, les parties du sang ne pouvoient être ni assés brisées, ni poussées avec assés de force dans les pores des parties solides pour leur fournir une suffisante quantité de nourriture.

A l'égard de sa grande foiblesse & des défaillances qui lui prenoient souvent, elles pouvoient avoir les mêmes causes que la maigreur; outre cela les défaillances pouvoient être causées par quelques caillots de sang, qui tombant de la poche de l'aorte dans son tronc, bouchoient en partie quelqu'une de ses branches. Ces défaillances duroient jusqu'à ce que les caillots fussent rangés ou broyés, & attenués par l'impulsion du sang & par le resserrement de l'artere.

CONSIDERATIONS

Sur la seconde inégalité du mouvement des Satellites de Jupiter, & sur l'hypothese du mouvement successif de la lumiere.

PAR M. MARALDI.

1707. 9. Fevrier.

PArmi les inégalités que l'on observe dans les retours du premier Satellite à l'ombre de Jupiter, il y en a une qui dépend des configurations de cette Planete avec

le Soleil, & la periode de cette inégalité s'acheve dans l'espace de treize mois. M. Cassini ayant découvert cette inégalité, & ayant consideré que depuis les conjonctions de Jupiter avec le Soleil jusqu'aux oppositions elle fait accelerer les Eclipses du Satellite, & qu'elle les fait retarder depuis l'opposition jusqu'à la conjonction, crut d'abord qu'on auroit pû expliquer cette apparence par le mouvement successif de la lumiere qui met moins de temps de venir à nous, lorsque Jupiter s'approche de la Terre dans les oppositions, que lorsqu'il en est plus éloigné dans les conjonctions. Mais ayant examiné plusieurs observations des autres Satellites, il changea de sentiment.

M. Romer qui examina les mêmes inégalités, trouva un si grand nombre d'observations du premier Satellite conformes à cette hypothese, qu'il la crût suffisamment établie; & il l'expliqua d'une maniere si ingenieuse, qu'elle a été depuis suivie par plusieurs Philosophes.

M. Halley dans l'extrait qu'il a fait des Tables du premier Satellite de Jupiter, s'étonne que M. Cassini dans la construction de ces mêmes Tables, qu'il dit d'ailleurs avoir trouvé tres-justes par la comparaison qu'il en a fait à un grand nombre d'observations, n'ait pas eu égard à toutes les équations que demanderoit cette hypothese. Il rapporte même quelques observations du 3e & du 4e Satellite, par le moyen desquelles il trouve la seconde inégalité de ces deux Satellites à peu prés égale à celle du premier, & conforme à ce que demanderoit le mouvement de la lumiere.

Mais comme les observations dont M. Halley se sert sont en petit nombre; & que parmi celles-ci il y en a quelqu'une qu'il ne donne pas pour bien exacte, nous nous sommes proposé d'examiner cette hypothese par un plus grand nombre d'observations; & afin de choisir celles qui sont plus propres pour cet effet, nous avons consideré les principales apparences qui en résultent.

Il suit en premier lieu de cette hypothese que les intervalles des temps entre les Eclipses doivent aller en aug-

mentant depuis l'oppoſition de Jupiter juſqu'à ſa conjonction avec le Soleil ; & doivent aller en diminuant depuis la conjonction juſqu'à l'oppoſition.

2°. La ſeconde inégalité qui arrive au premier Satellite de Jupiter dans l'intervalle de deux mois & quelques jours, c'eſt à dire un mois avant & un mois aprés les quadratures de Jupiter avec le Soleil, doit être environ la moitié de toute l'inégalité qui arrive entre les conjonctions & les oppoſitions qui eſt un intervalle de ſix mois & demi ; car la variation de la diſtance de Jupiter à la terre qui ſe fait pendant deux mois proche des quadratures, eſt la moitié de toute la diſtance dont Jupiter s'éloigne de la Terre dans l'intervalle de 13 mois.

3°. Cette hypotheſe demande une autre inégalité qui doit faire retarder les Eclipſes du premier Satellite de Jupiter depuis le Perihelie de Jupiter juſqu'à ſon Aphelie, & les faire accelerer depuis l'Aphelie juſqu'au Perihelie, de ſorte que la periode de cette inégalité doit être de 12 années ; & à l'égard des Eclipſes obſervées proche du Perihelie, celles qui arrivent proche de l'Aphelie doivent avoir une inégalité qui ſeroit environ la quatriéme partie de celle qui dépend des configurations de Jupiter avec le Soleil ; car cette variation ſe fait par la ſimple excentricité de Jupiter à l'égard du Soleil, qui eſt la quatriéme partie du demi-diametre de l'orbe annuel.

4°. Suivant la même hypotheſe la ſeconde inégalité des trois autres Satellites de Jupiter doit être égale à celle du premier, & la variation de la ſeconde inégalité qui ſe trouve dans un pareil intervalle de jours, doit être la même dans les trois autres Satellites.

Nous avons dit en premier lieu que les intervalles des Emerſions du premier Satellite aprés l'oppoſition de Jupiter avec le Soleil doivent être plus longs que les intervalles des Immerſions aprés la conjonction. Cela s'obſerve conſtamment dans le premier Satellite ; par les obſervations de ſes Eclipſes faites proche de l'oppoſition de Jupiter, comparées avec les obſervations les plus proches

des conjonctions qu'on a pû faire, on a trouvé qu'entre les Eclipses qui sont proche de l'opposition & celles qui sont proche de la conjonction, il y a une difference de 14 minutes d'heure, ce qui seroit le temps que la lumiere met à parcourir une distance égale au diametre de l'orbe annuel dans l'hypothese du mouvement de la lumiere.

La même inégalité est aussi reglée à peu prés de la maniere que nous avons dit en second lieu qu'elle devoit être dans la supposition du mouvement de la lumiere; car par les observations faites un mois avant & un mois aprés des quadratures de Jupiter avec le Soleil, dans l'intervalle de ces deux mois, cette inégalité se trouve environ de 7 minutes, ce qui est la moitié de toute l'inégalité qui arrive dans l'intervalle de six mois & demi, quoique par les observations elle ne se trouve pas toûjours précisément de même. C'est de cette maniere que M. Cassini a reglé dans ses Tables la seconde équation du premier Satellite de Jupiter.

Pour ce qui est de l'inégalité qui suivant le 3[e] article doit résulter du different éloignement de Jupiter au Soleil, on ne voit point la maniere d'accorder l'hypothese du mouvement de la lumiere avec les observations des Eclipses du premier Satellite faites dans l'Aphelie & dans le Perihelie; car les Tables qui representent à une minute prés les observations des Eclipses faites proche de l'Aphelie, representent aussi avec la même justesse les observations faites proche du Perihelie de Jupiter, sans qu'il soit necessaire d'introduire l'équation que demanderoit la variation de la distance de l'Aphelie au Perihelie. Pour la verification de ce que nous venons de dire, nous rapporterons les observations suivantes.

L'an 1673, suivant les hypotheses Astronomiques, Jupiter étant fort proche de son Aphelie & dans son opposition avec le Soleil, M. Cassini observa l'Immersion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter le 24 Janvier à minuit 24′ 55″. Les hypotheses de M. Cassini établies l'an

1698 donnent l'Immersion de ce Satellite à minuit 25′ 18″ à un tiers de minute prés de l'observation, dont elle anticipe le calcul. L'an 1697 le 15 Janvier à 2h 44′ 47″ du matin nous observâmes une Immersion du premier Satellite de Jupiter, cette Planete étant proche de l'Aphelie. Les mêmes hypotheses donnent l'Immersion de ce Satellite à 2h 45′ 16″ à une demie minute prés de l'observation qui anticipe le calcul. L'an 1702 le 18 Octobre Jupiter étant proche du Perihelie & proche de l'opposition avec le Soleil, M. Cassini observa l'Emersion du premier Satellite de Jupiter à 1h 4′ 31″ du matin. Le calcul tiré des mêmes Tables donne cette Emersion à 1h 5′ 2″ à une demi-minute prés de l'observation, dont elle anticipe le calcul, comme dans les observations faites lorsque Jupiter étoit proche de l'Aphelie.

Il paroît donc que les hypotheses qui ne supposent point cette nouvelle équation s'accordent précisément aux observations, au lieu qu'en introduisant l'équation que demande le mouvement de la lumiere, le calcul anticiperoit de plus de 3 minutes & demi cette derniere observation, qui est arrivée dans le Perihelie à l'égard des deux autres qui sont arrivées proche de l'Aphelie; car entre ces deux termes il y a une variation de distance, qui étant double de la simple excentricité, est un peu plus de la moitié de la distance du Soleil à la Terre.

Nous avons remarqué en quatriéme lieu que la seconde inégalité des trois autres Satellites de Jupiter devroit être égale à celle du premier; car la difference de leur distance à la Terre est si petite par rapport à la variation qui arrive à la distance de Jupiter en 13 mois, qu'elle ne peut pas faire aucune difference sensible de temps: mais cette hypothese n'est pas conforme à un tres-grand nombre d'observations des autres Satellites. Nous en rapporterons quelques-unes.

L'an 1695 le 9 Fevrier un jour aprés l'opposition de Jupiter avec le Soleil par l'observation de l'entrée du second Satellite sur le bord occidental du disque de Jupiter & par

l'obſervation de ſa ſortie, nous déterminâmes ſon arrivée au milieu de l'ombre de Jupiter à $10^h\ 12'\ 30''$. Le calcul tiré des Tables donne cette obſervation 5 minutes plus tard. Nous avions obſervé le 19 Octobre précédent l'Immerſion du ſecond dans l'ombre de Jupiter à $4^h\ 18'\ 14''$ du matin. Le calcul tiré des Tables ſans la ſeconde équation la donne le même jour à $3^h\ 51'\ 0''$. La difference entre le calcul & l'obſervation eſt $27'\ 14''$, qui ſeroit la ſeconde équation du ſecond Satellite de Jupiter. A cette diſtance de l'oppoſition de Jupiter avec le Soleil, la ſeconde inégalité du premier Satellite ſeroit de 9 minutes; l'équation du ſecond dans cette obſervation ſeroit donc trois fois plus grande que celle du premier, ce qui n'eſt pas conforme à l'hypotheſe du mouvement de la lumiere qui la demanderoit égale.

L'an 1696 le 13 Mars à minuit $36'\ 0''$, nous obſervâmes l'Emerſion du ſecond Satellite de Jupiter, laquelle arriva deux jours aprés l'oppoſition de Jupiter avec le Soleil. Cette obſervation s'accorde à une demi minute prés avec le calcul tiré des Tables. Nous avions obſervé l'an 1695. le 20 Octobre à $5^h\ 33'\ 24''$ du matin une Immerſion du ſecond dans l'ombre de Jupiter. Le calcul tiré des Tables donne cette Immerſion à $4^h\ 58'\ 13''$, donc la difference qui eſt la ſeconde équation du Satellite eſt de $35'\ 11''$. L'équation du premier Satellite à cette diſtance de Jupiter à l'oppoſition avec le Soleil ſeroit de $12'\ 30''$, preſque deux tiers plus petite que celle que nous avons trouvée dans le ſecond.

Si l'on compare la même Emerſion du ſecond Satellite obſervée le 13 Mars proche de l'oppoſition, avec une autre Emerſion du même Satellite obſervée la même année le 10 Juin à $8^h\ 24'\ 0''$, on trouvera entre les deux obſervations un intervalle de 57 jours 19 heures 48'; mais par le calcul il y a un intervalle de 57 jours $19^h\ 54'$, donc la ſeconde équation ſeroit de 6 minutes ſouſtrative & contraire à celle du premier, qui eſt auſſi de 6 minutes, mais additive, comme nous avons trouvé par les obſervations de

plusieurs autres années ; ce qui fait aussi connoître que le terme de cette équation dans le second Satellite n'est pas toûjours si prés de l'opposition de Jupiter avec le Soleil, qu'en est le terme de l'inégalité du premier, & qu'ainsi cette seconde équation ne s'accorde pas à l'hypothese du mouvement de la lumiere.

Nous avons encore choisi differentes observations du premier, du second & du troisiéme Satellite faites à peu prés dans les mêmes jours afin de connoître par les observations immediates la variation de l'inégalité qui convient à divers Satellites dans un même espace de temps, & nous l'avons comparée ensemble pour voir si elle est égale comme elle devroit être dans l'hypothese de la lumiere.

L'an 1677 M. Cassini observa l'Emersion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter le 26 Aoust à $11^h\ 32'\ 50''$ de tems moyen. Il observa le même jour 26 Aoust l'Emersion du second à $8^h\ 46'\ 42''$. Le 4 Octobre de la même année il observa l'Emersion du premier à $10^h\ 3'\ 52''$ temps moyen, & l'Emersion du second le 4 Octobre $11^h\ 17'\ 37''$.

Entre les deux observations du premier Satellite il y a un intervalle de 38 jours $22^h\ 31'\ 2''$. L'intervalle calculé est 38 jours $22^h\ 30'\ 51''$, donc la variation de la seconde inégalité du premier seroit de $0'\ 11''$, qui par les Tables seroit de $2'\ 5''$. Entre les deux observations du second Satellite il y a un intervalle de 39 jours $2^h\ 30'\ 55''$. L'intervalle calculé est 39 jours $2^h\ 21'\ 18''$, donc la variation de la seconde équation du second Satellite est $9'\ 37''$ beaucoup plus grande que celle du premier. J'ay examiné plusieurs autres observations du premier & du second faites les mêmes jours, & j'ay toûjours trouvé leur seconde inégalité fort differente. Il y a aussi des observations du 3e & du 4e Satellite, qui étant comparées avec les observations du premier faites à peu prés les mêmes jours, ne donnent pas les mêmes inégalités, mais celles du 3e & du 4e Satellite sont ordinairement plus grandes que celles du premier.

Voici une des comparaisons. L'an 1688 le 30 Juillet M.

Caſſini obſerva l'Emerſion du premier Satellite de l'ombre à 12^h $11'$ $19''$ de temps moyen, auquel nous avons réduit les obſervations ſuivantes. Il obſerva l'Emerſion du 3e Satellite de l'ombre de Jupiter le 1 Aouſt à 1^h $40'$ $0''$ du matin. La même année on obſerva le 6 Septembre l'Emerſion du 3e à 9^h $43'$ $54''$, & le 7 Septembre l'Emerſion du premier à 10^h $42'$ $14''$. Entre les deux Emerſions du premier il y a un intervalle de 37 jours 22^h $30'$ $55''$. L'intervalle calculé ſans la ſeconde équation eſt 37 jours 22^h $28'$ $32''$, la difference eſt $2'$ $23''$, qui eſt la variation de la ſeconde inégalité du premier Satellite dûë à cet intervalle égale à celle des Tables qui la donnent $2'$ $16''$. Entre les deux obſervations du 3e Satellite il y a 36 jours 20^h $3'$ $53''$, & l'intervalle calculé ſans la ſeconde équation eſt 36 jours 19^h $55'$ $37''$, donc la variation de la ſeconde équation du 3e eſt $8'$ $16''$, au lieu que celle du premier n'eſt que de $2'$ $23''$, quoiqu'elle dût être un peu plus grande à cauſe du plus grand intervalle des jours qu'il y a entre les deux obſervations du premier Satellite.

Il paroît donc par les comparaiſons que nous venons de faire qu'il y a un grand nombre d'obſervations qui ne peuvent pas s'expliquer par le mouvement de la lumiere, quoiqu'il y en ait quelqu'une qui paroiſſe lui être favorable ; & que par conſequent cette hypotheſe n'eſt pas ſuffiſante pour expliquer la ſeconde inégalité des Satellites. Afin qu'une hypotheſe ſoit bonne, ce n'eſt pas aſſez qu'elle s'accorde avec quelques obſervations, il faut qu'elle ne repugne pas évidemment aux autres Phenomenes.

Si l'hypotheſe du mouvement de la Terre ne pouvoit repreſenter que la ſeconde inégalité d'une ou de deux Planetes, elle ne ſeroit jamais paſſée pour bonne hypotheſe.

DE L'URINE DE VACHE, DE SES EFFETS EN MEDECINE, ET DE SON ANALYSE CHYMIQUE.

PAR M. LEMERY.

1707. 12. Fevrier.

L'Urine en general est une liqueur sereuse empreinte de sel volatile & d'huile, qu'elle a prise dans le sang en circulant avec lui. Ces substances actives lui donnent beaucoup de vertus, & la rendent tres-propre à plusieurs maladies. On sçait, par exemple, que l'urine d'homme nouvellement renduë, étant bûë & appliquée exterieurement, soulage beaucoup les gouteux, & en guerit quelques-uns ; qu'elle empêche les vapeurs en levant les obstructions, & qu'elle purge par le ventre : mais entre toutes les urines, il paroît que celle des animaux qui paissent l'herbe ou qui en font leur nourriture, doit être préferée pour la santé, puisque c'est proprement un extrait des parties salines les meilleures & les plus salutaires des Plantes que ces animaux ont mangées. Je croi donc que les urines de tous les bestiaux auroient beaucoup de bonnes qualitez pour les maladies; mais on s'est particulierement attaché à celle de la vache, parce que cet animal étant fort humide, assez melancolique & pacifique, l'on a crû que son urine participeroit de son temperament, & qu'elle auroit moins d'âcreté que les autres.

L'usage de l'urine de vache pour les maladies n'est pas si nouveau qu'on se l'imagine en France. Les Allemands s'en sont servis il y a tres-long-temps. Les Medecins de Strasbourg l'ont renouvellée depuis quelques années, & nous l'avons prise d'eux.

Comme le nom d'urine de vache donne aux malades une idée sale & dégoûtante, on lui en a donné un plus

agreable & plus ſpecieux. On l'appelle eau de mille fleurs. Ce nom avoit été adapté auparavant à la fiente de vache diſtillée, à cauſe que les vaches broutent un grand nombre d'eſpeces de fleurs dans les champs.

Le choix de l'urine de vache n'eſt pas indifferent : celle qui vient d'une vache paiſſante vaut mieux que celle d'une vache qu'on nourrit à la ville, quoiqu'on apporte de l'herbe à cette derniere. Le bon air du pâturage joint avec le diſcernement que l'animal fait des herbes eſt bien eſſentiel. Il y a même de la difference entre l'urine d'une vache qui paît dans un ſeul clos où l'on l'a renfermée, d'avec celle d'une autre vache à qui l'on a laiſſé la liberté de la campagne. L'urine de celle du clos eſt ordinairement un peu plus âcre; mais l'urine de celle qu'on nourrit dans la ville a plus d'âcreté & de force que toutes les autres, & elle échauffe davantage ceux qui en boivent. Ce qui vient apparemment de ce qu'on donne à manger à la vache de ville, outre l'herbe qu'on lui va cüeillir, du ſon, de l'avoine, du marc de biere. On choiſit donc avec raiſon l'urine nouvellement renduë d'une vache qui paît à la campagne ; mais il faut prendre garde qu'elle n'habite pas dans ce temps-là avec le taureau, car alors ſon urine ſeroit un peu bourbeuſe, blanchâtre & de mauvaiſe qualité.

La vache dont on reçoit l'urine doit être plûtôt jeune & graſſe que vieille & maigre. La couleur de ſon poil eſt entierement indifferente.

La ſaiſon la plus convenable pour boire de l'urine de vache eſt le Printemps, pendant que les beſtiaux mangent la pointe de l'herbe, mais on en prend auſſi en Automne. Le bon uſage de cette urine eſt d'en boire chaque matin à jeun deux ou trois verres à un quart d'heure l'un de l'autre, après l'avoir paſſée par un linge, de ſe promener enſuite & d'avaler un bouillon deux heures après le dernier verre.

Ce remede eſt un hydragogue, il purge beaucoup les ſeroſitez par le ventre & par les urines, on continuë à en

prendre huit ou dix jours, ou plus long-temps si l'on en a besoin. Quelques Allemands disent qu'il y a du danger de se tenir trop en repos quand on a pris de l'urine de vache, parce que si l'évacuation ne s'en est pas faite assez tôt, elle agit sur les nerfs & cause des petites convulsions. C'est ce que je n'ai point vû arriver, quoique j'en aye fait prendre à plusieurs personnes qui ne pouvoient marcher ni s'agiter.

Les maladies pour lesquelles je me suis servi de l'urine de vache, sont la jaunisse, les rumatismes, la goutte, l'hydropisie, les vapeurs, la sciatique, l'asthme.

Quand le malade peut être transporté, il est bien à propos qu'il aille à la campagne pour prendre ce remede, parceque l'urine lui est apportée plus naturelle & plus nouvelle; mais j'en ai vû prendre avec succès à Paris à plusieurs personnes qui n'avoient ni la commodité, ni le pouvoir d'aller à la campagne. Voici les effets que j'ai reconnus de l'usage de l'urine de vache.

J'en ordonnai le Printemps dernier à une femme attaquée d'un rumatisme qui dégeneroit en goute sciatique : elle en prit deux jours de suite seulement, étant à la campagne, après avoir fait les remedes generaux, elle en fut beaucoup purgée par le ventre, elle jetta une grande quantité d'eaux, & elle guerit.

Un homme qui avoit un rumatisme gouteux en prit aussi, & il s'en trouva soulagé. Plusieurs hommes sujets à la goute m'ont dit en avoir pris, & s'en être fort bien trouvez.

Une femme attaquée d'une hydropisie naissante en prit à Paris par mon conseil douze jours de suite, après avoir fait beaucoup d'autres remedes, elle jetta abondamment des eaux par les seles & par les urines. J'en ai fait prendre depuis ce temps-là à plusieurs autres hydropiques, elle les a purgez mediocrement & ne les a point soulagez.

J'en ordonnai le mois de May dernier à un homme âgé de soixante & douze ans, qui a depuis plusieurs années une retention d'urine, & qui est sujet à la goute; au lieu

de la prendre dans le même mois comme je l'avois recommandé, il n'en prit pas plûtôt qu'au mois de Juin à la campagne, dans un temps fort chaud, & par consequent peu convenable à l'usage de ce remede. La trop grande chaleur de la saison n'empêcha pourtant pas que l'urine de vache ne lui fit du bien aux trois premiers jours, il urinoit plus aisément qu'auparavant, & il se trouvoit soulagé ; mais le quatriéme jour qu'il en but, elle lui donna un grand mal de cœur, il vomit fortement & abondamment, & il eut de grandes foiblesses. On le ramena à Paris, il me dit que la cause de ce vomissement & du mal de cœur venoit de ce que l'urine qu'il avoit prise en dernier lieu étoit empreinte de la semence du taureau, qu'il s'étoit bien apperçû qu'elle étoit un peu plus trouble & plus blanchâtre qu'à l'accoûtumée, & qu'elle avoit un goût plus fade. Ce goût importun lui donna des rapports, & lui resta au moins un mois. Il demeura les trois mois suivans dans un très-grand dégoût, & dans un abbattement considerable qui le mit en danger de sa vie. Il en a été gueri principalement par l'émetique, & par les purgations ordinaires qui ont fait revenir sa goute.

Je vis au Printemps dernier un jeune homme qui guerit d'une jaunisse qu'il avoit, par l'usage que je lui fis faire de cette urine à la campagne.

J'ai remarqué que presque tous ceux qui ont usé de l'urine de vache en Esté pendant les grandes chaleurs s'en sont mal trouvez, elle les a trop purgez, & elle leur a laissé une impression de chaleur & de secheresse. Ce remede est attenuant & fondant, & il est bon pour dissoudre les humeurs grossieres & visqueuses; mais il épuise & desseche trop en Esté. J'ai reconnu encore que les personnes pituiteuses, grasses, repletes, en étoient bien moins fatiguées & affoiblies que celles qui étoient maigres, grêles de corps & d'un temperament sanguin & bilieux.

Je recommençai en Automne à faire prendre de cette urine à plusieurs malades, elle réüssit bien pour les rumatismes ordinaires.

Une femme attaquée d'asthme & d'ydropisie du bas ventre & des jambes, après avoir fait les remedes generaux sans diminution de son mal, prit à Paris de l'urine de vache pendant vingt jours : elle rendit à chaque jour beaucoup d'eaux par le ventre & par les urines, & elle en fut beaucoup soulagée, car son ventre & ses jambes diminuerent considerablement de volume, & sa respiration en fut plus libre : elle avoit des duretez aux cuisses, je les fis fomenter tous les jours avec les mêmes urines chaudes; elles furent ramolies & en partie résoutes. On peut donc dire que l'urine de vache avoit bien réüssi en cette occasion ; mais l'Hyver étant venu tous les accidens de la maladie ont recommencé, & la malade est presentement aussi incommodée qu'elle étoit auparavant. Je la soulage par des vomitifs que je lui fais prendre de temps en temps, & au Printemps où nous allons entrer j'espere de la remettre à l'usage de l'urine de vache.

Une femme attaquée de vapeurs hysteriques & melancoliques, après avoir usé d'un grand nombre de remedes sans être beaucoup soulagée, a été guerie par l'urine de vache.

Un homme âgé de plus de 60 ans, s'étant accoûtumé à boire de son urine pendant trois jours de suite chaque mois, & s'en trouvant bien, voulut au commencement de l'Automne dernier essayer d'user de celle de vache à la campagne, il trouva qu'elle le purgeoit un peu plus que la sienne, qu'elle le faisoit uriner plus abondamment, & qu'elle l'échauffoit moins.

Plusieurs se servent de l'urine de vache en lavement, elle les purge beaucoup, mais en cela elle ne differe point de l'urine de l'homme. Un sel actif qui est toûjours contenu naturellement dans les urines, picotte & irrite la membrane interne de l'intestin & excite l'évacuation.

Une païsane hydropique du bas ventre & des jambes depuis deux ans & demi, ayant reçû deux fois la ponction par laquelle on avoit fait sortir trente-cinq pintes d'eau à chaque fois, s'étoit mise à l'Hôtel-Dieu, parce que ses jam-

bes avoient crevé, il en couloit beaucoup d'eau, & l'on craignoit que la gangrenne ne s'y mît : elle s'impatienta de ce que son mal tiroit trop en longueur, elle retourna à son Village, où elle but en cachette beaucoup de vin nouveau, elle en eut la fievre bien fort. On s'avisa de lui faire prendre de l'urine de vache, elle en fut beaucoup purgée, son ventre & ses jambes en furent desenflées, les ouvertures s'en refermerent, elle reprit sa force & son embonpoint, & l'on m'a assuré qu'elle travailloit presentement à cultiver la terre comme elle faisoit avant sa maladie.

Je pourrois rapporter encore plusieurs autres experiences des effets de cette urine, si je ne craignois d'être trop long. Au reste je n'ai point remarqué que dans le general elle ait laissé beaucoup d'impression de chaleur à ceux qui en ont bû, elle ne les a point affoiblis, au contraire elle les a fortifiez, & à la plûpart elle a excité de l'appetit, parce qu'elle a emporté les humeurs qui pouvoient être nuisibles au ventricule. Il est vrai qu'en quelques-uns elle a excité des maux de cœur & des envie de vomir dans le temps qu'on l'a buë, soit à cause de la repugnance qu'on en a euë, soit parce que le sel huileux qu'elle contient en bonne quantité a picotté & irrité les fibres des estomacs foibles. Je la croi un remede salutaire, & qui ne doit point être negligé. Il me paroît necessaire avant que de prendre l'urine de vache de s'être préparé par quelques purgations & autres remedes ; car quand on n'a point pris cette précaution, & qu'il y a trop de plenitude dans le corps, on est sujet à vomir l'urine, & elle n'agit point par bas.

Analyse de l'Urine de Vache.

Cette urine est ordinairement un peu trouble, déposant peu de matiere quand on la laisse reposer, se corrompant aisément : sa couleur est jaune ou citrine : son odeur est fade, un peu differente de celle des autres urines, & ayant bien du rapport à celle de la fiente ou bouzée de vache, mais moins forte. On y distingue même quelque

chose qui approche un peu de l'odeur du lait de l'animal nouveau tiré : son goût est un peu amere, salé & âcre, principalement quand l'urine vient d'une vache qui a été nourrie dans la ville.

On trouve à la campagne des vaches dont l'urine nouvellement renduë n'est qu'un peu amere, sans qu'il y paroisse de salure ; mais si l'on la garde quelques heures, elle devient salée & âcre.

L'urine de vache fermente avec les acides, ce qui fait connoître que le sel qu'elle contient est alkali.

J'ai mis en distillation dans des cucurbites de verre seize livres ou huit pintes d'urine de vache qu'on m'avoit apportée de la campagne, & qui avoit été renduë depuis deux jours, elle étoit claire, jaunâtre, d'une odeur ordinaire, d'un goût amer & salé avec un peu d'âcreté. J'ai fait boire à un malade deux verres de l'urine distillée, elle a purgé un peu, mais beaucoup moins que l'urine qui n'a point été distillée. Cette qualité purgative venoit apparemment d'une portion de sel volatile que l'eau avoit enlevée avec elle, car elle étoit un peu salée.

J'ai continué la distillation de l'urine, j'en ai tiré en la maniere ordinaire beaucoup de sel volatile & l'huile trespenetrants, & qui n'ont en rien differé du sel volatile & de l'huile qu'on tire de l'urine de l homme. il est resté au fond du vaisseau une masse seche, rarefiée, noire, pesant quatre onces, d'un goût amer & salé ; je l'ai mise calciner à feu ouvert dans un pot qui n'étoit point vernissé, elle s'est allumée, elle a jetté des fumées, & sa couleur est devenuë grise blanchâtre ; j'en ai tiré par la lessive trois onces & deux dragmes & demie d'un sel fixe privé d'odeur, blanc, âcre & alkali. Il peut servir comme les autres sels fixes à exciter l'urine, si l'on en prend demi dragme ou deux scrupules à la dose.

J'ai fait secher les cendres restées après l'extraction du sel ; j'en ai eu trois dragmes & dix-huit grains : elles sont grises sans odeur ni saveur ; je les ai fait toucher au coûteau aimanté & même à la pierre d'aimant, mais il ne s'y est fait aucune attraction,

J'ai experimenté par occasion si l'aimant attireroit quelque chose de la corne de cerf calcinée, de l'yvoire brûlé, du crane humain calciné, des os ordinaires brûlez, des coquilles d'huitre calcinées, & des cendres de plusieurs autres parties d'animaux, je n'y ai apperçû aucune attraction ni jonction.

ECLAIRCISSEMENS TOUCHANT LA VITRIFICATION DE L'OR AU VERRE ARDANT.

PAR M. HOMBERG.

1707. 16. Fevrier.

UN Philosophe Hollandois, qui a vû une partie de mes experiences faites au verre ardant, me demanda par Lettres il y a environ deux mois quelques éclaircissemens sur la vitrification de l'or au Soleil, & il me fit en même temps l'objection suivante, sçavoir; qu'il avoit observé pendant que l'or étoit en fonte au Soleil, qu'il voloit de temps en temps quelque petit flocon de cendres sur cet or, qui dans le même instant se fondoit & disparoissoit, ce qui lui avoit fait penser, qu'il pourroit bien être, que l'or restant long-temps exposé au Soleil, beaucoup de ces petits flocons de cendres se fondant successivement & restant sur cet or fondu, pouvoient se ramasser & se réünir en une seule goute sensible de matiere vitrifiée, & composer cette larme de verre qui nage sur cet or, que j'aurois pris pour une veritable vitrification de l'or par les rayons du Soleil, & qui dans le fond ne seroit qu'une vitrification des cendres en charbon qui soûtient cet or pendant qu'on l'expose au foyer du verre ardant.

Je répondis à cette objection, que ce verre ne pouvoit pas être produit par les cendres qui auroient volées sur l'or fondu, par la raison, qu'il devroit arriver une vitrification

tion pareille sur l'argent que l'on tient pendant quelque temps en fonte au Soleil, sur lequel les cendres voloient avec la même liberté que sur l'or fondu, & que cependant on n'observoit pas de matiere vitrifiée sur l'argent, quelque long-temps qu'on l'exposât au Soleil, ce qui devroit pourtant arriver, puisque la même cause appliquée dans les mêmes circonstances produit toûjours les mêmes effets.

J'ai reçû depuis une autre Lettre de la même personne dans laquelle on n'insiste plus sur la premiere objection; mais on me demande des éclaircissemens plus amples du même fait, & l'idée que je pourrois avoir de la maniere que l'or se détruit au Soleil & se change en verre. Je lui ai fait la réponse suivante.

Le fait en question est, que l'or fin fondu au Soleil fume beaucoup, qu'il diminuë peu à peu en fumant jusques à entiere déperdition de la substance de l'or, & qu'il reste un peu de verre qui ne pese pas la dixiéme partie de cet or qui a été dissipé par le verre ardent.

Pour satisfaire à votre demande, il faudroit expliquer *primò* ce que c'est que cette fumée, *secundò* pourquoi l'or diminuë au verre ardent & qu'il ne diminuë pas au feu ordinaire, & *tertiò* pourquoi après l'évaporation de l'or qui est pesant, il reste un peu de verre qui est leger.

Pour faire connoître donc *primò* ce que c'est que cette fumée qui sort continuellement de l'or fin pendant qu'il est en une fonte violente par le verre ardent, je dirai qu'un métal parfait, comme est l'or, est composé principalement de deux matieres, sçavoir de mercure ou de vif-argent, & de souffre metallique, qui séparément pris sont toûjours volatils, c'est-à-dire, sont enlevez en fumée par le moindre feu; mais lorsqu'ils sont joints ensemble & qu'ils sont devenus métal, de la maniere que je l'ai décrit dans mon second Memoire sur le souffre principe, qui est imprimé dans nos Memoires de l'année passée que (je vous prie de lire, pour m'en épargner ici la répetition;) ils perdent cette volatilité, & deviennent si fixes, que le feu de

la flame ou le feu ordinaire de nos laboratoires ne les sçauroit enlever en fumée, ni les separer l'un de l'autre; mais la matiere de la lumiere poussée vivement par le Soleil & consentrée par la grande loupe, étant capable de desunir les parties du mercure d'avec le souffre qui les lie en metal (ce que je vais prouver dans l'article suivant) elles les separe & remet le mercure aussi-bien que le souffre dans le même état qu'ils étoient avant que d'être devenu metal; & comme chacune de ces deux matieres separément prise est volatile, c'est-à-dire, qu'elle peut être enlevée en fumée par le moindre feu, la chaleur du foyer du verre ardent les enleve en la fumée dont on s'apperçoit pendant tout le temps que l'or y est en une fonte violente, ensorte que cette fumée n'est autre chose que le mercure de l'or & une partie de son souffre, qui s'évaporent par la violence du feu du Soleil.

Je crois avoir expliqué assez intelligiblement dans les Memoires du souffre principe, ce que c'est que le souffre metallique, & de quelle maniere il penetre les parties solides du mercure, pour les lier ensemble & pour se changer tous deux en metal. (Voyez les, & si vous y trouvez des difficultez, mandez les moi, je tâcherai de les éclaircir & de vous satisfaire, car il me semble que j'en vois l'artifice très-clairement.)

Pour expliquer en second lieu pourquoi l'or diminuë aux rayons du Soleil, concentrez par le verre ardent, & qu'il ne diminuë pas au feu ordinaire, je dirai que le feu ordinaire ou la flame est un mêlange de la matiere de la lumiere & de l'huile du charbon, ou de quelqu'autre corps qui brûle, & que les rayons du Soleil ne sont que la matiere de la lumiere seule poussée par le Soleil. (Voyez le premier Memoire du souffre principe.) Or comme une matiere simple est toûjours plus petite que cette même matiere jointe à une autre qui est plus grosse qu'elle, la simple, c'est-à-dire, la matiere de la lumiere, pourra s'introduire aisément dans les interstices, où la composée, c'est-à-dire, la flame ne pourra pas entrer; nous avons sup-

posé dans l'article précedent, que l'or est un assemblage de vif-argent & de souffre metallique, les parties de ces deux matieres sont si petites que leur assemblage qui compose l'or, ne laisse pas des interstices assés grands pour que la flame s'y puisse introduire & les separer les unes des autres ; mais la matiere de la lumiere étant infiniment plus petite que celle de la flame, elle peut s'introduire dans les interstices que le souffre metallique & le mercure laissent entr'eux dans la composition de la matiere de l'or, & les desunir ; & comme ce metal ne consiste que dans l'assemblage étroit de ces deux matieres-là, que les rayons du Soleil sont capables de désunir, la composition de l'or doit cesser d'être, ou doit se détruire par les violentes secousses des rayons du Soleil ; & par la raison du contraire, la flame étant trop grossiere pour s'introduire dans les interstices de l'assemblage des deux matieres qui composent l'or pour les desunir, ce metal doit toûjours subsister dans la plus violente flame, sans en pouvoir jamais être détruit, ce qui est la raison pourquoi l'or diminuë au foyer du verre ardent, & qu'il ne diminuë pas au feu de nos laboratoires quelque fort qu'il soit.

Pour sçavoir enfin ce que c'est que ce verre qui reste aprés l'évaporation de l'or au verre ardent, je dirai que dans la composition qe tous les mites, soit artificiels ou naturels, il se trouvoit toûjours dans leurs analyses une certaine portion de matiere terreuse; j'en suppose donc aussi un peu dans les metaux parfaits qui sont l'or & l'argent.

La terre pure est une matiere absolument fixe, & comme dans la destruction du metal au verre ardent il ne peut s'évaporer par la chaleur que la seule partie volatile, dont la principale est le mercure, sa partie terreuse doit rester comme la seule matiere fixe, laquelle se vitrifie toûjours quand elle se peut joindre dans un grand feu à quelque chose qui puisse lui servir de fondant, ce qui arrive dans cette operation à la partie terreuse de l'or ; car le mercure du metal ayant été évaporé le premier, une partie du souffre qui reste se joint pour quelque temps à cette terre,

lui ſert de fondant, & ils composent enſemble cette matiere vitrifiée, qui eſt toûjours repouſſée ſur ſa ſurface comme une matiere plus legere que l'or ; ſi on expoſe ce verre pendant quelque temps au foyer de la grande lentille ? il continuë à fumer, le ſouffre qui lui avoit ſervi de fondant, s'en évapore peu à peu, & ce verre ſe réduit en une terre friable qui ne ſe fond plus, de ſorte que la goute de verre qui ſe forme ſur une maſſe d'or fin qui eſt en fonte pendant long-temps au verre ardent, n'eſt autre choſe que la partie terreuſe de l'or qui reſte à meſure que l'or ſe détruit au verre ardent, & qui a été vitrifiée par le moyen du ſouffre de ce metal qui lui a ſervi de fondant ; & comme la partie la plus peſante du metal eſt ſon mercure ; qui dans cette occaſion s'en va en fumée, le verre qui reſte doit être plus leger que l'or qui l'a produit, ce qui eſt la cauſe pourquoi après l'évaporation de l'or qui eſt fort peſant, il reſte un peu de verre qui eſt fort leger.

Il ne ſe fait pas une vitrification ſemblable de l'argent fin quand on le fait évaporer au verre ardent, la terre qui ſe ſépare de la maſſe de l'argent à meſure que le mercure s'en évapore, eſt repouſſée ſur la ſuperficie de l'argent en forme d'une poudre tres-blanche & tres-legere, mais qui ne ſe fond point au foyer de notre grande lentille, je crois que la raiſon en eſt que le peu de ſouffre metallique qui entre dans la compoſition de l'argent (Voyez le ſecond Memoire du ſouffre principe) ne ſuffit pas pour mettre en fonte la terre de ſon metal après que le mercure en a été évaporé, & qui ſelon toutes les apparences s'évapore lui-même avec ſon mercure, car la fumée qui s'en éleve eſt beaucoup plus abondante que dans l'évaporation de l'or ; & comme cette terre y reſte ſeule & ſans fondant, elle ne change pas de figure comme fait celle de l'or, qui ſe joint à une partie du ſouffre de ſon metal qui lui ſert de fondant, pour ſe liquifier en une maſſe de verre.

Une preuve que le manque du ſouffre eſt la cauſe que la terre de l'argent qui reſte après l'évaporation de ſon

mercure, ne se vitrifie pas, est que lorsqu'on introduit un souffre étranger dans l'argent,& qu'on l'expose ensuite au verre ardent, sa terre se vitrifie comme celle de l'or, ce que j'ai observé en trois differens cas, dont le premier est quand on mêle parties égales d'or fin & d'argent fin, il en provient plus de verre au miroir ardent, que si la même quantité d'or y avoit été exposée seule & sans le mélange de l'argent, apparemment par la raison que la grande quantité de souffre de l'or vitrifie dans ce mélange aussi bien la terre de l'argent que celle de l'or, qui n'auroit vitrifié que celle de l'or si l'on n'y avoit pas mêlé l'argent.

Le second cas est, lorsqu'on introduit dans une masse d'argent un peu de l'huile ou du souffre superflu du fer, comme je l'ai montré dans mon Memoire du fer au verre ardent, inseré dans nos Memoires de l'année 1706, cet argent exposé au miroir ardent ne separe pas sa terre en forme d'une poudre seche comme fait l'argent fin, mais elle se liquifie en verre comme celle de l'or, le souffre du fer lui servant de fondant.

Le troisiéme cas est, lorsqu'on raffine l'argent par le regule d'antimoine, quoique cet argent soit plus souple sous le marteau, & plus beau en couleur que par aucun autre raffinage, neanmoins en l'exposant au verre ardent il fume beaucoup plus que celui des autres raffinages, & il s'amasse une matiere vitrifiée sur sa superficie, au lieu qu'il s'amasse une poudre terreuse sur l'argent fin ordinaire; apparemment qu'il reste dans cet argent quelque peu de souffre du regule, qui sert de fondant à sa matiere terreuse, pour paroître en verre de la même maniere que dans les cas précedens: Je suis, Monsieur, &c.

J'ai reçû depuis quinze jours encore une Lettre sur cette même matiere, où un autre Hollandois m'écrit qu'il n'est pas content de la réponse que j'ai fait à la premiere objection; sçavoir, que ce verre pourroit bien n'avoir été produit que par les cendres du charbon qui auroient volé sur l'or,& qui s'y seroient vitrifiées par l'ardeur du Soleil,

à quoi j'avois répondu : que si ce verre n'étoit autre chose que des cendres vitrifiées, il devroit s'y en trouver aussibien sur l'argent qui est en fonte par le Soleil comme sur l'or, puisque ces cendres ont la même facilité de voler sur l'un comme sur l'autre, & s'y fondre en verre par le même degré de feu ; & comme cela n'arrive pas, j'avois jugé que les cendres du charbon qui soûtient l'or pendant qu'il est exposé au Soleil, ne pouvoient pas être la matiere du verre qui se forme sur cet or.

Mon Hollandois m'a repliqué que cette réponse ne satisfait pas à l'objection, puisqu'il est aisé de prouver, dit-il, que les cendres se doivent vitrifier sur l'or, & ne se pas vitrifier sur l'argent au même degré du foyer du verre ardent, ce qu'il prétend faire de cette maniere : Il suppose en premier lieu que dans cette operation ce ne sont pas seulement les rayons qui partent du verre ardent qui agissent sur ces cendres, que ce sont ces mêmes rayons reflechis de dessus le metail en fonte qui agissent ensemble & de concert sur ces cendres : Il suppose en second lieu que ces cendres ne sçauroient être mises en fonte par les seuls rayons qui partent du verre ardent, sans être aidez par les rayons reflechis de dessus un corps capable d'en reflechir en assez grande quantité pour suffire à cette fonte. Et troisiémement il suppose que l'or étant un corps plus compacte que l'argent, qu'il en reflechit une assez grande quantité de rayons pour suffire à la fonte de ces cendres ; mais l'argent se trouvant beaucoup plus poreux que l'or, que la plûpart des rayons qui partent du verre ardent se noyent dans les pores de l'argent, & par consequent qu'il ne s'en reflechit pas assez pour mettre ces cendres en fusion, & que c'est-là la vraie raison pourquoi il s'amasse une matiere vitrifiée sur l'or, & une simple poudre sur l'argent qui ne se fond pas en verre, & qu'ainsi l'objection demeureroit dans toute sa vigueur.

Pour répondre à ce raisonnement selon l'ordre des trois suppositions & de la consequence qu'on en a tirée, j'ai dit touchant la premiere supposition que les rayons reflechis

de dessus les corps en fonte au verre ardent, sont de si peu de consequence qu'on les doit compter pour rien, parceque tout corps fondu prend une superficie convexe, qui dans une petite quantité d'or ou d'argent est parfaitement spherique. Or les rayons de lumiere qui tombent sur une superficie convexe, bien loin d'agir de concert sur quelqu'autre corps, ils s'écartent plûtôt & s'affoiblissent, & cela d'autant plus considerablement que la superficie qui reflechit est plus parfaitement spherique, & que la sphere est petite, comme dans le cas present, où elle n'a pas plus de trois ou de quatre lignes de diametre; aussi quand on approche le doigt de cet or fondu à l'éloignement d'environ un pouce ou d'un pouce & demi à l'endroit où la reflexion se devroit faire sentir, on n'y sent qu'une chaleur tres-legere, qu'on supporteroit pendant une heure entiere sans s'incommoder, au lieu qu'en s'approchant tant soit peu du foyer du verre ardent, on se sent brûlé dans l'instant de la maniere du monde la plus vive, & par consequent on doit juger que ce n'est que le foyer des rayons qui partent du verre ardent qui font tout l'effet qu'on y remarque, & non pas les rayons reflechis.

La seconde supposition, qui dit que les cendres ne sçauroient se fondre par les seuls rayons qui partent du verre ardent sans le secours des rayons reflechis, est absolument fausse, ce que je prouve de cette maniere; Quand on expose un charbon au verre ardent, il se couvre en peu de temps de cendres blanches, excepté à l'endroit où donne le vrai foyer, qui est toûjours dégarni de cendres, parceque ce foyer les met en fonte à mesure qu'elles s'y font, & quand on promene ce foyer sur le reste du charbon qui est couvert de cendres, elles disparoissent dans le même instant que le foyer les touche, & le charbon devient en moins d'un clin d'œil aussi net en cet endroit-là comme si on venoit de le laver avec de l'eau, parce que le vrai foyer fond ces cendres dans le moment qu'il les touche, & les réduit par-là en des petits grains de verre, qui sont si petits, que non seulement on ne les sçauroit voir avec les

yeux simples, mais en les cherchant avec une loupe. Je n'ai pas pû les découvrir, & on ne les trouve qu'en les cherchant attentivement avec un bon microscope, ce qui est la cause pourquoi ces cendres disparoissent tout d'un coup.

Tout ceci arrive immediatement sur le charbon, qui est un corps fort leger & fort poreux, dans lequel les rayons qui partent du verre ardent se noyent presque tous, & il s'en reflechit si peu, qu'en regardant le charbon au travers d'un verre coloré dans le temps que le foyer du verre ardent le touche, on ne s'apperçoit que d'une lumiere tres-foible, au lieu qu'on s'apperçoit d'une lumiere si éclatante au travers de ce même verre coloré, quand on regarde de l'argent fondu au Soleil, qu'on en est au moins autant éblouï que quand on y regarde l'or en fonte; ce qui détruit absolument la troisiéme supposition, qui veut qu'il ne se fasse presque pas de reflexion des rayons sur l'argent : mais comme il a été prouvé tout à l'heure que la reflexion des rayons ne sert de rien pour fondre ces petites flameches de cendres, sur quoi étoit fondé tout le raisonnement de mon Antagoniste, il me paroît que la consequence qu'il en tire tombe d'elle-même, & que la réponse que j'avois faite en premier lieu subsiste toûjours : sçavoir, que le verre qui se trouve à la place de l'or fin, qui s'évapore au verre ardent, & que la poudre blanche & legere qui reste après l'évaporation de l'argent fin, ne proviennent pas des cendres du charbon, mais de l'or & de l'argent même.

DEMONSTRATIONS

DEMONSTRATIONS

SIMPLES ET FACILES

De quelques proprietez qui regardent les Pendules, avec quelques nouvelles proprietez de la Parabole.

PAR M. CARRE'.

AYant été averti par un de mes amis, à qui j'ai parlé de cette petite découverte, qu'il y avoit quelque chose de semblable dans les Journaux des Sçavans de Leipsik (ce que j'ai peut-être lû dans le tems, mais dont je ne me souvenois plus, car on ne se souvient pas de tout) j'ai balancé quelque tems à donner ce Memoire. Mais comme je ne m'y suis pas pris de la même maniere que M. Lichtscheid (c'est le nom de l'Auteur) pour déterminer la Ligne courbe dont il est question, & que je démontre d'autres choses & fais d'autres remarques que ce Mathematicien, je m'y suis déterminé d'autant plus volontiers, que je lui en abandonne toute la gloire, ne me réservant que celle d'y avoir pensé aprés lui.

1707. 16. Fevrier.

LEMME.

Les tems des vibrations des Pendules sont entr'eux en raison des racines quarrées des longueurs de ces Pendules.

Soient deux Pendules inégaux AB, AD mis dans une situation horizontale, & qu'on suppose être descendus l'un en M & l'autre en N, puis en m & en n d'une quantité infiniment petite; & soient menées les perpendiculaires ou les sinus MP, NQ des arcs parcourus. Comme le tems s'exprime par l'espace parcouru divisé par la vîtesse emploïée à le parcourir, & que les vîtesses des mouvemens accelerez sont en raison des racines quarrées des hauteurs d'où ces corps

ont commencé à descendre, l'on pourra exprimer les vîtesses de chaque Pendule aux points M & N par $\sqrt{PM}$ & $\sqrt{QN}$; donc le tems par le petit arc Mm sera égal à $\frac{Mm}{\sqrt{PM}}$, & le tems par le petit arc Nn sera égal à $\frac{Nn}{\sqrt{QN}}$: Et nommant AB, a; AD, b; PM, x; & le petit arc Mm, dz, l'on aura pour le premier tems $\frac{dz}{\sqrt{x}}$; & pour avoir le second, l'on fera $AB\ (a).\ AD\ (b) :: PM\ (x).\ QN = \frac{bx}{a}$; & $AM(a).\ AN(b) :: Mm(dz).\ Nn = \frac{bdz}{a}$; donc le tems exprimé par $\frac{Nn}{\sqrt{QN}} = \frac{bdz}{a \times \sqrt{\frac{bx}{a}}} = \frac{dz\sqrt{b}}{\sqrt{ax}}$: ces tems seront donc entr'eux comme $\frac{dz}{\sqrt{x}}$ est à $\frac{dz\sqrt{b}}{\sqrt{ax}}$; mais $\frac{dz}{\sqrt{x}}.\ \frac{dz\sqrt{b}}{\sqrt{ax}} :: 1.\ \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} :: \sqrt{a}.\ \sqrt{b}$; d'où l'on doit conclure que ces tems sont comme les racines quarrées des longueurs des Pendules. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRES.

Il est évident, 1°. que les vîtesses sont comme les tems; car elles sont comme $\sqrt{x}$ à $\sqrt{\frac{bx}{a}}$. Ainsi un Pendule étant quadruple d'un autre, sa vîtesse sera double.

2°. Que les quarrez des tems ou des vîtesses sont comme les longueurs de ces Pendules, ou comme les rayons des arcs qu'ils décrivent ; donc ils sont aussi comme ces arcs qui sont les espaces parcourus.

3°. Que les nombres des vibrations des Pendules sont en raison reciproque des racines quarrées des longueurs de ces Pendules.

4°. Il est encore évident que les vîtesses acquises de deux Pendules qui décrivent des arcs semblables, sont en raison des racines quarrées des cordes de ces arcs, ou comme les racines quarrées des sinus droits ou verses de ces arcs ; parceque toutes ces lignes sont en même raison que les rayons ou les longueurs de ces Pendules.

5°. Les vîtesses d'un même Pendule décrivant differens

arcs, ſont en même raiſon que les cordes de ces arcs. Car par la proprieté du cercle ces cordes ſont entr'elles comme les racines de leurs ſinus verſes, qui ſont les hauteurs d'où le Pendule eſt deſcendu. Mais les vîteſſes de ce Pendule ſont comme les racines de ces hauteurs; donc, &c.

6°. La premiere vîteſſe d'un Pendule dans un point quelconque de l'arc qu'il décrit en deſcendant, comme en *N* eſt à la premiere vîteſſe que ce même corps auroit dans un point correſpondant de la verticale ſuivant laquelle il tomberoit, comme le ſinus *NI* de cet arc eſt au rayon ou à la longueur du Pendule *AD*. Car ſi l'on mene au point *N* une tangente, il eſt clair que ce Pendule commençant à ſe mouvoir en *N*, il aura en ce point la même détermination de mouvement, & par conſéquent la même vîteſſe que s'il ſe mouvoit réellement ſuivant cette tangente, que l'on regarde comme un plan incliné dont la hauteur eſt la ſoûtangente : Or la premiere vîteſſe d'un corps le long d'un plan incliné eſt à celle qu'il auroit ſuivant la hauteur de ce plan, comme cette hauteur eſt au plan incliné, c'eſt à dire dans ce cas comme la ſoûtangente eſt à la tangente : mais la ſoûtangente d'un cercle eſt à la tangente comme le ſinus de l'arc eſt au rayon; donc, &c. Il eſt donc évident que les augmentations de vîteſſe d'un Pendule ſont comme les ſinus des differens arcs qu'il décrit, leſquels vont toûjours en diminuant : en effet ces augmentations ſe font par des tangentes qui deviennent toûjours de plus en plus inclinées, ou qui vont toûjours en s'approchant de l'horizontale, ce qui cauſe à chaque inſtant une nouvelle détermination de mouvement.

Ces principes ſimples & faciles étant poſez, il eſt aiſé de réſoudre un grand nombre de Problemes que l'on peut propoſer ſur cette matiere.

PROBLEME.

Trouver la Ligne courbe que décrit en montant un Pendule qui seroit raccourci successivement & uniformément dans le tems de son mouvement, soit qu'il fasse ses vibrations laterales, soit qu'on le détermine à faire ses révolutions en décrivant la surface d'un Cone.

L'experience apprend que si un Pendule faisant ses vibrations laterales, est arrêté dans son mouvement par un point quelconque de sa longueur, il les fera autour de ce point, & remontera précisément à la même hauteur d'où il est descendu. (L'on fait ici abstraction de la résistance de l'air qui n'est pas sensible dans ces sortes d'experiences). Ainsi un Pendule *AB* étant arrêté en *E* aprés avoir décrit l'arc *BB*, il décrira l'arc *BF* qui a pour centre le point *E*, & remontera à la même hauteur *CB* d'où il est descendu : Car l'on sçait que les hauteurs où s'élevent les Pendules en faisant leurs vibrations, sont égales aux sinus verses des arcs qu'ils décrivent. Que si le point où on l'arrête étoit au-dessous de *C*, c'est à dire moins haut que celui d'où on le laisse tomber, il est visible que pour emploïer tout son mouvement il fera quelques tours à l'entour du point où il est arrêté, & cela plus ou moins selon qu'il tombera de plus ou moins haut. Et il seroit facile de démontrer qu'afin que le corps suspendu décrivit une circonference entiere, il faudroit que sa force centrifuge fût à son poids comme 5 à 1, c'est à dire que le fil de suspension fût tendu par une force sextuple du poids de ce mobile. Que si on l'arrête précisément à une hauteur égale à celle d'où il est descendu comme en *C*, il est clair qu'il décrira un quart de cercle entier. C'est la même chose si au lieu de l'arrêter en differens points, on venoit tout d'un coup à le raccourcir de la même quantité.

FIG. II.

Maintenant si l'on suppose qu'un Pendule *AB* fasse ses révolutions autour du point de suspension *A*, ensorte qu'il décrive la surface d'un Cone qui seroit formé par le mouvement d'un triangle rectangle *ADC* autour de *AD*, qu'il

FIG. III.

y ait un anneau au point *A* au travers duquel passe le fil de suspension, & puisse glisser dedans comme on voudra, & qu'enfin une puissance *R* tire ce fil pour raccourcir successivement le Pendule aprés qu'on l'aura mis en mouvement : Il est clair que le poids *B* ne décrira pas le côté du Cone en montant, c'est à dire à mesure qu'on le raccourcira, parceque conservant toûjours la force de remonter à la même hauteur, il auroit plus de vîtesse qu'il ne lui en faudroit pour décrire, par exemple, la circonference de la seconde révolution, qui seroit plus petite que la premiere si elle étoit prise dans la surface du Cone, ainsi elle doit être plus grande au lieu d'être plus petite, ce qui continuëra jusqu'à ce qu'enfin le Pendule décrive un cercle parallele à l'horizon, que l'on peut considerer en ce cas comme une des bases du solide dont il décrit la surface par ses révolutions. Car soit *D* le centre de la circonference de la base de la surface Conique que le Pendule tend à décrire ; si l'on regarde l'arc *BC* comme la moitié de celui qu'il décriroit en faisant des oscillations laterales, alors la ligne *BD* qui est le sinus verse de cet arc *BC* doit être regardée comme la hauteur où ce Pendule s'est élevé ; ainsi étant déterminé par sa premiere impression de mouvement à décrire la surface Conique, il se trouvera toûjours au commencement ou à la fin de chaque révolution dans le point extrême du sinus droit de l'arc de sa hauteur, & il aura dans tous les points de ces arcs une égale vîtesse, ce que je prouve ainsi par le calcul.

Je prends un autre point quelconque *E* où je suppose qu'on ait fait monter le Pendule en le raccourcissant, & prenant $EP = BD = a$, tirant la perpendiculaire *PM* qui rencontre l'arc *EM* décrit du centre *A*, & menant du point *E* les cordes *EM*, *EF*, il est clair par la supposition que le Pendule se trouvera au point *M*. Je dis maintenant que la vîtesse du Pendule qui décrit l'arc *EM* est égale à la vîtesse de ce même Pendule lorsqu'il décrit l'arc *BC*: Car nommant *AB*, r; *AE*, x; & la vîtesse suivant *BC*, v; l'on aura par la proprieté du cercle $BC = \sqrt{2ar}$. Et pour avoir

la corde de l'arc EF, l'on fera AB (r). BC ($\sqrt{2ar}$.) : : AE (x). $EF = \frac{\sqrt{2ar}}{r}$, à cause des triangles semblables AEF, ABC, & que dans les differens cercles les cordes d'arcs semblables sont entr'elles comme les rayons. De même la corde $EM = \sqrt{2ax}$. Ces choses étant posées, dans les cercles differens les vîtesses d'un Pendule qui parcourt des arcs semblables * sont comme les racines quarrées de ces cordes : l'on dira donc BC ($\sqrt{2ar}$.) est à EF ($\frac{x\sqrt{2ar}}{r}$) comme le quarré de la vîtesse en BC (vv) est au quarré de la vîtesse en $EF = \frac{vvx}{r}$, donc cette vîtesse $= v\sqrt{\frac{x}{r}}$. Mais dans les mêmes cercles les vîtesses dans differens arcs sont comme leurs cordes *, donc la corde EF ($\frac{x\sqrt{2ar}}{r}$) est à la corde EM ($\sqrt{2ax}$) comme la vîtesse en EF ($v\sqrt{\frac{x}{r}}$) est à la vîtesse en EM que l'on trouve $= v$; donc la vîtesse en EM est égale à la vîtesse en BC.

* Corol. 4.

* Corol. 5.

Ce Pendule comme l'on voit décrira en montant une Ligne courbe, dont on demande la nature.

Pour déterminer cette Courbe, soit le Pendule raccourci ensorte qu'il n'ait plus de longueur que AE, il est clair que dans cette supposition le Pendule se trouvera au point M qui est un de ceux de la Courbe que l'on demande, & le raccourcissant encore d'une quantité infiniment petite Ee, & prenant $ep = EP$, & décrivant l'arc em, le point m sera encore un des points de cette Courbe ; & ainsi l'arc infiniment petit Mm sera l'élement de cette Courbe, & PM, pm en seront les ordonnées.

Ces choses ainsi posées, l'on voit que cette Courbe doit être telle que tous les arcs BC, EM, em décrits du centre A, & de chacun de ses points jusqu'à son axe, doivent être parcourus avec des vîtesses égales ou en tems égaux L'on aura donc à cause des triangles rectangles EPM, epm $\overline{EM}^2 . \overline{em}^2 : : \overline{PM}^2 . \overline{pm}^2$ à cause que $EP = ep$; & $\overline{PM}^2 . \overline{pm}^2 : : AE + AP . Ae + Ap$, parce qu'à cause

du cercle *PM*, *pm*, sont moïennes proportionnelles entre les parties du diametre.

L'on pourroit donc énoncer ce Probleme en cette sorte, trouver la Courbe dont les quarrez des ordonnées soient toûjours proportionnels à des lignes déterminées, c'est à dire que $\overline{PM}^2$ soit à $AE + AP$ en raison constante. Ainsi nommant AE, x; $EP = BD = a$, donc $AP = x - a$; & $AE + AP = 2x - a$; PM, y; & que la raison constante soit comme a est à 1; l'on aura cette analogie $yy. 2x - a :: a. 1$; donc $yy = 2ax - aa$, qui est un lieu à la Parabole que l'on construit ainsi.

Soit menée la ligne DK, & soit prise la partie $DF = EP = a$, que l'on divisera en deux parties égales au point A, & prenant DE égale à la longueur indéterminée AE du Pendule $= x$, donc $AE = x - \frac{1}{2}a$; prenant donc EQ (y) moïenne proportionnelle entre $x - \frac{1}{2}a$, & $2a$, l'on aura $yy = 2ax - aa$, qui est l'équation qu'il falloit construire. FIG. IV.

Il est évident que le point F qui est le foyer de la Courbe, est le point de suspension, & que le point A en est le sommet; car alors $x = \frac{1}{2}a$, donc $2ax - aa = 0$, & $y = 0$, donc un Pendule faisant ses oscillations dans un plan vertical, il montera jusqu'au point A, & delà il tombera perpendiculairement. Que si $x = a$, donc $y = a$, c'est à dire que l'ordonnée qui part du foyer sera égale à la hauteur à laquelle le Pendule monte dans son mouvement, ou au sinus verse de l'arc qu'il décrit qui est le rayon lui-même, & dans ce cas le Pendule décrira une demi-circonference s'il fait ses oscillations lateralement, ou une circonference parallele à l'horizon si on lui a imprimé un mouvement pour le faire décrire la surface d'un Cone, car FN sera la longueur du Pendule. Enfin si x est moindre que $\frac{1}{2}a$, ce Pendule fera ses révolutions autour du point A, & cela plus ou moins selon que x sera plus petite que $\frac{1}{2}a$.

Voilà donc deux belles proprietez de la Parabole qui n'avoient peut-être point été remarquées, dont la premiere, est que si du foyer on décrit une infinité de portions

de circonferences qui se terminent à son axe & à sa courbure, elles seront parcouruës en tems égaux par un Pendule qui aura son point de suspension au foyer. Et la seconde, c'est que tous ces arcs ont des sinus verses égaux. Et il m'a paru que ç'auroit été un Probleme difficile à résoudre, s'il avoit été proposé de cette sorte: Une infinité de portions de circonferences concentriques étant données, trouver la Courbe qui les coupe de maniere qu'un mobile suspendu les parcoure toutes en tems égal. Ou bien une infinité d'arcs concentriques étant donnez, trouver la Courbe qui les coupe, ensorte que tous leurs sinus verses soient égaux. Et ce qu'il a de remarquable, c'est que tous ces sinus verses sont non-seulement toûjours égaux entr'eux, mais ils sont aussi égaux à une grandeur constante qui est la moitié du parametre, ou à l'ordonnée menée du foyer, ce qui se peut démontrer ainsi.

Soient du foyer *F* décrits deux arcs quelconques *BN*, *KQ*, il est clair que $BF = FN$ rayon & sinus verse de l'arc *AN*, ce qu'on a appellé *a*; il faut donc prouver que $EK = a$: Soit $EF = z$, mais *FK* par la generation $= ED = EF + FB = z + a$, donc $EK = FK - EF$ ou $ED - EF = z + a - z = a$; donc, &c. Ce qui doit toûjours arriver par la proprieté de la Parabole & du cercle; car l'on sçait que pour mener une perpendiculaire à la Courbe, il faut toûjours prendre la soû-perpendiculaire égale au demi-parametre, & alors la corde menée de *K* en *Q* sera perpendiculaire sur la Courbe, donc l'autre corde du demi-cercle décrit du centre *F* sera la tangente. Voilà donc une nouvelle maniere simple & facile de mener des tangentes à la Parabole. Car décrivant du foyer *F* comme centre un demi-cercle qui coupe la Parabole en un point, si de ce point l'on mene deux cordes qui se terminent aux extrémitez du diametre, il est évident que l'une sera tangente, & l'autre perpendiculaire à la Courbe.

L'on pourroit encore découvrir la nature de cette Courbe en cette sorte. Les mêmes choses étant posées, on trouvera à cause du triangle rectangle *APM*, que

$yy = xx$

$yy = xx - xx + 2ax - aa = 2ax - aa$, qui eſt la même équation que cy-deſſus. C'eſt ainſi que M. Lichtſcheid l'a déterminée. Fig. II.

L'on pourroit conclure de la ſolution de ce Problême le plus beau Theoreme de M. Hugens ſur les forces centrifuges, qui eſt qu'un corps ſe mouvant circulairement dans la ſurface d'un Conoïde parabolique, décrit toutes les circonferences qui compoſent cette ſurface en tems égaux. L'on en peut voir la démonſtration dans les élegantes ſolutions qu'ont données M. le Marquis de l'Hôpital, & M. Saurin des Theoremes de la force centrifuge.

L'on pourroit démontrer d'une maniere ſimple & facile qu'un Pendule étant mis dans une ſituation horizontale, enſorte qu'on lui faſſe décrire des cercles paralleles à l'horizon, & qu'on l'allonge inſenſiblement & ſucceſſivement, ce Pendule étant porté en bas par ſa peſanteur, tandis qu'il continuë de faire ſes révolutions, il décrit une Parabole.

Car par ſa force cintrifuges il eſt porté par un mouvement horizontal & uniforme, puiſqu'on ſuppoſe qu'il fait toutes ſes révolutions en tems égaux, mais ſon poids le porte en bas par un mouvement acceleré. Donc, &c.

L'on pourroit encore conclure de ce qu'on vient de dire quelques proprietez de la Parabole. 1°. Que toutes ſes perpendiculaires étant regardées comme des plans inclinez, ſeroient parcouruës par des corps égaux en des tems qui ſont entr'eux en même raiſon que ces perpendiculaires, ou ce qui revient au même, en raiſon des racines quarrées des lignes menées du foyer aux points où ces perpendiculaires coupent la Parabole : car il eſt démontré que ſi un corps parcourt des plans inégaux de même hauteur, les tems qu'il emploïe à les parcourir ſont en même raiſon que les longueurs de ces plans. 2°. Que ces corps en parcourant ces perpendiculaires aquierent la même vîteſſe ; car l'on ſçait que la vîteſſe qu'un corps acquiert en deſcendant le long d'un plan incli-

né, est égale à celle qu'il acquiert en parcourant la hauteur de ce plan.

OBSERVATIONS
SUR LA NAISSANCE
ET SUR LA CULTURE DES CHAMPIGNONS.

PAR M. TOUNEFORT.

1707
2. Mars.

LA maniere dont on éleve les Champignons à Paris, favorise la pensée de ceux qui croïent que les Champignons naissent de graine de même que les autres plantes. Pour faire d'excellentes couches à Champignons, c'est à dire des couches qui produisent beaucoup de Champignons dont les saisons de l'année que l'on souhaite, il faut emploïer du fumier de cheval qui soit mêlé avec un peu de littiere, & par conséquent où il y ait beaucoup plus de crotes de cheval que de paille, tel qu'est le fumier que l'on trouve dans les écuries des loüeurs de carrosses, où l'on épargne plus la littiere que dans les autres écuries. Les Jardiniers ont observé que les Champignons les meilleurs & les plus blancs naissent du fumier des chevaux qui sont nourris de paille de Froment & d'Avoine en grain. Les Champignons noirâtres viennent, à ce qu'ils prétendent, sur le fumier des chevaux à qui on donne du son & de la paille de seigle.

Pour avoir des Champignons pendant toute l'année, on fait à Paris deux sortes de couches. Les unes dans les jardins, & les autres à la campagne. Celles des jardins donnent des Champignons depuis la Toussaints jusques à la fin d'Avril, & celles de la campagne en produisent depuis le mois de May jusqu'aux premieres gelées. Ces couches coûtent beaucoup de dépense & demandent de grands soins; mais aussi rendent-elles considerablement dans de

grandes villes comme Paris, où l'on met des Champignons en tous les ragouts.

Pour travailler aux couches des jardins, on entasse le fumier de cheval dans le mois de Juin pour le laisser en berge comme parlent les Jardiniers, jusqu'au mois d'Aoust. Dans le mois d'Aoust on étale ce fumier à la hauteur d'un pied, sur le lieu où l'on veut faire les meules ou couches à Champignons afin de le moüiller plus facilement. Cette précaution est necessaire pour disposer à germer les graines des Champignons qui sont naturellement dans le crotin. C'est pour cette raison qu'on l'humecte pendant cinq ou six jours suivant la secheresse de l'Esté, prenant soin de le tourner à la fourche, aprés l'avoir moüillé, afin qu'il s'imbibe également d'eau.

Aprés cette préparation du fumier, on peut commencer les couches à Champignons. On les fait à trois lits que l'on ne dresse que 15 jours ou 3 semaines l'un aprés l'autre. Le premier lit se dresse au cordeau sans tranchée, il doit avoir deux pieds & demi de largeur sur la longueur que l'on juge à propos. Ce lit est plat, élevé d'un pied & demi; mais il ne faut pas que le fumier qui déborde sur les côtes soit rendoublé avec la fourche, parceque les couches se dessecheroient trop dans ces endroits là. Pour rendre les couches plus solides, on peut mêler avec le vieux fumier un peu de crotin frais sortant de l'écurie. Ce premier lit doit être moüillé tous les deux jours, si le tems est trop sec.

Vers la mi-Aoust, c'est à dire quinze jours aprés que le premier lit a été fait, on travaille au second lit avec le même crotin que l'on a emploïé pour le premier, & que l'on a preparé en l'arrosant suivant le besoin. On éleve ce lit en dos-d'âne de la hauteur d'un pied pardessus l'autre. On le moüille pour entretenir la moëlle de la couche, c'est à dire pour fournir une humidité raisonnable au milieu de la couche. On prend soin d'en regarnir proprement le haut en maniere de faîte, & cette réparation s'appelle le troisiéme lit.

Les ſentiers qui ſont entre les couches doivent avoir quatre pieds & demi de largeur, & même juſqu'à ſix. Gobeter les meules parmi les Jardiniers, c'eſt les couvrir avec du terreau qui a ſervi aux couches des melons. Le plus ſec & le plus vieux eſt le meilleur. Il faut au moins qu'il ait un an, & l'on n'en met ſur la couche que de l'épaiſſeur d'environ un pouce. On couvre les couches huit ou dix jours aprés qu'on les a dreſſées, c'eſt à dire lorſque leur grande chaleur eſt paſſée.

Voici le ſecret pour faire venir les Champignons promptement & en abondance ſur ces couches. Avant que de les couvrir de terreau, on y enfonce à la hauteur d'un pied & à la diſtance de trois pieds en trois pieds ſur la même ligne, une rangée de lardons *A* couche 1. gros comme le poing. Ces lardons ſont des morceaux de fumier préparé, comme l'on va dire, & c'eſt proprement ſemer les Champignons que de larder les couches. Aprés qu'on a diſpoſé ces lardons dans la couche, on la couvre de terreau, & l'on met ſur ce terreau du fumier de littiere tiré de deſſous les chevaux, car la vieille littiere ne feroit que deſſecher les couches. On ne touche plus à ces couches que tous les huit jours pour obſerver ſi elles ſont aſſez chaudes. Pour cela on les découvre peu à peu d'un bout à l'autre. Si la couche eſt refroidie, il faut la couvrir de littiere fraîche. S'il gêle dans le temps que les couches travaillent, pour amuſer la gêlée & l'empêcher de penetrer, il faut les couvrir de fumier moüillé, & mettre ſous ce fumier d'autre fumier bien ſec qui couvre immediatement le terreau. Avec cette précaution la chaleur ſe conſerve dans la couche pendant les plus grands froids. Si les couches ſont trop échauffées, elles pouſſent trop vîte & durent moins. Si elles fument trop, il faut les découvrir & ne laiſſer qu'une demi couverture de fumier pour en moderer la chaleur. Enfin l'uſage apprend aux Jardiniers à menager les couches pour en retirer un profit qui réponde à leurs ſoins. On commence à cüeillir des Champignons en Octobre. Ordinairement cette recolte ſe fait de trois en trois jours, ou tous les quatriémes jours.

Pour préparer des lardons de fumier, il faut entasser du fumier de littiere dans le mois de Fevrier. Six voyes suffisent pour dresser au commencement d'Avril une bonne couche, que l'on peut appeller la pepiniere des Champignons. On y seme de la Poirée & du Persil pour profiter du terrein; mais cela ne contribuë en rien pour la naissance des Champignons. Au commencement du mois d'Aoust les crotes de cheval *B B*, dont cette couche a été faite, commencent à blanchir: car alors elles sont parsemées de petits cheveux ou filets blancs fort déliez, branchus, attachez & tortillez autour des pailles dont le crotin est formé *C D*. Ce crotin alors ne sent plus le fumier, mais il répand une odeur admirable de Champignon. Suivant les apparences ces filets blancs ne sont autre chose que les graines ou les germes développez des Champignons, & tous ces germes étoient renfermez dans les crotes de cheval sous un si petit volume, qu'on ne sçauroit les appercevoir quelque soin que l'on prenne, qu'aprés qu'ils se sont éparpillez en petits cheveux. L'extremité de ces cheveux s'arrondit *E F G*, & devient un bouton lequel grossissant peu à peu se développe en Champignon *H*, dont la partie inferieure *I* est un pedicule barbu dans l'endroit où il est enfoncé dans la terre, & chargé par l'autre bout d'une espece de chapiteau arrondi en maniere de calote, laquelle s'étend comme un parapluïe, & ne produit ni fleurs ni graines sensibles. Le dessous en est feüilleté en rayons, & ses lames qui viennent du centre à la circonference peuvent être appellées en quelques maniere les feüilles du Champignon.

Quoique cette espece de Champignon ne soit pas trop bien désignée dans les Auteurs, il semble pourtant que ce soit celle que Jean Bauhin a nommée *Fungus campestris, albus superne, inferne rubens Hist.* 3. 824. On pourroit la nommer *Fungus sativus, equinus*. Elle vient par grosses touffes qui represente une petite forêt dont les pieds ne sont pas également avancez. On trouve une infinité de Champignons naissans aux pieds des autres, & qui ne sont

pas plus gros que la tête d'une épingle, tandis que les plus gros se passent. Chaque touffe de Champignons étoit peut-être enfermée dans la même graine ; car les premiers germes du fumier sont branchus, éparpillez par les côtez, & se répandent en tout sens dans le terreau, comme on le voit dans la seconde couche, si bien que l'espace qui est entre les lardons s'en trouve tout garni. Ce n'est pas que les crotes qui sont dans les couches ne produisent quelques touffes de Champignons : mais cela est incertain. Avant que l'on s'avisât de se servir de lardons préparez, les couches ne rendoient pas assez pour fournir à la dépense & pour dédommager le Jardinier des frais qu'il avoit faits. Les Champignons y étoient fort clair-semez, au lieu qu'ils couvrent les couches d'un bout à l'autre si on les menage bien. A la fin d'Avril ou au commencement de May, les meilleures couches sont épuisées, elles n'ont plus de germes ; c'est pourquoi on les détruit pour en emploïer le terreau à fumer des arbres & produire des legumes.

Les germes des Champignons ou ces cheveux blancs qui sont dans le fumier preparé se conservent long-temps sans se pourrir, si on les met sur des planches dans un grenier. Ils se dessechent seulement, & reviennent encore quand on les met sur les couches, c'est à dire qu'ils produisent des Champignons.

Hist. Acad. lib. 2. sect. 5. cap. 1. Edit. 1701.

M. Marchant le Pere, ainsi que le remarque M. du Hamel, fit voir à l'Assemblée en 1678 la premiere formation des Champignons dans des crotes de cheval moisies. Cet habile Botaniste démontra ces petits filets blancs dont les extremitez se grossissent en Champignons.

Ceux qui ont écrit qu'il falloit arroser les couches avec la laveure des Champignons pour leur faire produire des Champignons, ont avancé un fait qui est faux, ou pour mieux dire, ils ont pris pour cause ce qui ne l'est pas ; car ils se sont imaginez que la laveure des Champignons étoit chargée des graines de ces sortes de plantes : mais outre que les couches ne produisent pas des Champignons par

la vertu de cette laveure, il se pourroit faire que si elles en produisoient quelques-uns, ce seroit parceque l'eau auroit fait éclore les germes qui seroient restez dans le terreau, lequel n'est qu'un fumier de cheval converti en terre.

Les crotes de cheval ne renferment donc pas seulement les graines des Champignons, mais elles ont aussi un suc & une chaleur propre à les faire germer, de même que le suc qui se trouve dans la racine de l'*Eryngium* dans le temps qu'il se pourrit, faire éclore le germe du plus délicat de tous les Champignons qui naissent en Provence & en Languedoc. Ainsi la Mousse fait germer la graine des Mousserons. C'est par la même raison que certaines especes de Champignons, de Morilles & d'Agaric ne viennent qu'aux racines ou au tronc de certains arbres. M. Mery a observé plusieurs fois à l'Hôtel-Dieu de petits Champignons plats & blanchâtres sur les bandes & les attelles appliquées aux fractures des malades, & principalement à ceux qui étoient couchez à côté du réservoir d'eau qui est dans la Salle des blessez, soit que les bandes & les attelles fussent trempées dans l'oxicrat ou dans le vin. M. Lemery a fait la même observation, & remarqué que les attelles étoient de bois de Pommier. Il est hors de doute qu'il faut un suc assaisonné pour faire éclore & pour rendre sensibles les graines de toutes les plantes. Nous apprenons de Dioscoride qu'il y avoit des gens qui assuroient, que des morceaux de l'écorce du Peuplier tant blanc que noir enfoncez sur des couches de fumier, il en naissoit des Champignons bons à manger. Ruel rapporte que si l'on découvre le tronc d'un Peuplier blanc vers la racine, & qu'on l'arrose avec du levain délayé dans l'eau, on y voit naître pour ainsi dire des Champignons sur le champ. Il ajoûte que les collines produisent plusieurs sortes de Champignons, si dans la saison des pluïes on en brûle le chaume ou les landes. Je sçay bien que les landes brûlées en Provence, en Languedoc & dans les Isles de Grece poussent beaucoup de Pavots noirs aux premieres pluïes d'Autom-

Fungus Eryngii B M.

ne, & cette plante ſe perd les années ſuivantes, ſi bien qu'on ne la trouve que ſur les terres brûlées. Il me ſemble qu'une des principales raiſons pourquoi les montagnes produiſent des plantes differentes de celles des plaines ou du fond des vallées, eſt la difference du ſuc nourricier qui ſe trouve dans ces endroits. Comment expliquer ſans ce ſecours la naiſſance de Gui & de l'Hypociſte, que l'on ne voit jamais en pleine terre, au moins ſans tenir à quelque autre plante? L'un eſt attaché ſur les arbres, & l'autre à la racine du Ciſte. Pourquoi le Lierre, la Vigne de Canada, le Parietaire, le Polypode, les eſpeces de Capillaires ſe plaiſent-elles plutôt ſur les troncs des arbres, ſur les murailles & dans les fentes des rochers, ſi ce n'eſt que la terre de ces lieux leur convient mieux?

Pour revenir à nos Champignons, on les éleve fort utilement en pleine campagne, & leur culture ſert auſſi à démontrer que leur graine eſt naturellement renfermée dans les crotes de cheval. On dreſſe les couches de campagne dans les mois de Novembre & de Decembre, mais ce doit être en terre neuve, c'eſt à dire dans des champs où l'on n'ait pas élevé des Champignons depuis longtemps. Il faut ouvrir une tranchée au cordeau de la longueur que l'on veut, large de trois pieds, profonde d'environ quatre pouces. On la remplit de fumier de cheval de littiere que l'on a pris dans les écuries dés le mois de Juillet, & que l'on a mis en meule dans le champ où l'on veut faire les couches Pour le premier lit de la couche on emploïe le plus gros fumier, & l'on réſerve pour le ſecond ou pour le haut de la couche celui où il y a le plus de crotes de cheval. Ces crotes doivent être ſeiches & moiſies; car ce qu'on appelle moiſiſſure eſt pour ainſi dire le premier dévelopement des germes des Champignons. Toute la couche ſe dreſſe le même jour. Le premier lit n'a qu'environ huit pouces de hauteur, & le ſecond un pied. Le haut en eſt arrondi de telle ſorte, que le fumier qui ſe trouve ſur les côtez ne doit pas être rendoublé avec la fourche. On couvre cette couche arrondie avec la terre que

que l'on a tirée de la tranchée, mais on n'y en met que de l'épaisseur de deux pouces, après quoi on l'applatit en dos-d'âne avec la bêche.

On fait plusieurs couches paralleles dans le même champ, ne laissant qu'un sentier entre deux d'environ deux pieds de largeur & pour couvrir les nouvelles couches on emploïe toûjours la terre que l'on a vuidée de la tranchée. On ne touche point à ces couches jusques à la fin d'Avril ou au commencement de May. Dans ce temps-là, pour ne les pas ébranler, on rase les herbes dont elles se trouvent couvertes, sans en arracher les racines. Il faut aussi sonder les couches avec le doigt en plusieurs endroits, afin d'observer ceux qui commencent à blanchir; car alors on doit les couvrir à la hauteur de trois doigts avec du fumier de littiere pour les tenir fraîches. On laisse couverts de terre ceux qui sont encore noirs. Il faut trépigner sur la couche si la terre en est sabloneuse, & marcher dessus (une rangée de pas) afin de l'affermir & de la rendre plus propre à conserver l'eau qu'on lui donne. On n'a que faire de cette précaution quand les couches sont couvertes de terre fraîche.

Ces couches donnent ordinairement des Champignons depuis le mois de May jusques aux premieres gêlées. Aprés avoir trepigné sur les couches, on moüille les endroits qui sont blanchis jusques à ce que le fumier dont on les a couverts soit bien penetré d'eau : mais il faut bien se garder d'arroser les endroits qui sont encore noirs, cela ne serviroit qu'à les faire pourrir.

On découvre tous les jours les couches dans les endroits blanchis pour en cüeillir les Champignons : mais on n'en découvre qu'une entre deux, & on la recouvre lorsque les champignons sont cüeillis. Il ne faut les arroser que fort legerement & pardessus la littiere. Ces couches durent environ deux ans, parceque les endroits noirs se blanchissent insensiblement en Automne & dans le Printemps. Aprés que ces couches sont épuisées on les détruit, & l'on éleve sur cette terre des Chicorées & d'au-

tres herbes potageres, lesquelles y profitent merveilleusement.

SUPPLEMENT.

AU MEMOIRE.

SUR LA VOIX ET LES TONS.

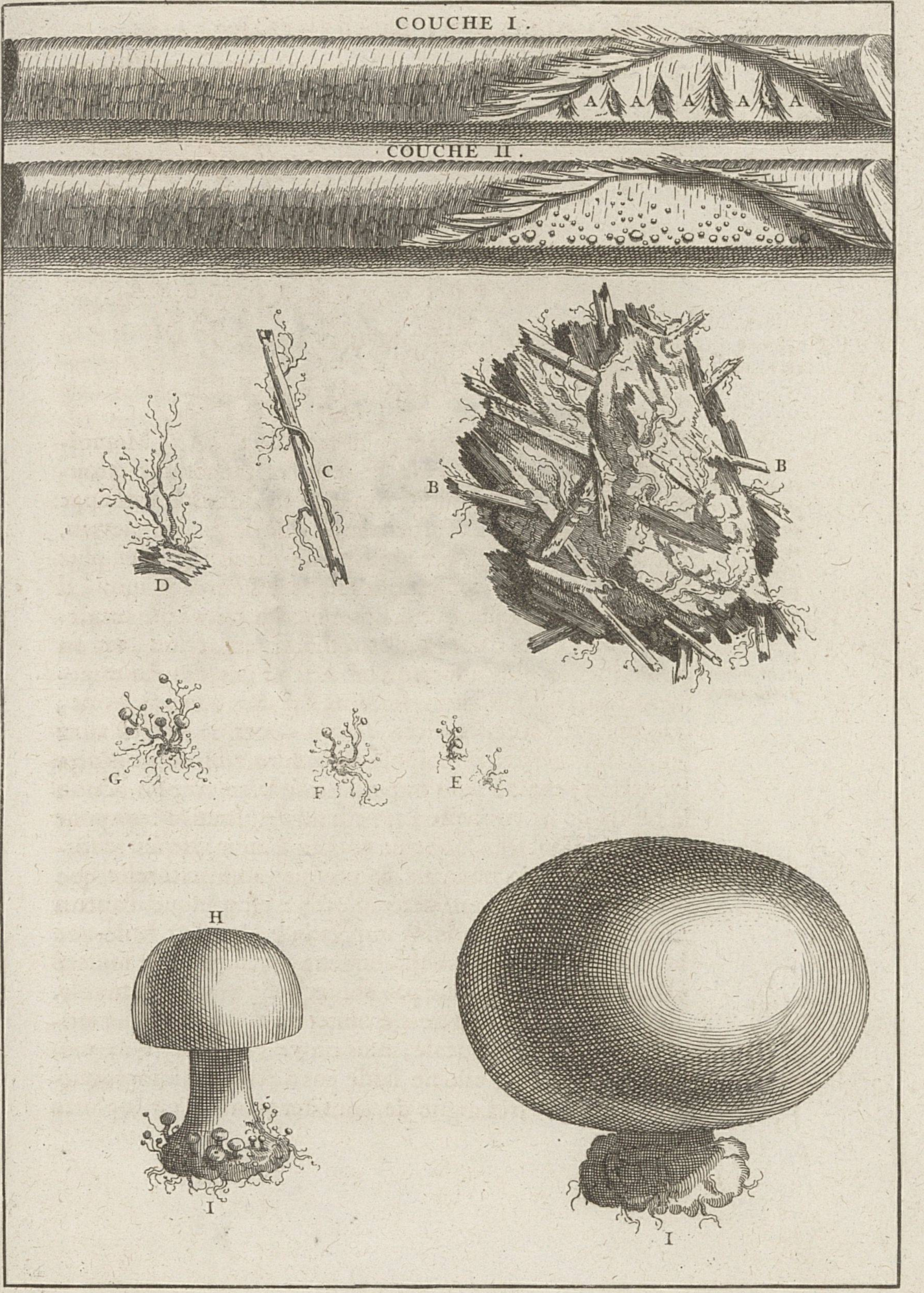
PAR M. DODART.

1707. 26. Mars.

SECONDE PARTIE.

I. *Il y a dans l'homme une glotte visible qui prouve ou confirme sensiblement tout ce qui a été dit de la figure de la glotte vocale en action pour le chant.*

ON peut voir dans les pages 257 & 258. des Memoires de l'Academie de 1700 six instances qui prouvent que la glotte produit tous les tons de bas en haut par les seuls degrez de l'approche mutuelle de ses deux levres. Quoique chacune de ces preuves en particulier, & plus encore toutes prises ensemble me paroissent suffisantes, il faut pourtant avoüer que si l'on pouvoit faire voir ces degrez d'approche dans la glotte même en action, on en seroit encore plus assuré qu'on ne l'est par des raisonnemens & des inductions fondées sur des comparaisons, quoique ces comparaisons soient tirées de choses assez semblables. Il est impossible de rendre visible une glotte en action; mais s'il est impossible de faire voir en action la glotte de la voix que j'appellerai desormais *Vocale* pour abreger, il est trés-facile de voir en action une autre sorte de glotte aussi musicale & presque aussi naturelle que celle-là. Il est vrai que cette glotte n'est presque d'aucun usage. Elle est donc moins importante & moins utile que la glotte vocale qui est absolument necessaire à la societé civile. Celle-ci est donc par consequent moins estimable. Il n'y a donc pas lieu de s'étonner qu'elle soit moins estimée que la glotte vocale; mais on va voir que toute méprisée qu'elle est, elle ne laisse pas d'être, philosophiquement parlant tres digne de consideration. C'est la glotte


COUCHE I.
A A A A A A
COUCHE II.
B
B
C
D
G
F
E
H
I
I

qui fait le sifflet humain, & que je nommeray pour abreger *Labiale*. Le commun du monde n'est guere accoûtumé à regarder serieusement cet instrument de Musique naturel; peut-être parce qu'il défigure un peu le visage, & qu'il est rare de trouver des personnes serieuses qui sçachent s'en bien servir. Cependant en ce sujet comme en plusieurs autres qui semblent de peu de consequence au vulgaire, il faut toujours se souvenir d'une regle philosophique tres-importante que je tiens d'Aristote, & que je cite de lui parce qu'elle fait honneur à son Auteur. La voici : *C'est une chose puerile de regarder avec mépris & avec une espece de dégoût les petites choses dont on peut tirer de grandes consequences*. La raison de la regle est que ces choses ne paroissent petites & méprisables qu'à ceux qui n'ont pas l'art de penetrer dans ces petites choses, jusqu'à s'appercevoir des grandeurs qui y sont renfermées.

L'entr'ouverture des levres pour siffler est précisément de la figure de la glotte dans la plûpart de ceux qui sçavent s'aider de leurs levres pour cet usage.

Figure, structure, & usage de la glotte labiale.

Le changement qui arrive dans les levres pour former le sifflet, est de se froncer pour accourcir leur ouverture naturelle, & pour l'entr'ouvrir en devant. Cette ouverture est presque toujours, comme j'ay dit, de la même figure que celle que j'ay attribuée à la glotte vocale quand elle est en action pour la voix, & cette ressemblance de figure confirme la conjecture qui m'a porté à avancer que la figure de la glotte vocale étoit differente dans cette action de la figure qu'on y remarque dans les morts. Les levres se fronçant pour former cette ouverture deviennent plus fermes, & par consequent plus capables de ressort & de fremissement. Voilà presque tout l'instrument, & en effet cela seul sans canal & sans autre étenduë que celle de l'ouverture des levres, suffit pour le son & pour tous les tons du sifflet, excepté dans les tremblemens, & peut-être même dans les passages où les notes se suivent de fort prés. Car je croy avoir observé que dans ces occasions, l'épaisseur des levres plissées ne leur laissant pas assez

de ſoupleſſe pour proportionner l'ouverture aux notes précipitées que le Muſicien veut executer par cet inſtrument, la langue preſente ſa pointe à l'ouverture en dedans, & ſupplée avec beaucoup de facilité, de vîteſſe, & de juſteſſe, à ce que les levres ne peuvent faire que dans un mouvement plus lent. Ces mouvemens de la langue ſont ſenſibles dans les tremblemens; car le demi-ton d'enhaut s'execute par l'élevation de la partie de la langue à la hauteur de l'ouverture dont elle diminuë le petit diametre autant qu'il faut pour ce demi-ton, & le demi-ton d'enbas s'execute par le rabaiſſement de la langue qui dégage l'entr'ouverture des levres. Et en effet, on ſent dans les longs tremblemens qui précedent les cadences finales, cette eſpece de flottement de la pointe de la langue. La ſuite fournira une ſeconde preuve tres ſenſible & comme démonſtrative de cette verité.

Voilà pour ce qui regarde la ſtructure & l'uſage de cet inſtrument de Muſique naturel.

II.
La glotte labiale fait viſiblement tous les mouvemens attribuës à la vocale pour la production des tons.

J'ay dit dans le Memoire de la voix de l'homme, que le petit diametre de la glotte diminuë à chacune de ſes deux extremitez à chaque changement de ton & de parcelle de ton, paſſant du bas en haut de l'étenduë muſicale. Or aprés tout ce qui a été dit de la figure de la glotte labiale par comparaiſon à la glotte vocale, il eſt bien aiſé de voir ſi celle-là a les mêmes uſages que celle-ci, & ſi elle les remplit par les mêmes mouvemens. On ne peut douter des uſages, puiſque la ſeule ouverture des levres fait tous les tons, demi-tons, feintes, &c. entonne auſſi juſte à l'uniſſon que la voix, & ſuit ſur le pied de la premiere note entonnée, celles qui ſuivent haut & bas avec la même juſteſſe par les mouvemens d'éloignement ou d'approche des levres. Cela prouve viſiblement tout ce que j'avois dit de la glotte vocale; car dans la glotte labiale on n'a pas beſoin de prouver par le raiſonnement les degrez d'approche des levres, comme on eſt obligé de faire à l'égard des levres de la glotte vocale. Il n'y a point à deviner ni à raiſonner. On les voit. On remarque donc que le petit

diametre de cette glotte diminuë quand le ton hausse, & qu'il augmente quand le ton baisse. Ce changement est insensible de quelque ton que ce soit au ton prochain ; mais il est tres-manifeste quand le ton monte ou baisse par de grands intervalles, par exemple, d'un ton à son octave haut ou bas. Ce changement de dimension est moins sensible à proportion dans les autres accords. Mais ces grands changemens suffisent pour conclure tous les autres changemens insensibles, & pour confirmer tout ce qui a été dit de la glotte à cet égard, touchant les dégrez d'approche necessaires pour entonner les parcelles de ton. Car les intervalles qui donnent les differences sensibles à la vüë dans le petit diametre de cette glotte visible, comprennent & supposent les differences insensibles que ces intervalles contiennent virtuellement ; & qui nieroit la consequence que je tire des sensibles aux insensibles, se rendroit semblable à quelqu'un qui ne pouvant nier le progrés sensible de l'aiguille d'un Cadran en l'espace d'une heure, nieroit le mouvement insensible de minute en minute qui produit à la 60e minute la difference sensible de l'heure presente à celle qui vient de passer.

Et des mouvemens visibles de cette glotte on conclut avec certitude les mouvemens invisibles de la glotte vocale.

A l'occasion de la glotte labiale je dois dire icy que j'ay observé trois exemples suivans d'une troisiéme glotte aussi musicale que la vocale & la labiale. C'en est une qui résulte de l'application des deux bords de la pointe de la langue au palais pour la production d'un autre sifflet. J'appellerai celle-cy *Linguale.* Elle n'est ni moins juste ni moins prompte que la glotte labiale. Je n'y trouve qu'une seule difference, c'est qu'avec celle-ci on ne peut executer qu'imparfaitement les tremblemens qui précedent presqu'inévitablement toutes les cadences de la plûpart des grands airs de notre Musique. Et la raison de cette difference est que cette glose suppose la langue appliquée plus ou moins au palais, mais toûjours fixement appliquée. Or cette glotte linguale n'ayant pas non plus que la labiale la liberté necessaire pour augmenter & diminuer alternativement son petit diametre aussi prompte-

Observation d'une troisiéme glotte aussi musicale & aussi naturelle, mais moins commune que la seconde, quoiqu'elle soit de la même espece.

ment qu'il faudroit pour executer agreablement les tremblemens, tous les airs qu'en execute avec cette glotte sont necessairement privez de cet agrément, parce que derriere cette troisiéme glotte il n'y a point de seconde langue dont la pointe puisse hausser & baisser alternativement pour diminuer & dégager le diametre de la glotte, & par consequent rien qui puisse executer avec vîtesse & facilité les deux demi-tons qui composent les tremblemens. Cette difference est, sinon une démonstration, au moins une confirmation de la part que j'ay donnée à la langue dans les tremblemens executés pout le sifflet de la glotte labiale. J'ay pourtant un exemple qui prouve que si la langue appliquée au palais pour fermer cette troisiéme glotte, ne peut executer les tremblemens avec vîtesse & facilité, elle ne laisse pas de les executer par elle-même, mais fort pesamment. Et cette difference paroît d'autant plus dans cet exemple, que la même personne execute les tremblemens dans l'usage du sifflet ordinaire avec beaucoup d'agrément, & cela sans doute parceque dans le sifflet ordinaire la pointe de la langue est libre, au lieu qu'elle est appliquée dans l'autre, & qu'il n'y a rien derriere cette troisiéme glotte qui puisse suppléer avec la même liberté.

Cette défectuosité en cette espece de sifflet humain fait que ceux qui n'ont que celui-là, n'entreprennent d'executer de petits airs d'une mesure fort coupée, comme menuets, branles gais, & autres petites pieces dont les cadences n'exigent aucuns tremblemens, ou au plus de tres-courts; de sorte qu'on s'y apperçoit beaucoup moins de cette défectuosité dans ces petites pieces que dans les grands airs.

Ceux qui sifflent ainsi, sifflent les levres entr'ouvertes; de maniere que la premiere fois que j'observay cette maniere de siffler des airs, entendant siffler tout prés de moy fort proprement & fort prestement un menuet, je ne reconnus le siffleur qui avoit les levres legerement entr'ouvertes, que quand ayant regardé au tour de moy, je n'y vis personne qu'un jeune garçon qui venoit à moy, & qui

ne put répondre à ce que je lui demandois qu'en interrompant l'air qu'il siffloit. J'ai connu par l'examen que j'en ay fait, qu'il pratiquoit cette maniere de siffler guidé par le seul exemple de son pere, qui siffle tres-juste en cette maniere, quoique ce ne soit qu'un portefaix tres-pauvre, & qui ne peut rien avoir appris en cela que ce que la nature & l'instinct lui ont enseigné.

Je reviens à la glotte labiale, pour dire en passant que j'ay observé dans le sifflet labial que quelques-uns l'executent de sorte qu'il semble qu'ils ne reprennent point leur haleine, comme tous ceux qui joüent des instrumens à vent sont obligez de faire. Cette necessité de reprendre vent interrompt inévitablement la continuité du son, ce qu'on peut considerer comme un défaut dans cette espece d'instrumens embouchés, &, qui pis est, comme une incommodité considerable pour ceux de cette profession, surtout quand il leur survient de ces indispositions de poûmon, qui sont augmentées par une respiration aussi précipitée que le doit être celle de cette espece de Musiciens toutes les fois qu'ils doivent respirer en joüant de ces instrumens. Car il y a même de ces indispositions qui par cette seule raison les rendent absolument incapables de tout exercice de leur art.

Observation incidente, qu'il y a des gens qui sifflent sans aucune interruption, quoiqu'ils reprennent haleine comme tous les autres joüeurs d'instrumens à vent.

Il y a plusieurs Emailleurs qui paroissent avoir le même talent, & qui ont en effet celui de lancer continuellement la flame de leur lampe sur leur ouvrage par un cours d'air continu qu'ils tirent de leur bouche ; mais la continuité du son dans le sifflet sans aucune vraie interruption, se fait par une manœuvre tres-differente de celle qui fait la continuité du souffle de ces Emailleurs. Car ceux-ci ne rendent leur souffle continu, que lorsqu'ils séparent la profondeur de leur bouche comme en deux chambres de plein-pied, par le moyen de l'approximation des deux muscles peristaphylins, qui pour cela joignent leur tranche avec la luette, de sorte que ces trois pieces par leur contiguité font comme une petite cloison continuë : car la chose étant en cet état, la bouche emplie d'air jus-

A peu prés comme il y a des Emailleurs qui soufflent continuellement dans leur chalumeau, quoiqu'ils reprennent haleine comme les autres Emailleurs.

qu'au point d'emplir les joües, les joües s'abbattant par leur mouvement propre tiennent lieu de paneaux pour pousser dehors l'air contenu dans la chambre de devant de la bouche, & donner le temps à d'autres paneaux qui sont les deux côtez & le diaphragme, de se dilater pour respirer l'air par le nez derriere la cloison, & pour le transmettre à l'instant du poûmon par la chambre de derriere dans la chambre de devant au travers de la cloison qui s'entr'ouvre en ce moment pour cet effet ; de sorte que le souffle ne peut manquer d'être continu, quoique la respiration soit toûjours alternativement composée d'inspiration & d'expiration. Mais dans le sifflet continu c'est tout le contraire ; car la bouche demeurant dans son état ordinaire, c'est à dire, ne faisant qu'une chambre, & la respiration se faisant à l'ordinaire, mais la glotte changeant seulement un peu d'attitude, l'air respiré passant par cette glotte devient aussi sonnant en dedans que l'air expiré l'est en dehors, & cela ou dans le même ton comme dans les ports de voix, ou changeant de ton selon l'intention de celui qui siffle, de sorte que l'inspiration n'interrompt nullement la continuité du chant. J'ay trois éxemples vivans de cette maniere de siffler sans interruption, & tout ensemble sans aucun préjudice de la liberté de la respiration.

III. L'effet des trois glottes pour la production des tons est absolument indépendant de tout corps d'instrument, & de toute dimension du corps à la difference des instrumens à vent artificiels qui en sont dépendans.

Il y a donc dans l'homme outre la glotte vocale deux instrumens de musique naturels. Ces trois instrumens de Musique ont entr'eux cela de commun, qu'ils sont également indépendans de toutes les dimensions d'où dépend l'effet des instrumens de Musique artificiels. De cette proprieté generale des instrumens de Musique naturels qui les distingue des instrumens artificiels, il s'ensuit deux propositions importantes en Physique, pour l'essence du son, & pour la cause des tons. La premiere de ces propositions est celle-ci.

D'où il s'ensuit. 1. L'établissement de l'essence du son qui est l'impression de l'air lancé dans l'air dormant.

Le passage de l'air lancé d'une certaine vîtesse dans l'air dormant écarté par l'air lancé suffit pour le son, étant joint avec le fremissement que ce passage cause dans l'ouverture

verture par où l'air eſt lancé, & peut-être encore avec le froiſſement mutuel de ces deux airs l'un par l'autre & l'un contre l'autre.

La ſeconde propoſition eſt celle-ci. La ſeule difference de vîteſſe de l'air ſonnant dans l'air dormant, jointe aux differens intervalles de vibrations qui réſultent des differens degrez de fermeté dans le reſſort de l'inſtrument, c'eſt à dire dans la ſeule ouverture fremiſſante ſans aucun autre corps d'inſtrument, ſuffit pour produire tous les tons.

2. La cauſe des tons dans les degrez de viteſſe de l'air ſonnant dans l'air dor-

La premiere propoſition n'eſt nouvelle que dans ſa préciſion & dans ſa preuve. Hors cela elle eſt fort ancienne. Car on la trouve dans ce qui nous reſte d'Anaxagore, plus ancien que Platon d'environ 18 Olympiades, c'eſt à dire d'environ 72 ans, car il fut maître de Socrates dont Platon fut diſciple *.

Ce n'eſt pas non-plus d'aujourd'hui qu'on connoît le

* L'expreſſion de ce Philoſophe me paroît remarquable, ſurtout dans un Auteur d'une ſi grande antiquité. *La voix ſe fait*, dit-il, *le ſouffle étant pouſſé avec force dans l'air ſolide, & retournant à l'oreille comme par contre-coup.* Cette expreſſion *d'air ſolide* eſt remarquable, comme tres-propre à expliquer comment un liquide mû peut faire un ſi grand effet dans un liquide dormant de la même eſpece. On croit comprendre comment l'air pouſſé contre un corps ſolide produit un ſon, & encore mieux comment un corps ſolide heurtant contre un corps ſolide produit le même effet. Mais on a de la peine à s'imaginer comment un air mû dans un air dormant peut faire un ſi grand effet. Cependant cela eſt auſſi aiſé à comprendre que le même effet produit par un liquide contre un ſolide, puiſqu'il eſt auſſi aiſé à comprendre que le même effet produit par le choc d'un ſolide contre un ſolide. Car il eſt plus que probable que ce choc ne produit le ſon, que parceque l'air dormant contenu entre ces deux corps, eſt lancé par leur choc mutuel dans l'air dormant des environs, & qu'il le fend avec violence. Les corps ſolides ne font jamais de bruit par leur rencontre qu'en ce cas & par cette raiſon. Mais l'air lancé dans un autre air fait un ſon, & même ſouvent un tres-grand ſon ſans intervention d'aucun corps ſolide; pourquoi cela? C'eſt parce qu'alors l'air dormant tient lieu de ſolide par rapport à l'air lancé, & que cette eſpece de ſolide eſt capable d'une ondulation propre à tranſmettre le ſon. Or que l'air dormant puiſſe être conſideré comme ſolide, on en voit une preuve ſurprenante dans l'élevation des fuſées volantes à chapiteau, qui peſant en tout juſqu'à plus de quatre livres, ne laiſſent pas de s'élever plus de 90 toiſes au-deſſus de l'horiſon, ſur l'unique fondement de l'air dormant conſideré comme immobile à l'égard du torrent de flamme, dont la colonne s'appuïant ſur cet unique fondement, ſouleve juſques aux nuës un corps ſi peſant. Les poiſſons qui remontent les eaux rapides, font voir qu'un liquide peut être conſideré comme ſolide même ſans être dormant.

sifflet humain. Ainsi le fonds de tout ceci est fort ancien. Mais je ne sçay si quelqu'un s'est avisé jusques ici de dire que le son n'est autre chose que le coup de l'air mû de vîtesse dans l'air dormant, & de tirer de l'instrument du sifflet naturel ordinaire la preuve de ces deux propositions.

Preuve de l'essence du son par les trois glottes, & sur tout par la glotte labiale.

Cette preuve résulte si manifestement des trois glottes, & sur tout de la glotte labiale, qu'il ne faut que se souvenir de ce qui a été dit de sa structure & de sa manœuvre pour voir clairement cette preuve. Car l'effet de cette glotte pour le son & pour les tons est manifestement indépendant de toute profondeur de canal. Puisque le son n'est produit que par l'air sortant de cette ouverture dans le vague de l'air dormant, & que les tons de ce son dépendent manifestement de la vîtesse & de la quantité de l'air lancé dans l'air dormant.

Dans tous les autres instrumens à vent l'air est coupé par un biseau, ou battu par le fremissement d'une anche : il heurte l'un & l'autre, & de plus il frape le canal qui sert de corps à l'instrument. Si les sifflets artificiels ont peu de profondeur, ils en ont un peu : ce sont des corps capables d'une résistance manifeste au coup de l'air : cette résistance le brise, & le biseau le divise ; mais dans le sifflet humain, & sur tout dans le labial, on n'apperçoit pour cause de son que l'air lancé dans l'air dormant.

Preuve de la cause des tons par la glotte labiale.

Quant à la cause des tons qui consistent dans les degrez de vîtesse de l'air lancé dans l'air dormant, la preuve n'en est pas moins claire que celle de la nature du son. Elle est renduë sensible par la même glotte. On a dit dans le Memoire que les tons haussent à proportion que la vîtesse de l'air lancé augmente, & baissent à proportion qu'elle diminuë, & que la force du son dans chaque ton augmente à proportion de la quantité de l'air lancé augmentée, & diminuë à proportion de la quantité du même air diminuée. Tout cela est rendu sensible par la glotte labiale, on voit la quantité, & on touche la vîtesse.

On mesure la quantité de l'air lancé par la difference visible du petit diametre de cette espece de glotte, & on me-

ſure la vîteſſe par l'impreſſion de cet air lancé reçû dans le creux de la main, ou par le mouvement qu'il imprime dans quelque corps tres-mobile oppoſé au cours de cet air, comme la flamme. Car cette impreſſion & ce mouvement varient ſenſiblement & viſiblement à chaque changement de ton, & tres-ſenſiblement dans les grands intervalles, comme de quinte ou d'octave, à proportion que la glotte labiale s'ouvre pour baiſſer le ton en ſoufflant plus fortement. Car la main preſentée à ce cours d'air ſonnant, ſent plus de fraîcheur à proportion que le ton hauſſe, & moins à proportion qu'il baiſſe, c'eſt à dire à proportion que la vîteſſe augmente ou diminuë. Et l'on connoît la même difference de vîteſſe par l'agitation plus grande, ou moindre d'un corps leger oppoſée au même cours d'air dans les tons plus hauts ou plus bas.

A l'occaſion de ceci je ne dois pas obmettre que l'air peut être lancé par la glotte labiale, & même par la glotte linguale d'une maniere qui ne produit aucun ſifflement, & qu'il ne laiſſe pas d'être capable en cet état de tons tres-diſtincts & tres-juſtes. Car l'effet de cet air ne laiſſe pas d'être ſenſible à l'oreille, & ſur tout à l'oreille de celui qui jette ce ſouffle múſical. Je me ſuis apperçû de ce ſouffle & de ſon ton, toutes les fois que ceux qui ſçavent ſiffler des airs veulent forcer au-delà de leur étenduë haut ou bas. Car alors au lieu de jetter un ſon, ils ne jettent qu'un ſouffle; mais ce ſouffle ne laiſſe pas d'être au ton qu'ils produiroient, s'ils pouvoient rendre ce ſouffle ſonnant. Si cette obſervation eſt hors de la Muſique pratique, elle n'eſt pas hors de la Muſique theorique, & ſur tout de la Phyſique. Et elle n'eſt pas inutile à cet égard, puiſqu'elle donne occaſion à pluſieurs reflexions qui confirment ce qui a été dit ſur le ſon & ſur les tons. Car, 1°. Les tons forcez tant hauts que bas de ce ſouffle qui ne produit nul ſon que celui du ſouffle, ſont accompagnez de toute la manœuvre des levres qui conviendroit à jetter un ſon. Non-ſeulement l'ouverture eſt telle qu'il convient au ton puiſqu'elle l'execute, mais le froncement & la contention des levres

s'y trouvent de sorte qu'on ne voit pas pourquoi le son ne s'ensuit pas, si ce n'est que l'ouverture necessaire pour le ton au-dessous de l'étenduë musicale est trop large pour le son, l'air lancé ne souffrant pas assez de violence pour causer aucun fremissement aux levres, & que l'ouverture necessaire pour le ton au-dessus de cette étenduë est trop étroite & trop bandée pour pouvoir être ébranlée par une aussi petite quantité d'air que celle qu'elle laisse échaper. 2°. Cela fait soupçonner que le seul coup de l'air sonnant dans l'air dormant ne fait pas le son, si le fremissement de l'ouverture n'y concourt. Et cela se confirme par ce qu'on observe dans tous les tons de l'étenduë musicale de cet instrument : car si dans cette étenduë les levres étant bandées par le froncement proportionné à la suite des tons, on vouloit ménager l'air de sorte qu'il n'en resultât qu'un souffle du ton convenable à l'ouverture, on n'en viendra jamais à bout, on affoiblira le son, mais il y en aura toûjours. Que faut-il donc faire pour soûtenir le ton, & parcourir de suite tous ceux de l'étenduë musicale, sans produire le son naturel dans cet instrument ? Il ne faut que lâcher les levres ; alors on aura le ton sans le son, parcequ'une partie relâchée n'est plus capable de ressort, & par consequent plus de fremissement, & en consequence plus de son. Mais il ne faut pas dissimuler, 3°. Qu'il arrive dans ce relâchement que la glotte des levres s'entr'ouvre davantage pour le ton du souffle que pour celui du son, c'est à dire qu'elle devient plus longue & plus large au moins au dehors, au contraire de ce qui devroit arriver suivant la theorie du fort & du foible dans les tons, & suivant la pratique des Joüeurs de haut-bois, qui serrent l'anche pour affoiblir le son. Cependant on remarquera, 1°. Que les proportions résultantes de la theorie des tons pour les differences d'ouverture qui conviennent à leurs differences, s'accordent avec les ouvertures qui donnent les tons à ce souffle dans l'étenduë musicale de cet instrument, si on compare entr'eux les tons & les degrez d'entr'ouverture dans cette étenduë du souffle

musical. 2°. Que s'il paroît quelque difference d'ouverture entre celle qui produit le ton du son, & celle qui donne le même ton au souffle, & si celle-ci est plus grande que celle-là, au lieu que celle-là devoit être plus grande que celle-ci, ce ne peut être qu'une augmentation apparente de l'ouverture du dehors résultante du relâchement des levres ; car cette augmentation pourroit être suppleée par l'approche de la langue, qui retréciroit par le dedans la glotte dilatée & relâchée, de sorte qu'elle soûtiendroit le même ton sans que la langue lui communiquât aucun nouveau son, étant alors molle & flottante comme elle l'est, & comme je crois l'avoir observé, quoique je ne puisse l'assurer, n'ayant fait que l'entrevoir au travers de la glotte labiale ; car tout cela se passe au dedans, conduit par un instinct aveugle, & executé par des mouvemens imperceptibles à toute attention ; mais on peut entrevoir par cette ouverture ce qui se passe au dedans. 3°. Quand il seroit vrai que l'ouverture interieure seroit conforme à l'exterieure dans le souffle musical, peut-être suffiroit-il pour résoudre cette contrarieté apparente du souffle au son, de dire que ce sont deux choses d'un genre si different, qu'il suffit pour conserver la regle dans toute sa force à l'égard des tons en l'un & en l'autre, qu'elle subsistât dans le souffle musical dans les proportions en l'un & en l'autre, sans être semblable dans les quantitez en l'un & en l'autre.

IV.
La difference des instrumens à vent artificiels d'avec les naturels, n'est qu'apparente: delà s'ensuit la solution d'une tres-grande difficulté, & contre cette comparaison l'on doit cette solution à la glotte labiale.

J'avois dit que la preuve est nouvelle, mais à parler proprement, le fonds de la preuve est presque aussi ancien que le monde. Il n'y a que l'application qui soit nouvelle, & peut-être ne l'est-elle qu'à mon égard ; car tout ce que je puis dire est que je ne me souviens pas de l'avoir remarquée en aucun Auteur. Quoiqu'il en soit, on peut tirer de ces deux propositions la solution de la plus grande des difficultez qu'on puisse proposer sur la comparaison des instrumens de Musique artificiels, & les instrumens de Musique naturels. Cette question consiste à demander comment on peut expliquer les instrumens de Musique

naturels par les instrumens de Musique artificiels, comme Casserius, Fabricius & le Pere Mersenne ont tâché de faire, & tous d'une maniere assez confuse, & la difficulté consiste en ce que les instrumens de Musique naturels n'ont ni les dimensions du corps des instrumens de Musique artificiels, ni même toutes les dimensions des anches, & que cependant sans aucune semblable dimension de corps, & sans aucune profondeur d'anches ils ne laissent pas de produire à l'unisson le même ton que le plus grand tuyau du positif de l'Orgue, c'est à dire le 8e pied. Voilà la question, voici la réponse. Quelque difference qu'il y ait dans les dimensions entre les Instrumens de Musique naturels & les artificiels; tout bien consideré, il semble qu'on peut dire que dans les artificiels comme dans les naturels, la seule quantité du mouvement de l'air fait les tons. Quoique les dimensions soient indispensablement necessaires dans les instrumens artificiels, ces dimensions n'y sont absolument necessaires qu'entant que sans cela ils ne peuvent produire cette quantité de mouvement, qui par elle-même produit immediatement le son & les tons, & le fort & le foible dans chaque ton. Je dis la seule quantité de mouvement; mais il faut entendre par cette quantité de mouvement deux choses, la vîtesse de l'air & sa quantité. La vîtesse plus grande & moins grande fait seule tous les tons, la quantité fait le fort & le foible dans chaque ton, comme il a été dit dans le Memoire sur la voix. Il faut donc prouver que dans les instrumens artificiels, comme dans les naturels, la seule quantité de mouvement fait les tons par elle-même. En voici la preuve.

L'induction tirée des instrumens à cordes & des instrumens de percussion prouve cette solution.

Dans le Clavessin, la Harpe, & tous les instrumens de ce genre, les chordes les plus longues, les plus grosses, & les moindres bandées ont le plus grand son & le plus bas, parceque toutes ces dimensions de longueur, diametre, & intervalles de vibrations sont necessaires à ces instrumens pour mouvoir la quantité suffisante d'air avec les intervalles requis entre les vibrations de la corde pour produire dans l'air un tel son de basse. Par la même raison

dans les Violons, les Violes, les Luths, le Theorbe, & les autres instrumens de ce genre, &c. dont les chordes sont d'une égale longueur, mais differemment accourcies par les touches du manche qui reglent celles de la main gauche du joüeur de Luth, de Theorbe ou de Viole, les chordes les plus grosses, les plus libres, & les moins bandées font le ton le plus bas, qui est en chaque chorde, le son qu'elle jette touchée à vuide de la seule main droite; & réciproquement les plus accourcies, les plus menuës & les plus bandées font le ton le plus haut par la raison opposée, c'est à dire moins d'air mû plus vîte & par des ondulations plus frequentes. Par cette même raison d'un mouvement plus ou moins vîte dans une moindre ou plus grande quantité d'air, par des vibrations plus ou moins pressées selon que le son est le plus haut ou le plus bas dans les instrumens à vent, le tuyau le plus long & le plus large à proportion fait le ton le plus bas. Le tuyau le plus court & le plus étroit sonne le plus haut. Ainsi dans les instrumens de percussion comme les Cloches, les Tambours, &c. du plus grand & du moindre diametre. Or dans tout cela on voit clairement que tous les instrumens de Musique de tous les genres remuënt plus d'air plus lentement & par des ondulations moins frequentes dans les tons bas, moins d'air plus vîte & par des ondulations plus frequentes dans les tons hauts. Car une longue & grosse chorde, une chorde moins bandée, une longue flute, une cloche plus large & plus profonde remuënt plus d'air & moins vîte & par des ondulations plus lentes & moins frequentes, qu'une chorde plus courte d'un moindre diametre & plus bandée; & de même on voit qu'une flute moins longue & d'un moindre diametre, & qu'une cloche de moindres dimensions remuënt moins d'air plus vîte & par des ondulations plus frequentes.

Et cette solution montre la vraie cause des tons.

Delà il s'ensuit qu'encore que les differentes dimensions de tous les instrumens artificiels soient absolument necessaires pour être occasion des differens tons, ces dimensions n'en sont que l'occasion, & que la cause formelle des

tons de la part de l'air eſt la quantité de volume & de vîteſſe, & les deux inſtrumens naturels de Muſique de l'homme tant pour la voix que pour le ſifflet en ſont une double preuve, puiſque ces deux inſtrumens naturels executent tous les tons ſans avoir les dimenſions indiſpenſablement neceſſaires dans les inſtrumens artificiels pour parvenir au même effet. Car la raiſon de cette difference eſt que le ſon étant produit immediatement par l'air mû, & les differens tons par les differences de ſa quantité & de ſon mouvement, cette quantité & ces degrez de mouvement de l'air ne peuvent être reglez que par les dimenſions dans les inſtrumens inanimez, au lieu que la quantité préciſe de l'air & les degrez de ſon mouvement, ſont reglez dans les inſtrumens naturels par l'œconomie de la dilatation & du reſſerrement des trois glottes, la vocale, la labiale & la linguale, & du plus ou moins de force dont l'air interieur eſt pouſſé par les differentes ouvertures au travers de l'air dormant exterieur. Or ces deux genres d'inſtrumens naturels & artificiels étant ſi differens dans leur mechanique & ſi ſemblables dans leur effet, c'eſt à dire dans la production des tons, il me paroît évident que la cauſe préciſe & principale de cet effet doit être commune entre les deux genres, comme l'effet eſt commun entr'eux, & je n'y vois rien de commun que l'air avec ſes differentes quantitez de volume & de mouvemens.

Et la cauſe formelle du ſon.

On doit donc la certitude de cette connoiſſance de la cauſe formelle du ſon & des tons à la connoiſſance des trois glottes, & ſur tout à la glotte labiale, parce qu'au delà de cette glotte l'air ſonnant ne rencontre nul corps d'inſtrumens, mais le ſeul air dormant; au lieu que l'air ſonnant ſortant de la glotte gutturale rencontre les cavitez de la bouche & du nez, qui peuvent paſſer pour une eſpece de corps d'inſtrument, quoiqu'incapable de former le ton par ſes dimenſions, ni le ſon par lui-même, encore qu'il ſoit capable de répondre au ſon par le raiſonnement, & aux tons par les changemens de profondeur qui ont été expliquez dans le premier Memoire.

D'où s'enſuit qu'on doit la preuve de l'un & de l'autre à la glotte labiale.

II

Il reste à faire l'application de tout ce que j'ai dit sur la multiplication des glottes, à la Theologie naturelle. Ce sera la matiere d'un dernier Memoire.

METHODE GENERALE

Pour déterminer la nature des Courbes formées par le roulement de toutes sortes de Courbes sur une autre Courbe quelconque.

PAR M. NICOLE.

1707. 29. Mars.

DE toutes les Courbes qui peuvent être engendrées par les roulemens d'une Courbe quelconque donnée, tant sur une ligne droite, que sur une autre Courbe aussi connuë ; on n'a examiné jusqu'à present que celles qui sont formées par le roulement d'un cercle sur une ligne droite, ou sur un autre cercle qui eût un raport quelconque avec le premier, soit qu'on supposât le point décrivant dans chacun de ces cas, ou sur la circonference du cercle qui roule, ou qu'il se rencontrât dedans ou dehors cette circonference. Comme j'ai entrepris depuis quelque tems de faire un Traité sur toutes les Cycloïdes & Epicycloïdes, j'ai été porté naturellement à examiner si en faisant rouler une Courbe quelconque sur une autre, je ne pourrois pas trouver l'équation qui exprimeroit la nature de la Courbe décrite par un point pris sur la Courbe qui roule, ou bien dedans ou dehors cette Courbe. Le succés a beaucoup surpassé mon attente ; car j'ai trouvé non-seulement une methode generale pour déterminer les équations des Courbes qui peuvent être formées par le roulement d'une Courbe quelconque sur une ligne droite ; mais encore de celles qui peuvent être décrites par les roulemens de toutes les Courbes imaginables sur toutes les Courbes possibles ; & ces équations sont toûjours telles,

qu'elles ne contiennent que les seules indéterminées qui expriment les coordonnées de ces Courbes lorsqu'elles sont geometriques, & ces seules indéterminées, mêlées avec leurs differences infiniment petites, lorsqu'elles sont mechaniques. Mais dans tout ce que j'ai trouvé sur cette matiere, ce qui m'a paru le plus digne d'attention est que toutes les Courbes geometriques qui roulent sur elles-mêmes, forment d'autres Courbes aussi geometriques, & qu'ainsi cette proprieté n'est pas particuliere au cercle, mais ne lui est propre que parce qu'il est du nombre des Courbes geometriques. Voilà donc une infinité de Courbes géometriques qui étoient encore inconnuës, puisque chacune de celles qui nous sont connuës sont propres à en engendrer d'autres à l'infini. Cette methode est si generale, qu'elle sert aussi à trouver quelle Courbe il seroit necessaire de faire rouler, ou sur une ligne droite, ou sur une autre Courbe donnée, pour qu'elle formât par ce roulement une autre Courbe aussi donnée quelconque, & de même sur quelle Courbe il faudroit faire rouler une Courbe donnée pour qu'elle décrivît une autre Courbe donnée quelconque. De maniere que deux de ces trois Courbes étant données, sçavoir la Courbe qui roule, celle sur laquelle cette premiere roule, & la troisiéme engendrée par ce roulement, on determinera toûjours par cette methode la troisiéme.

PROBLEME GENERAL.

Trouver les Equations qui expriment la nature des Courbes qui peuvent être engendrées par les roulemens de toutes les Courbes possibles sur une autre Courbe quelconque, soit qu'on suppose le point qui décrit la Courbe dans la circonference de la Courbe qui roule, ou qu'il soit dedans ou dehors cette circonference.

FIG. I. & II. Soit une Courbe quelconque AB qui roule sur une autre Courbe quelconque AGZ, en commençant au point A sommet de ces deux Courbes : si l'on prend un point

fixe *C* dedans ou dehors la circonference de la Courbe *AB*, il eſt clair que ce point *C* décrira la Courbe *CLM*, dont on demande l'équation qui en exprime la nature.

Pour trouver cette équation, on ſuppoſera que la Courbe *AB* eſt parvenuë dans la ſituation *IGK* dans laquelle elle touche en *G* la Courbe *AGZ*, où le point décrivant *C* tombe au point *M*, & dans laquelle l'axe *AP* ſe trouve dans la poſition *RMN*: il eſt clair, 1°. Que l'Arc *AG* de la Courbe *AGZ* eſt égal à l'arc *IG* de la Courbe *IGK*, puiſqu'il eſt néceſſaire que tous les points de l'arc *AG* ſe ſoient rencontrés ſucceſſivement ſur tous ceux de l'arc *IG* pour que la Courbe *AB* ſoit parvenuë dans la ſituation *IGK*. Il eſt encore évident que ſi du point touchant *G* on tire au point décrivant *M* la droite *GM*, cette ligne *GM* ſera perpendiculaire à la Courbe *CM*; car conſiderant la Courbe *AP* ou ſon égale *IGK* comme l'aſſemblage d'une infinité de petites droites *Gg*, & de même la Courbe *AGZ* comme la ſomme d'une infinité de petites droites *Gg* égales chacune à ſa correſpondante dans la Courbe *IGK*. Il eſt manifeſte que la Courbe *CM* ſera l'aſſemblage d'une infinité de petits arcs de cercle *Mm*, qui auront pour centre ſucceſſivement tous les points touchants *G*, & qui ſeront décrits chacun par le point décrivant *M* ou *C*; d'où il ſuit que la ligne *GM* menée du centre *G* de l'arc *Mm* à cet arc lui eſt perpendiculaire.

Maintenant ſoit menée du point touchant *G* la tangente *GN* commune aux deux Courbes *AGZ*, *IGK*, qui rencontre leurs axes *FA*, *EM* prolongées au points *T* & *N*, & du point *G* ſoit élevée la perpendiculaire *FE* à cette tangente qui eſt auſſi perpendiculaire aux deux Courbes *AGZ*, *IGK*, & qui rencontre leurs axes aux points *E* & *F*. Soient encore menées les ordonnées *GQ*, *GR*, *MP* aux Courbes *AGZ*, *IGK*, *CLM*, & les ordonnées *gq*, *gr*, *mp* infiniment proche des premieres, & les petites lignes *GS*, *nm* paralleles a *FP*, & *Go* parallele à *ME*; l'on nommera enſuite *AP*, x; *PM*, y; *AQ*, z; *QG*, t; *IR*, u; *RG*, r; & la connuë *ωC* ou *MI*, c; l'on aura *Pp* ou *nm* $= dx$;

$Mn = dy$; qQ ou $Gs = dz$; $sg = dt$; rR ou $Go = du$; & $go = dr$.

Or puiſque la ligne GM eſt perpendiculaire ſur Mm, les triangles Mnm & MDG ſont ſemblables ; car ôtant des angles GMm & DMn qui ſont chacun égaux à un droit, le même angle DMm les reſtes GMD & mMn ſont égaux, & de plus les angles Mnm & MDG ſont droits, on aura donc cete proportion $GD\ (t-y).\ DM\ (x+z) :: mn\ (dx)\ nM\ (dy)$, qui donne l'égalité $(A)\ dy = \frac{xdx+zdx}{t-y}$. Et à cauſe des angles droits MDG & MRG, l'on a $MD^2 + DG^2 = MR^2 + RG$, ce qui eſt en termes analytiques l'égalité $(B)\ xx + 2zx + zz + yy - 2ty + tt = cc \pm 2cu + uu + rr$. Cela poſé, les triangles ſemblables Gsg, GQT & Gog, GRN, GRE donneront ces analogies $gs\ (dt).\ sG\ (dz) :: GQ\ (t).\ QT = \frac{tdz}{drt}$, $go\ (dr).\ oG\ (du) :: GR\ (r).\ RN = \frac{rdu}{dr}$ & $Go\ (du).\ og\ (dr) :: GR\ (r)\ RE = \frac{rdr}{du}$. D'où il ſuit $GE\ (\sqrt{GR^2 + RE^2}) = \frac{r}{du}\sqrt{du^2 + dr^2}$.

Maintenant à cauſe des triangles ſemblables TQG, TPV, on a cette proportion $TQ\ (\frac{tdz}{dt}).\ QG\ (t) :: TP$ ou $TQ - QP\ (\frac{tdz}{dt} - x - z).\ PV = \frac{tdz - xdt - zdt}{dz}$. Et menant MH perpendiculaire ſur GN, les triangles NEG, NMH ſeront encore ſemblables, ce qui donnera cette analogie NE ou $NR + RE\ (\frac{rdu}{dr} + \frac{rdr}{du}).\ EG\ (\frac{r}{du}\sqrt{du^2 + dr^2}) :: NM$ ou $NR - RM\ (\frac{rdu}{dr} - u \pm c).\ MH = \frac{rdu - udr \mp cdr}{\sqrt{du^2 + dr^2}}$.
Mais parce que les angles MVH & TGQ ſont égaux, & que les angles MHV & TQG ſont droits, les triangles TQG & MHV ſont ſemblables, ce qui donnera encore cette proportion.

$$TQ\ (\frac{tdz}{at}).\ TG \text{ ou } \sqrt{TQ^2 + QG^2}\ (\frac{t}{dt}\sqrt{dz^2 + dt^2}) :: MH\ (\frac{rdu - udr \mp cdr}{\sqrt{du^2 + dr^2}}).$$

$MV = \frac{rdu - udr \mp cdr}{dz} \times \frac{\sqrt{dz^2 + dt^2}}{\sqrt{du^2 + dr^2}}$. Ainsi $PV + VM = PM$ sera l'égalité (C) $\frac{tdz - xdt - zdt}{dz} + \frac{rdu - udr + cdr}{dz} \times \frac{\sqrt{dz^2 + dt^2}}{\sqrt{du^2 + dr^2}} = y$.

On aura donc les trois égalités A, B, C.

$A.\ dy = \frac{xdx + zdx}{t - y}$.

$B.\ xx + 2zx + zz + yy - 2ty + tt = cc \pm 2cu + uu + rr$.

$C.\ y = \frac{tdz - xdt - zdt}{dz} + \frac{rdu - udr \mp cdr}{dz} \times \frac{\sqrt{dz^2 + dt^2}}{\sqrt{du^2 + dr^2}}$.

Par le moyen desquels on trouvera l'équation qui exprime la nature d'une quelconque des trois Courbes *AGZ*, *IGK* & *CLM*, les deux autres étant données. Car il est visible que lorsque deux quelconques de ces trois Courbes seront déterminées, les trois égalités ne seront plus composées que de quatre inconnuës, & pourront par conséquent être réduites à une, qui ne contiendra plus que deux de ces inconnuës, lesquelles exprimeront les coordonnées de la Courbe cherchée. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

Si l'on suppose $c = o$, c'est à dire que le point décrivant soit sur la circonference de la Courbe qui roule, les trois égalités, A, B, C, se changeront en celles marquées en D, E, F.

$D.\ \frac{xdx + zdx}{t - y} = dy$. $E.\ xx + 2zx + zz + yy - 2ty + tt = uu + rr$. FIG. III.

$F.\ y = \frac{tdz - xdt - zdt}{dz} + \frac{rdu - udr}{dz} \times \frac{\sqrt{dz^2 + dt^2}}{\sqrt{du^2 + dr^2}}$, qui serviront à trouver l'équation de celle qu'on voudra des trois Courbes *AGZ*, *MGK* & *ALM*, lesdeux autres étant données.

COROLLAIRE II.

Si l'on suppose $z = u$ & $t = r$, c'est-à-dire que les Courbes *AGZ*, *IGK* soient les mêmes, les égalités B & C se changeront en celles marquées G & H.

$G.\ xx + 2zx + yy - 2ty = cc \pm 2cz$, & $H.\ y =$

$y = \frac{2tdz - xdt - 2zdt \mp cdt}{dz}$, qui ſerviront à trouver l'équation de celle qu'on voudra des deux Courbes *AGZ* ou *CLM*, l'autre étant connuë.

COROLLAIRE III.

Si l'on ſuppoſe dans ce dernier cas $c = o$, les égalités *G* & *H* ſe changeront en celles marquées *I* & *L* (*I*), $xx + 2zx + yy - 2ty = o$, & (*L*) $y = \frac{2tdz - xdt - 2zdt}{dz}$, qui ſerviront à trouver l'équation de celle qu'on voudra des deux Courbes *AGZ*, *ALM*, lorſque le point décrivant eſt ſur la circonference de la Courbe qui roule.

COROLLAIRE IV.

Il ſuit de ce que les égalités *G* & *I* ne contiennent point de differentielles, & de ce que les égalités *H* & *L* ne renferment que les differences *dt* & *dz*; que toutes les fois que la Courbe *AGZ* ſera geometrique, la Courbe *CLM* ou *ARM* ſera auſſi geometrique. Car quand la Courbe *AGZ* eſt geometrique, l'on a une valeur de *t*, qui ne contient point de difference *dz*, laquelle étant miſe en ſa place dans les égalités *G* & *H* pour le cas du Corollaire II; & dans les égalités *I* & *L* pour le Coroll. III, & auſſi pour *dt* ſa valeur en *dz* changera ces égalités, de maniere que la premiere de chacun de ces deux Corollaires ne ſera plus compoſée que des indéterminées *x*, *y* & *z*, ſans mêlange d'aucune difference *dt*, *dz*, *dy* ni *dx*, & de même la ſeconde ne contiendra plus que les indéterminées *x* & *z*; d'où il ſuit que la valeur de *z* tirée de cette derniere égalité, étant ſubſtitué en ſa place dans l'égalité *G* pour le ſecond Corollaire, & dans l'égalité *I* pour le troiſiéme, la changera de telle ſorte qu'elle ne ſera plus compoſée que des indéterminées *x* & *y*, ſans aucun mêlange des differences *dx* & *dy*, & par conſequent exprimera la nature d'une Courbe geométrique. Voici donc une belle proprieté des Courbes geometriques qui n'avoit encore été remarquée par

perſonne, ſçavoir, que toutes les Courbes geometriques roulant ſur elles-mêmes en forment d'autres auſſi geometriques, ſoit que le point décrivant ſoit pris ſur la circonference de la Courbe qui roule, ou qu'il ſe rencontre dedans ou hors cette circonference.

COROLLAIRE V.

Si l'on ſuppoſe la Courbe AGZ devenir une ligne droite perpendiculaire ſur FP, il eſt évident que la tangente GN ſera auſſi perpendiculaire ſur FP, puiſqu'alors elle ſe confond avec AGZ; d'où il ſuit que la ligne MH $\left(\frac{rdu - udr \mp cdr}{\sqrt{du^2 + dr^2}}\right)$ ſera alors parallele & égale à AP (x), ainſi l'on aura pour premiere égalité $x = \frac{rdu - udr \mp cdr}{\sqrt{du^2 + dr^2}}$. Il eſt encore évident que la ligne AQ ou z eſt alors $= o$; & par conſequent que l'égalité A ſe change en celle-ci $dy = \frac{xdx}{t - y}$, ou en mettant pour $t - y$ (DG) ſa valeur $\sqrt{MG^2 - MD^2}$ qui eſt $\sqrt{cc \pm 2cu + uu + rr - xx}$, elle devient $dy = \frac{xdx}{\sqrt{cc \pm 2cu + uu + rr - xx}}$. On aura donc les deux égalités (M) $x - \frac{rdu \quad udr \pm cdr}{\sqrt{du^2 + dr^2}}$, & (N) $dy = \frac{xdx}{\sqrt{cc - +2cu + uu + rr - xx}}$, pour ſervir à trouver quelle eſt la Courbe CLM engendrée par le roulement d'une Courbe quelconque IGK ſur une ligne droite, ou bien quelle doit être la Courbe IGK pour qu'elle forme par ſon roulement ſur une ligne droite une autre Courbe donnée quelconque CLM, le point décrivant étant pris dedans ou dehors la Courbe qui roule.

Fig. IV. & V.

Si dans ce dernier cas on ſuppoſe $c = o$, les égalités M & N deviendront $x = \frac{rdu \quad udr}{\sqrt{du^2 + dr^2}}$ & $dy = \frac{xdx}{\sqrt{uu + rr - xx}}$, qui ſerviront à trouver l'une des deux Courbes MGK ou ARM, l'autre étant donnée, & le point décrivant étant ſuppoſé ſur la circonference de la Courbe qui roule.

Fig. VI.

EXEMPLE I.

Pour les Courbes formées par le roulement d'une Courbe quelconque sur une ligne droite.

Soit la Courbe *IGK* un cercle dont le diametre est $2a$, & dont l'équation par consequent est $r = \sqrt{2au - uu}$, qui a pour differentielle $dr = \frac{adu - udu}{\sqrt{2au - uu}}$: Si donc on substituë dans les égalités *M* & *N* pour *r* & *dr* ces valeurs, elles se changeront en celle-ci $x = \frac{du\sqrt{2au - uu} - u \mp c \times \frac{adu - udu}{\sqrt{2au - uu}}}{adu} \times \sqrt{2au - uu}$, & $(O)\ dy = \frac{xdx}{\sqrt{cc \pm 2cu + 2au - xx}}$, dont la premiere se réduit à $x = \frac{au \mp ac \pm cu}{a}$, qui donne $u = \frac{ax \pm ac}{a \pm c}$: Si donc on met cette valeur de *u* dans l'égalité *O*, on aura $dy = \frac{xdx}{\sqrt{cc + 2ax \pm 2ac - xx}}$ pour l'équation de la Courbe *CLM* qui est alors une Cycloïde allongée ou accourcie.

Corol. V.

Si l'on suppose $c = 0$, elle deviendra $dy = \frac{xdx}{\sqrt{2ax - xx}}$ qui est celle de la Cycloïde ordinaire.

EXEMPLE II.

Pour les Courbes formées par le roulement d'une Courbe quelconque sur elle-même.

Soit la Courbe *AGZ* ou *IGK* un cercle dont l'équation soit $t = \sqrt{2az - zz}$, qui a pour differentielle $dt = \frac{adz - zdz}{\sqrt{2ax - zz}}$. Si on substituë pour *t* & *dt* ces valeurs dans les égalités *G* & *H*, elles se changeront en celles-ci $xx + 2zx + yy - 2y\sqrt{2az - zz} = cc + 2cz$, & $y = 2\sqrt{2az - zz} - x - 2z - cx \frac{a - z}{\sqrt{2az - zz}}$ $(P) = \frac{2az - ax + zx - ac + cz}{\sqrt{2az - zz}}$. De la premiere on tire $2y\sqrt{2az - zz} = xx + 2zx + yy - cc - 2cz$, & de la seconde aussi $y\sqrt{2az - zz} = 2az - ax + zx - ac + cz$, par consequent on a $xx + 2zx + yy - cc - 2cz = 4az - 2ax + 2zx -$

$- 2a$

$-2ac+2cz$, qui ſe réduit à $xx+yy-cc-4cz=4az$ $-2ax-2ac$, d'où l'on tire (Q) $yy=4az-2ax-2ac-$ $xx+cc+4cz$, & en quarrant l'égalité P on a encore $yy=\frac{4aazz-4aazx+aaxx+4azzx-2azxx+zzxx-4aacz+2aacx-}{2az-zz}$ $\frac{2aczx+aacc+4acz^2-2aczx+2cz^2x-2acz^2+cz^3}{2az-zz}$. Si donc on compare ces deux valeurs de yy, on aura l'égalité $4aazz-$ $4aazx+aaxx+4azzx-2azxx+zzxx-4aacz+2aacx$ $-2aczx+4aczz-2aczx+2czzx+aacc-2accz+cczz=$ $\overline{4az-2ax-2ac-xx+cc+4cz}\times\overline{2az-zz}=8aazz-4az^3-$ $4aazx+2azzx-4aacz+2aczz-2azxx+zzxx+2accz$ $-cczz+8aczz-4cz^3$, qui ſe réduit en effaçant les termes qui ſe détruiſent à l'égalité $4aazz-4az^3+6aczz-2azzx$ $+4accz-2cczz-4cz^3=aaxx+2aacx-4aczx+2czzx$ $+aacc$, ou en diviſant par aa & tranſpoſant, il vient l'égalité $xx+2cx-\frac{4czx}{a}+\frac{2czzx}{aa}+\frac{2zzx}{a}=4zz-\frac{4z^3}{a}+$ $\frac{6czz}{a}+\frac{4ccz}{a}-\frac{2cczz}{aa}-\frac{4cz^3}{aa}-cc$; & en réſolvant cette égalité, il vient $x+c-\frac{2cz}{a}+\frac{czz}{aa}+\frac{zz}{a}=\sqrt{4zz-\frac{4z^3}{a}+\frac{6czz}{a}}$ $\overline{+\frac{4ccz}{a}-\frac{2cczz}{aa}-\frac{4cz^3}{aa}-cc+cc-\frac{4ccz}{a}+\frac{4cczz}{aa}+\frac{2cczz}{aa}-}$ $\overline{\frac{4ccz^3}{a^3}+\frac{ccz^4}{a^4}+\frac{2czz}{a}-\frac{4cz^3}{aa}+\frac{2cz^4}{a^3}+\frac{z^4}{aa}}$, qui ſe réduit à $x+c-\frac{2cz}{a}+\frac{czz}{aa}+\frac{zz}{a}=\sqrt{4zz-\frac{4z^3}{a}+\frac{8czz}{a}+\frac{4cczz}{aa}}$ $\overline{-\frac{8cz^3}{aa}-\frac{4ccz^3}{a^3}+\frac{ccz^4}{a^4}+\frac{2cz^4}{a^3}+\frac{z^4}{aa}}$, ou $x+c-\frac{2cz}{a}+\frac{czz}{aa}$ $+\frac{zz}{a}=\frac{z}{aa}\sqrt{4a^4-4a^3z+8a^3c+4aacc-8aacz-4accz}$ $\overline{+cczz+2acz^2+a^2z^2}=\frac{z}{aa}\times\overline{a+c}\times\overline{2a-z}=0$. On aura donc en mettant à même dénomination $aax+2aac-2acz$ $+czz+azz=2aaz+2acz-azz-czz$, ou $aax+aac-$ $4acz+2czz+2azz-2aaz=0$, qui donne $zz-\frac{4acz-2aaz}{2a+2c}$ $+\frac{aax+aac}{2a+2c}=0$, dont la réſolution donne $z=\frac{2ac+aa}{2a+2c}$ $\pm\sqrt{\frac{-aax-aac}{2a+2c}+\frac{4aacc+4a^3c+a^4}{\overline{2a+2c}^2}}$, qui ſe réduit à

$z = \frac{2ac + aa \pm a\sqrt{-2ax + 2ac - 2cx + 2cc + aa}}{2a + 2c}$. Si donc on met cette valeur de z dans l'égalité Q, il viendra $yy = cc - xx - 2ac - 2ax + 4ac + 2aa \pm 2a\sqrt{aa + 2ac + 2cc - 2ax - 2cx}$, ou bien $(R)\ y = \pm\sqrt{2aa + cc + 2ac - 2ax - xx \pm 2a\sqrt{aa + 2ac + 2cc - 2ax - 2cx}}$, qui est l'équation des Cycloïdes geometriques allongées & accourcies.

COROLLAIRE.

Si l'on suppose $c = o$, c'est à dire que le point décrivant soit sur la circonference du cercle qui roule, l'équation R deviendra $y = +\sqrt{2aa - 2ax - xx \pm 2a\sqrt{aa - 2ax}}$, qui est celle de la Cycloïde geometrique simple.

EXEMPLE III.

Pour les Courbes formées par le roulement d'une Courbe quelconque sur une autre aussi quelconque, le point décrivant étant sur la circonference de celle qui roule.

Soit la Courbe AGZ un cercle dont le rayon soit b, & la Courbe AB ou MGK un autre cercle dont le rayon soit a, l'on aura $GQ(t) = \sqrt{2bz - zz}$ & $GR(r) = \sqrt{2au - uu}$, dont les differences sont $dt = \frac{bdz - zdz}{\sqrt{2bz - zz}}$ & $dr = \frac{adu - udu}{\sqrt{2au - uu}}$.

Corol. I. Mettant donc ces valeurs dans les égalités E & F en la place de t, dt, r, & dr, elles deviendront $(R)\ xx + 2zx + yy - 2y\sqrt{2bz - zz} = 2au - 2bz$, & $y = \sqrt{2bz - zz} - \frac{x - z}{\sqrt{2bz - zz}} \times \overline{b - z} + \frac{du\sqrt{2au - uu} - u \times \frac{adu - udu}{\sqrt{2au - uu}}}{az} \times \frac{bdz \times \sqrt{2au - uu}}{\sqrt{2bz - zz} \times adu}$, dont la derniere se réduit à $y = \frac{bz - bx + zx + bu}{\sqrt{2bz - zz}}$, ou en mettant à même dênomination, à $(Q)\ y\sqrt{2bz - zz} = bz - bx + zx + bu$, dont le quarté est $2bzyy - zzyy = bbzz - 2bbzx + bbxx + 2bzzx - 2bzxx + zzxx + 2bbzu - 2bbux + 2buzx + bbuu$, d'où l'on tire en transposant

$zz - \frac{2byy - 2bbzx - 2bzxx + 2bbzu + 2buzx}{bb + 2bx + xx + yy} = \frac{2bbux - bbuu - bbxx}{bb + 2bx + xx + yy}$, & en résolvant l'égalité du second degré, il vient

$$z = \frac{byy + bbx + bxx - bbu - bux}{bb + 2bx + xx + yy} \pm \sqrt{\frac{2bbux - bbu^2 - bx^2}{bb + 2bx + xx + yy}}$$

$$\frac{+ bby^4 + 2b^2xyy + b^4x + 2b^2x^2y^2 + 2b^3x + b^2x^4 - 2bu^2y^2 + b^4u^2 - 2b^4xu - 2bux^2 - 2b2uxy2 - 2b^3ux2 - 2b^2ux + 2bu^2x + bbuuxx}{\overline{bb + 2bx + xx + yy}^2}$$, qui se réduit en mettant à même dénomination à l'égalité (*S*)

$z = \frac{byy + bbx + bxx - bbu - bux \pm by\sqrt{yy + 2bx + xx - 2bu - uu}}{bb + 2bx + xx + yy}$. Maintenant pour faire que cette valeur de z ne soit composée que des seules indéterminées x & y, on tirera de chacune des égalités R & Q une valeur de $\sqrt{2bz - zz}$, afin qu'étant comparées on tire de cette comparaison une valeur de u, qui étant substituée dans l'égalité S la rende telle qu'elle ne contienne plus que les indéterminées x & y. De l'égalité R on tire $\sqrt{2bz - zz} = \frac{xx + 2zx + yy - 2au + 2bz}{2y}$, & de l'égalité Q aussi $\sqrt{2bz - zz} = \frac{bz - bx + zx + bu}{y}$. On aura donc $xx + 2zx + yy + 2bz - 2au = 2bz - 2bx + 2zx + 2bu$, qui se réduit à $xx + yy + 2bx = 2au + 2bu$, d'où l'on tire $u = \frac{xx + yy + 2bx}{2a + 2b}$. Si donc on substituë cette valeur dans l'égalité S, on aura $z = b \times \frac{yy + bx + xx - b - x \times \frac{xx + yy + 2bx}{2a + 2b}}{bb + 2bx + xx + yy}$

$$\frac{\pm y\sqrt{yy + 2bx + xx - 2b - \frac{x^2 - y^2 - 2bx}{2a + 2b} \times \frac{xx + yy + 2bx}{2a + 2b}}}{bb + 2bx + xx + yy}$$, ou en réduisant & mettant à même dénomination, il vient (*T*)

$$z = \frac{b}{2a + 2b} \times \frac{2ayy + 2abx + 2axx + byy - bxx - x^3 - xyy \pm y}{bb + 2bx + xx + yy}$$
$$\frac{\sqrt{yy + 2bx + xx} \times \sqrt{4a^2 + 4ab - x^2 - y^2 - 2x}}{bb + 2bx + xx + yy}$$. A present soit mis dans l'égalité (*O*) $dy = \frac{xdx + zdx}{t - y}$ pour t sa valeur $\sqrt{2bz - zz}$, on aura $dy = \frac{xdx + zdx}{\sqrt{2bz - zz} - y}$, & ensuite pour z & $\sqrt{2bz - zz}$ aussi leurs valeurs prises dans les égalités Q & T, il viendra

Corol. I.

$$dy = \frac{\dfrac{xdx + \frac{bdx}{2a+2b} \times \overline{2ay^2 + 2abx + 2axx + byy - bxv - x^3 - xyy \pm y}}{\sqrt{yy+2bx+x^2} \times \sqrt{4a^2+4ab-x^2-y^2-2bx}} \over bb+2bx+xx+yy}{\dfrac{bz - bx + zx + bu}{y} - y}.$$

Et en mettant à même dénomination, & dans le denominateur pour u & z leurs valeurs, on aura $dy = \frac{dx}{2a+2b} \times \overline{2ab^2x + 4abx^2 + 2ax^3 + 2axy^2 + 2b^3x + 4b^2x^2 + 2bx^3 + 2bxyy + 2aby^2 + 2ab^2x + 2abx^2 + bbyy - bbxx - bx^3 - bxyy} \overline{\pm by\sqrt{4aa+4ab-xx-yy-2bx} \times \sqrt{yy+2bx+xx}}$, divisé par $\overline{bb+2bx+xx+yy} \times \frac{-bx-yy}{y} + \frac{bxx+byy+2bbx}{2ay+2by} + \frac{bb+bx}{2ay+2by} \overline{2ay^2+2abx+2axx+byy-bxx-x^3-xy^2 \pm y}$ $\overline{\sqrt{yy+2bx+xx} \times \sqrt{4aa+4ab-xx-yy-2bx}}$, qui se réduit (en effaçant les termes qui se détruisent, & en mettant le dénominateur à même dénomination à l'égalité

$$dy = \frac{ydx \times \overline{4ab^2x + 6abx^2 + 2ax^3 + 2axy^2 + 2b^3x + 3bbx^2 + bx^3 + bxy^2 + 2aby^2 + b^2y^2 \pm by\sqrt{4a^2+4ab-y^2-x^2-2bx}\sqrt{x^2+y^2+2bx}}}{\overline{-2abx-2ay^2-by^2+bx^2} \times b + \overline{2bx+x^2+y^2+bb+bx} \times \overline{2ay^2+2ax+2ax^3+by^2-bx^2-x^3-xy^2 \pm y\sqrt{4a^2+4ab-y^2-x^2-2bx}\sqrt{x^2+y^2+2bx}}}$$

$$\text{ou à } dy = \frac{ydx \times \overline{2a+b} \times \overline{2bbx+3bxx+x^3+xyy+byy} \pm by\sqrt{4aa+4ab-xx-yy-2bx}\sqrt{xx+yy+2bx}}{-bx^2y^2 - by^4 - 2b^2xy^2 - 4abxy^2 - 2ax^2y^2 - 2ay^4 + \overline{b+x} \times \pm by\sqrt{4aa+4ab-xx-yy-2bx}\sqrt{xx+yy+2bx}}$$

qui se réduit encore en divisant le numerateur & le dénominateur par $y\sqrt{xx+yy+2bx}$ à l'égalité . . .

$$dy = \frac{dx \times \overline{2a+b} \times \overline{b+x}\sqrt{xx+yy+2bx} + by\sqrt{4aa+4ab-xx-yy-2bx}}{\overline{2a+b} \times -y\sqrt{xx+yy+2bx} + \overline{b+x} \times +b\sqrt{4aa+4ab-xx-yy-2bx}}$$

qui est celle qui exprime la nature de la Courbe AM qui est alors une Epicycloïde.

COROLLAIRE.

Si l'on suppose le rayon du cercle AGZ infini, l'équation se changera en cette autre $dy = \frac{bbdx\sqrt{2bx}}{bb\sqrt{4ab-2bx}}$, puisque tous les autres termes sont nuls par rapport à $bb\sqrt{2bx}$ &

$bb\sqrt{4ab - 2bx}$, laquelle devient $dy = \frac{xdx}{\sqrt{2ax - xx}}$ qui est l'équation de la Cycloïde ordinaire. Et c'est aussi ce qui doit arriver; car lorsque le rayon *FA* est infini, la circonference du cercle *AGZ* est infiniment grande, & par consequent sa partie *AG* est une ligne droite; d'où il suit que la Courbe *AM* est alors engendrée par le roulement du cercle *MGK* sur la ligne droite *GB*, ce qui est la generation de la Cycloïde simple.

AUTRE METHODE GENERALE pour trouver les Equations qui expriment la nature des Courbes qui peuvent être formées par le roulement d'une Courbe quelconque sur la même Courbe posée dans une situation renversée par rapport à la premiere.

Si l'on fait rouler la Courbe quelconque *ABF* sur une autre *AGK* qui lui soit égale & semblable, le sommet *A* décrira la Courbe *AME* dont on trouvera la nature en cette sorte.

Soit supposée la Courbe *ABF* parvenuë dans la situation *MGH*, dans laquelle elle touche en *G* la Courbe *AGK*, où le point décrivant *A* tombe en *M*, & où l'axe *AT* se trouve dans la situation *RM*. Il est évident que l'arc *AG* est égal à l'arc *MG*, puisqu'il faut que tous les points de l'arc *MG* se soient rencontrés successivement sur tous ceux de l'arc *AG*, pour que la Courbe *ABF* soit parvenuë dans la situation *MGH*. Si à present du point touchant *G* on mene la tangente *GT* & la perpendiculaire *CGL* à cette tangente, il est clair que cette tangente *GT* coupera les axes *CA* & *LM* dans un même point, puisque les Courbes *AFK*, *MGH* sont les mêmes. Or elle ne peut couper ces deux axes dans un même point, qu'au point *T* où ces deux axes se coupent, & ce point *T* doit être tel que $AT = MT$. Cela fait, soit encore mené les appliquées *GQ*, *GR* & *PM* aux Courbes *AGK*, *MGH*, *AME*, & les cordes *AG*, *MG*, il est évident que $AQ = MR$, $AG = MG$, $GQ = GR$ & $RL = QC$. Or

puisque l'angle AGM est coupé en deux également par la tengente GT, & que menant AM l'angle $GAM = GMA$, il est clair que les triangles GAD & GMD sont égaux & semblables, & partant que l'angle ADG est droit & que $AD = MD$; d'où il suit que la ligne AM est parallele à CL, & que menant MO parallele à GT, MD sera égale à GO. Cela posé, on nommera AP, x; PM, y; AQ ou MR, z; QG ou RG, t; & menant les appliquées mp, gq infiniment proche de MP & GQ, & les petites lignes Mt & GS paralleles à CA, on aura Pp ou $Mt = dx$, $tm = dy$, Qq ou $GS = dz$ & $Sg = dt$. Maintenant à cause que GC est perpendiculaire à la Courbe AGK, les triangles GSg & GQC sont semblables, puisqu'ôtant des angles $CGS + SGg$ & $GgS + SGg$ qui sont égaux à un droit, le même angle SGg, les restes CGS, ou son égal GCQ & GgS sont égaux, & que de plus les angles CQG & GSg sont droits. Les triangles GSg & GCQ sont donc semblables, ce qui donne ces analogies $GS\ (dz).\ Sg\ (dt) :: GQ\ (t).\ QC = \frac{tdt}{dz} = RL$, & $GS\ (dz).\ Gg\ (\sqrt{dz^2 + dt^2}) :: GQ\ (t).\ GC = \frac{t\sqrt{dz^2 + dt^2}}{dz} = GL$. Mais parceque les angles GRL & MOL sont droits, & que l'angle GLR est commun aux deux triangles MOL & GRL, il est visible que ces deux triangles sont semblables, & qu'ainsi l'on aura cette proportion $GL\ (\frac{t\sqrt{dz^2 + dt^2}}{dz}).\ RL\ (\frac{tdt}{dz}) :: ML$ ou $AQ + QC\ (+ \frac{tdt}{dz}).\ OL = \frac{zdzdt + tdt^2}{dz\sqrt{dz^2 + dt^2}}$, & partant $OG = GL - OL = \frac{t\sqrt{dz^2 + dt^2}}{dz} - \frac{zdzdt - tdt^2}{dz\sqrt{dz^2 + dt^2}} = \frac{tdz - zdt}{\sqrt{dz^2 + dt^2}} = MD$. Or puisque AM ou $2MD\ (\sqrt{PM^2 + AP^2}) = \sqrt{xx + yy}$, l'on aura l'égalité $\sqrt{xx + yy} = \frac{2tdz - 2zdt}{\sqrt{dz^2 + dt^2}}$, dont le quarré est $xx + yy = \frac{4ttdz^2 - 8tzdtdz + 4zzdt^2}{dz^2 + dt^2}$, d'où l'on tire $y = \pm \frac{\sqrt{4ttdz^2 - 8tzdtdz + 4zzdt^2 - xxdz^2 - xxdt^2}}{\sqrt{dz^2 + dt^2}}$; à cause des triangles semblables CQG, APM, on aura cette analogie CG

$\left(\frac{t\sqrt{dz^{2}+dt^{2}}}{az}\right)$. $CQ\left(\frac{tdt}{dz}\right)$: : AM ou $\sqrt{xx+yy}$ $\left(\frac{2tdz-2zdt}{\sqrt{dz^{2}+dt^{2}}}\right)$. AP (x) qui donne cette égalité $x = \frac{2tdtdz-2zdt^{2}}{dz^{2}+dt^{2}}$. Ainsi l'on aura les deux égalités A & B.

$$A.\ y = \pm \frac{\sqrt{4ttdz^{2} - 8tzdtdz + 4zzdt^{2} - xxdz^{2} - xxdt^{2}}}{dz^{2}+dt^{2}}.$$

$$B.\ x = \frac{2tdtdz - 2zdt^{2}}{dz^{2}+dt^{2}}.$$

pour exprimer la nature de la Courbe AM. Car il est évident que lorsque la Courbe AGK ou MGH sera déterminée, c'est à dire que l'on aura la valeur de t en z, l'égalité B se changera par la substitution de cette valeur en la place de t, en une autre qui ne sera plus composée que des inconnuës x & z, d'où l'on tirera une valeur de z en x, qui étant mise en sa place dans l'égalité A aprés y avoir substitué pour t & dt leurs valeurs en z, la rendra telle qu'elle ne contiendra que les seules inconnuës x & y, & par consequent exprimera alors la nature de la Courbe AM.

COROLLAIRE.

Il suit de ce que les égalités A & B ne contiennent point les differences dx & dy, que toutes les fois que la Courbe AGK ou MGH sera geometrique, la Courbe AM sera aussi geometrique.

EXEMPLE I.

Soit la Courbe AGK ou MGH un cercle dont le diamettre soit $2a$, on aura GQ ou GR (t) $= \sqrt{2az-zz}$, & $dt = \frac{adz-zdz}{\sqrt{2az-zz}}$, lesquelles valeurs de t & dt étant substituées dans les égalités A & B, elles se changeront en celles-ci,

$$y = \pm dz \frac{\sqrt{8az-4zz-8az+8zz+\frac{4aazz-8az^{3}+4z^{4}}{2az-zz}-xx-\frac{aaxx+2azxx-zzxx}{2az-zz}}}{\sqrt{dz^{2}+\frac{aadz^{2}-2azdz^{2}+zzdz^{2}}{2az-zz}}}$$

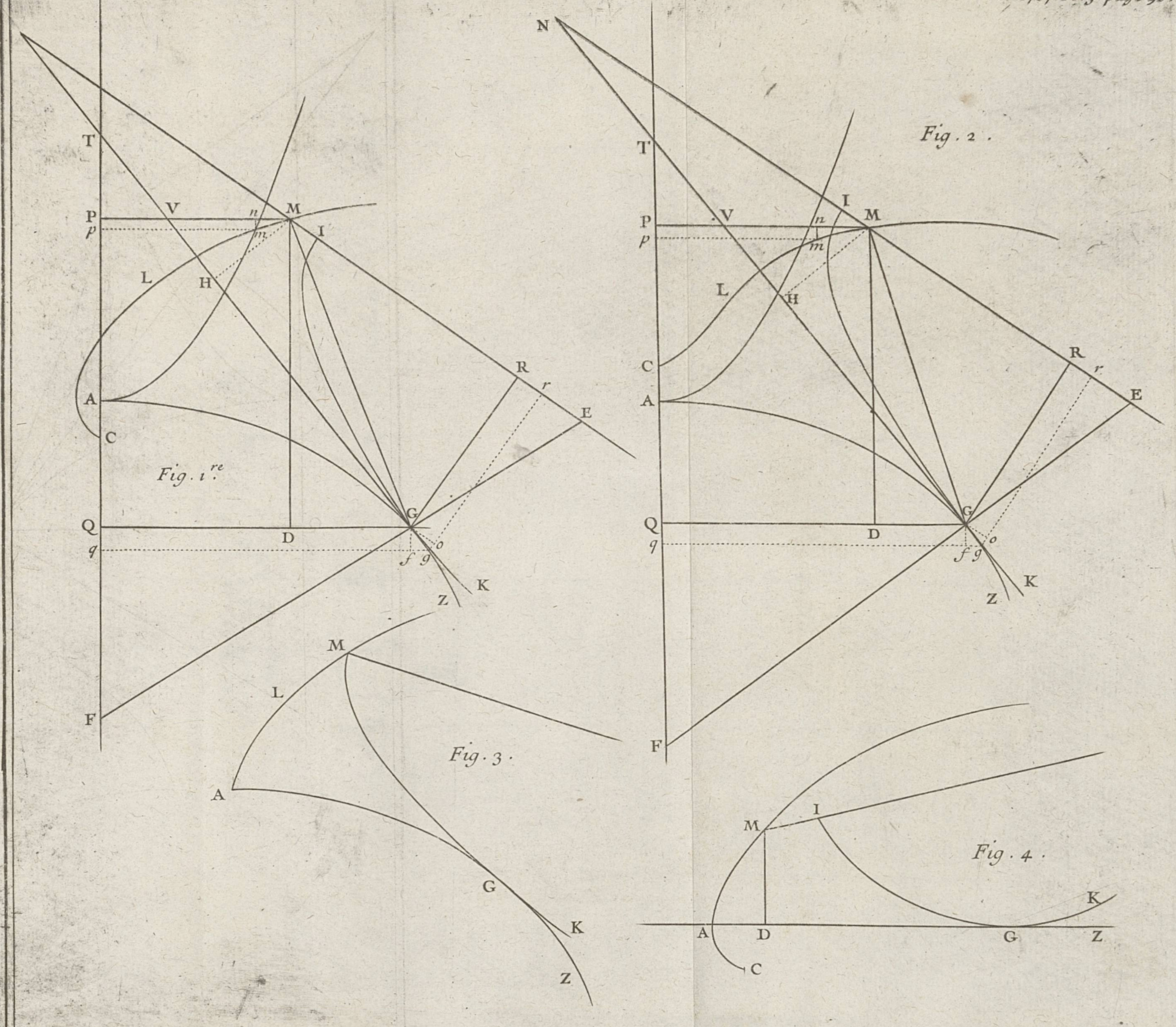
$$\& \ x = \frac{2adz^{2}-2zdz^{2}-\frac{2aazdz^{2}+4azzdz^{2}-2z^{3}dz^{2}}{2az-zz}}{dz^{2}+\frac{aadz^{2}-2azdz^{2}+zzdz^{2}}{2az-zz}},$$ qui se ré-

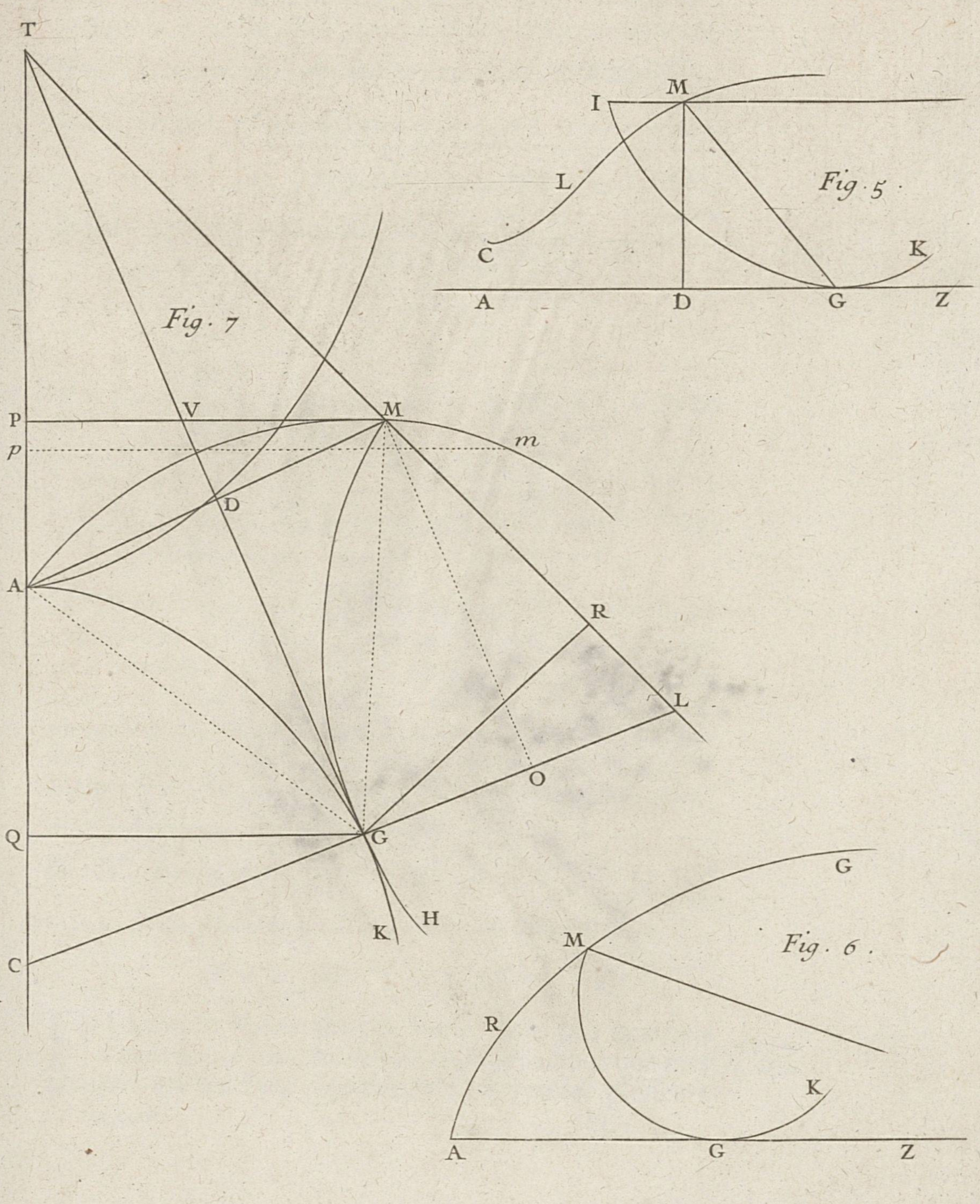
duiſent à $y = \pm \frac{\sqrt{4aazz - aaxx}}{a} = \pm\sqrt{4zz - xx}$, & (O) $x = \frac{2aaz - 2azz}{aa}$. De cette derniere on tire $zz - az = -\frac{1}{2}ax$, dont la réſolution eſt $z = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa - \frac{1}{2}ax}$. Si donc on met cette valeur de z dans l'égalité C. on aura $y = \pm \sqrt{2aa - 2ax - xx \pm 2a\sqrt{aa - 2ax}}$ qui eſt l'équation de la Cycloïde geometrique.

EXEMPLE II.

Soit la Courbe AGK ou MGH une parabole dont la parametre ſoit a, on aura $t = \sqrt{az}$, dont la difference eſt $dt = \frac{adz}{2\sqrt{az}}$. Mettant ces valeurs de t & dt en leurs places dans les égalités A & B, elles ſe changeront en ces autres $y = \pm dz \frac{\sqrt{4az - 4az + \frac{aazz}{az} - xx - \frac{aaxx}{4az}}}{\sqrt{dz^2 + \frac{aadz^2}{4az}}}$, & $x = \frac{adz^2 - \frac{2aazdz^2}{4az}}{dz^2 + \frac{aadz^2}{4az}}$, qui ſe réduiſent à $(C)\, y = \pm \frac{\sqrt{4aazz - 4azxx - aaxx}}{\sqrt{4az + aa}}$, & $(D)\, x = \frac{2az}{4z + a}$. De l'égalité D on tire $4zx + ax = 2az$ ou $z = \frac{ax}{2a - 4x}$, & ſubſtituant cette valeur de z dans l'égalité C, on aura $y = \pm \frac{\sqrt{\frac{4a^4xx}{4aa - 16ax + 16xx} - \frac{4aax^3}{2a - 4x} - aaxx}}{\sqrt{\frac{4aax}{2a - 4x} + aa}}$, ou en mettant à même dénomination $y = \pm \frac{\sqrt{4a^4xx - 8a^3x^3 + 16aax^4 - 4a^4xx + 16ax^3 - 16aax^4}}{\sqrt{2a - 4x} \times \sqrt{4aax + 2a^3 - 4aax}}$ qui ſe réduit à $y = \pm \frac{\sqrt{8a^3x^3}}{\sqrt{2a - 4x} \times \sqrt{2a^3}} = \pm \frac{2x\sqrt{x}}{\sqrt{2a - 4x}}$ qui eſt l'équation de la Courbe décrite par le ſommet de la parabole ABE roulant ſur ſon égal AGK, laquelle eſt geometrique.

EXEMPLE III.


Fig. 1.re
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.



T
Fig. 7
P
V
M
p
m
D
A
R
L
O
Q
G
K
H
C
I
M
L
Fig. 5.
C
K
A
D
G
Z
G
M
Fig. 6.
R
K
A
G
Z

EXEMPLE III.

Soit la Courbe *AGK* une parabole cubique dont l'équation soit $aaz = t^3$, qui donne $t = \sqrt[3]{aaz}$, & $dt = \frac{adz}{3\sqrt[3]{azz}}$. Substituant ces valeurs dans les égalités *A* & *B*, elles deviendront

$$y = \pm dz \frac{\sqrt{4a\sqrt[3]{azz} - \frac{8az\sqrt[3]{a}}{3\sqrt[3]{z}} + \frac{4aaz}{9\sqrt[3]{aaz}} - xx - \frac{aaxx}{9z\sqrt[3]{aaz}}}}{\sqrt{dz^2 + \frac{aadz^2}{9z\sqrt[3]{aaz}}}}$$

& $x = \frac{\frac{2adz^2\sqrt[3]{a}}{3\sqrt[3]{z}} - \frac{2aazdz^2}{9z\sqrt[3]{aaz}}}{dz^2 + \frac{aadz^2}{9z\sqrt[3]{aaz}}}$, qui se réduisent à (*C*) $y = \pm \frac{\sqrt{16aazz - 9zxx\sqrt[3]{aaz} - aaxx}}{\sqrt{9z\sqrt[3]{aaz} + aa}}$, & (*D*) $x = \frac{4aaz}{9z\sqrt[3]{aaz} + aa}$. De l'égalité *D* on tire $aax + 9zx\sqrt[3]{aaz} = 4aaz$, ou $9zx\sqrt[3]{aaz} = 4aaz - aax$, dont le cube est $81 \times 9z^3x^3 \times aaz = 64a^6z^3 - 48a^6zzx + 12a^6zxx - a^6x^3$, ou $81 \times 9x^3z^4 - 64a^4z^3 + 48a^4zzx - 12a^4zxx + a^4x^3 = 0$, dont la résolution donne une valeur de *z*, qui étant mise en sa place dans l'égalité *C*, cette égalité *C* exprimera la nature de la Courbe formée par une parabole cubique roulant sur elle-même.

EXAMEN DES EAUX DE VICHI ET DE BOURBON.

PAR M. BURLET.

Pendant le séjour que j'ai fait à Vichi & à Bourbon l'année derniere, je me suis appliqué autant que mes occupations me l'ont pû permettre, à verifier plusieurs

1707. 23. Mars.

experiences déja faites ſur les Eaux minerales de ces lieux, & à en faire quelques nouvelles, pour découvrir avec plus de certitude & de préciſion la nature de leur mineral.

Comme ces Eaux ſont fort renommées dans le Royaume, ſurtout depuis environ ſoixante ans, les Medecins des lieux, & pluſieurs autres qui s'y ſont transportés, ont travaillé à nous en donner des analyſes, & à expliquer leurs vertus medecinales.

Outre les Livres imprimés ſur les Eaux de Vichi & de Bourbon, qui ſont entre les mains de tout le monde; j'ai vû des Memoires manuſcrits de Mrs Spon & Garnier Medecins de Lyon, qui firent il y a plus de 20 ans un voyage exprés en Auvergne & dans le Bourbonnois, pour examiner dans leurs ſources les Eaux minerales de ces Provinces. L'on m'a auſſi communiqué les analyſes & les experiences de M. Saignette Medecin de la Rochelle faites en l'année 1696 au mois d'Octobre: celles de Mrs Chomel & Geoffroy de cette Academie, faites en 1699 & 1704. Je rapporterai pluſieurs choſes de ces analyſes & experiences dans ce Memoire que j'ai l'honneur de lire à la Compagnie.

Des Eaux de Vichi.

Des ſept Fontaines minerales qui ſont à Vichi, je n'en ai examiné que ſix, ſçavoir les deux Puits des Capucins, celui de la Grille, du gros Boulet, les deux Fontaines Gargniés. L'eau de la ſeptiéme qui eſt celle des Celeſtins étoit ſale & bourbeuſe, parcequ'on remuoit alors des terres prés de cette Fontaine, & il n'y avoit pas lieu de l'examiner.

Les deux Puits des Capucins paroiſſent n'avoir qu'une même ſource, & l'eau en eſt tout à fait la même. Elle a un degré de chaleur fort conſiderable: elle paroît d'abord dans le baſſin louche & comme blanchâtre, dans le verre neanmoins elle eſt plus claire & plus limpide. Son odeur eſt forte, & ſemble participer quelque choſe du ſouffre

commun allumé : elle eſt au goût d'un ſel vif & piquant, & deſagreable à boire. Elle conſerve ſa chaleur fort longtems. On ne trouve qu'un demi degré de chaleur de difference entre le petit Puits quarré & le grand Puits des Capucins. Le Thermometre dont je me ſuis ſervi avoit neuf pouces & demi de long, non compris la boule ; exposé à l'air, ſa liqueur étoit à 24 lignes : elle a monté, plongé dans le grand Puits quarré, à 51 lignes, & dans le petit Puits quarré à 51 lignes $\frac{1}{2}$.

L'Eau des Puits des Capucins mêlée avec la diſſolution d'Alun & l'eſprit de Vitriol, a fermenté conſiderablement ; mêlée avec l'eau de chaux, elle eſt devenuë ſeulement trouble. Elle n'a point rougi le papier bleu, & n'a pris qu'une tres-foible teinture avec la Noix de galles : elle n'a point changé la couleur de la ſolution du Tourneſol, elle a verdi celle du Sirop violat. Tous ceux qui ont fait ces eſſais, ont trouvé la même choſe à tres-peu de difference prés.

Ayant fait évaporer 4 livres de cette Eau dans une terrine, il m'eſt reſté deux dragmes & ſoixante grains de réſidence ; c'eſt à quelques grains prés ce qu'a trouvé M. Chomel, qui ſur huit livres marque avoir tiré cinq dragmes & demi de réſidence.

Pour connoître avec plus de juſteſſe & de préciſion le poids de la réſidence ſur une certaine quantité d'eau, je me ſuis ſervi, à l'exemple de M. Geoffroy, d'un petit vaiſſeau de verre large & plat, peſant demie once & huit grains ; j'y ai mis évaporer lentement ſur les cendres chaudes ſix gros & trente-deux grains d'eau ; aprés l'évaporation j'ai trouvé au fonds & aux parois du verre une réſidence blanche, ſeiche, adherente : ayant repeſé le verre, ſon poids étoit augmenté de prés de trois grains $\frac{1}{2}$ par où j'ai conclu que chaque pinte de cette Eau contenoit environ cent vingt-ſix grains de réſidence.

L'Eau de la Grille eſt un peu moins chaude que celle des Puits des Capucins. Y ayant plongé le Thermometre ſa liqueur a monté à cinquante lignes, elle contient

auſſi preſque le même poids de réſidence. Cette Eau eſt celle dont boivent la plûpart des malades : elle eſt d'une ſaveur qui tire ſur le ſalé lixiviel, fort claire & limpide, ſortant à gros boüillons de ſa ſource, & envoyant une odeur de ſalpetre fondu. Elle conſerve ſa chaleur auſſi long-tems que celle des Capucins, & par tous les eſſais on n'y trouve gueres de difference.

L'Eau du gros Boulet eſt tiede, aſſez limpide, d'un goût plus piquant que l'Eau de la Grille, d'une odeur qui ſemble participer quelque choſe de fer. La bouë qui ſe trouve dans une eſpece de petit ruiſſeau, qui ſert comme de déchargeoir à cette Fontaine, eſt noire. L'ayant fait ſecher, il m'a paru qu'avec la pierre d'Aimant j'avois enlevé quelques particules. Cette Eau eſt aſſez d'uſage, elle eſt plus forte & plus purgative que celle de la Grille. Dans les maladies d'obſtruction on la boit ſeule, ou mêlée avec l'eau de la Grille. Mêlée avec l'infuſion de Noix de galles, elle devient d'une couleur bien plus ambrée & plus foncée que l'Eau de la Grille. Par l'évaporation elle a donné ſur pinte prés de 18 grains de réſidence plus que l'Eau de la Grille. Par les eſſais j'ai trouvé la même choſe qu'à l'Eau de la Grille & des Puits des Capucins : elle fermente avec tous les acides, & le papier bleu rougi par un acide y reprend ſa couleur. Cette Eau, comme la plus forte, eſt celle qu'on tranſporte ordinairement à Paris pour la faire boire aux malades qui ne peuvent aller ſur les lieux.

L'Eau des Fontaines Gargniés ou du petit Boulet eſt froide, d'une ſaveur qui tire ſur l'acide. On la fait boire ſur les lieux avec ſuccés pour les jauniſſes, les nephretiques, &c. Elle eſt moins chargée de ſel que celle du gros Boulet. Elle fermente auſſi avec les acides, mais moins ſenſiblement que l'eau du gros Boulet. La couleur qu'elle donne à l'infuſion de Noix de galles, tire ſur celle de vin paillet.

Les Fontaines dont nous venons de parler ſont les ſeules cultivées & entretenuës à Vichi. Elles ne ſont que peu éloignées les unes des autres. Il y a beaucoup d'autres

ſources dans le voiſinage de Vichi d'Eaux minerales qui ne paroiſſent pas differentes de celles là, ſurtout des froides. Me promenant à Haute-rive à trois quarts de lieuës de Vichi, je trouvai une ſource boüillonnante d'une Eau aigrette, & qui ne differoit en rien de l'Eau du petit Boulet. A trente pas delà, dans le lit même de la riviere d'Allier, qui étoit pour lors à ſec, je trouvai deux autres ſources d'une Eau piquante, qui me parut tiede. Je ſuis perſuadé que qui feroit la recherche de ces ſources dans le territoire de Vichi, en trouveroit un grand nombre.

Le ſel dont les Eaux de Vichi ſont impregnées paroît être le même dans toutes les ſources. Par tous les eſſais de Chimie ce ſel eſt reconnu un ſel mineral alkali, qui dans les Fontaines chaudes a vrai-ſemblablement quelques portions plus volatiles combinées avec des ſouffres. Quelque ſoin neanmoins qu'on prenne & quelque experience qu'on ait tenté de faire pour recüeillir ces ſouffres, l'on n'a pas tout à fait réüſſi. M. Foüet, qui a la direction des Eaux de Vichi depuis long-tems, ſoûtient qu'il n'y a rien de bitumineux dans ces Eaux; qu'ayant examiné toutes les réſidences avec un ſoin extrême, il n'a pû y découvrir que de la terre & du ſel: que ce ſel eſt un vrai nitre fort different de nôtre ſalpetre, mais le même que le Natrum des Anciens.

Pour moi j'ai crû avoir trouvé dans la réſidence des Eaux de Vichi quelque portion ſulphureuſe; car ayant mis de cette réſidence ſur des charbons ardens dans une chambre où il n'y avoit pas de jour, aprés quelque petillement des parties ſalines, il s'eſt élevé de petites flammes bleuâtres, dont l'odeur approchoit de celle de la poudre à canon qui prend feu. J'ai de plus tenu pendant quelques jours cette réſidence en diſſolution dans l'eſprit de vin, & j'ai obſervé qu'il y avoit quelques particules graſſes qui ſurnageoient. Cela m'a paru plus ſenſible aprés avoir ſeparé du ſel la terre, & l'avoir miſe dans l'eſprit de vin; car quelques jours aprés il s'eſt formé à la ſuperficie une pellicule qui paroiſſoit toute onctueuſe.

Outre quelque petite portion de souffre, j'ai crû avoir encore découvert dans la résidence des Eaux, surtout dans celles de la Grille, du gros Boulet & des Fontaines Gargniés quelques particules de fer; car m'étant servi de la pierre d'Aimant, j'ai sûrement enlevé quelques particules. Personne, que je sçache jusqu'à present, n'avoit fait cette experience.

Il paroît donc vrai-semblable de conclure qu'il y a un sel mineral alkali dominant dans les Eaux de Vichi, avec quelque legere portion de souffre, de fer, & peut-être de vitriol. Plusieurs personnes ont soupçonné que ce dernier mineral entroit pour quelque chose dans les Eaux de Vichi, parcequ'elles ont une saveur où l'on démêle quelque pointe, & qu'elles prennent une teinture avec la poudre de Noix de galles : mais ils ont prétendu que c'étoit un vitriol volatil, qu'on ne pouvoit recüeillir ni reconnoître par les essais ordinaires. Sur ce doute je renouvellai une experience qui avoit été faite par des Medecins de Lyon. Je couvris la grille de la Fontaine qui retient ce nom, & le petit Puits quarré des Capucins avec le papier bleu teint avec le Tournesol que je laissai toute la nuit, & le lendemain je n'observai aucun changement à la couleur du papier. Ayant rougi le même papier bleu avec l'esprit de vitriol, & en ayant recouvert les Fontaines, je trouvai le lendemain qu'il avoit repris sa couleur bleuë naturelle.

Cette experience semble confirmer qu'il n'y a aucun acide volatil dans les Eaux de Vichi, & que le sel qui s'en éleve l'hyver, & qui s'attache aux voutes & aux murailles, surtout dans l'endroit où l'on douche, n'est point different de celui qu'on tire par l'évaporation, & qu'il est alkali.

Je dirai ici en passant qu'il s'éleve une si grande portion de ce sel l'hyver, & que dans le voisinage des Fontaines chaudes l'air en est si fort rempli, que les personnes qui y demeurent en sont fort incommodées.

Une jeune Doucheuse de Bourbon voulut s'établir à Vichi, & elle se logea dans le logis du Roy prés le Bain des

pauvres : l'air chargé de ſel & la fumée même des Eaux fit une impreſſion ſi vive ſur ſa poitrine, que malgré ſa jeuneſſe & ſa forte conſtitution, elle y mourut en fort peu de tems d'une eſpece de conſomption.

Tout le monde ſçait que les vertus principales des Eaux de Vichi, ſont de purger & de pouſſer par la voïe des urines & de la tranſpiration. Les Eaux froides comme celles des Fontaines Gagniés & l'eau tiede du gros Boulet, ſont plus purgatives que les Eaux chaudes de la Grille & des deux Puits des Capucins, & ces dernieres auſſi agiſſent plus ſenſiblement par la tranſpiration.

On peut conjecturer que le mineral dont ces Eaux ſont plus ou moins chargées, eſt le principe par lequel elles agiſſent differemment. Je ne ferai point ici une diſſertation pour expliquer la chaleur & les autres effets de ces Eaux. On trouve dans tous les Ouvrages imprimés ſur cette matiere des ſyſtemes & des hypotheſes de Phyſique qui expliquent ces phenomenes naturels, & chacun pourroit avoir droit de hazarder le ſien. Je dirai ſeulement que les malades que j'ai vûs ſur les lieux, m'ont donné occaſion de faire quelques obſervations déja faites par les Medecins qui ont écrit de ces Eaux, mais qu'on ne doit pas craindre de repeter, parcequ'elles ſont utiles dans la pratique de la Medecine. Elles ſeront courtes ces obſervations, ſoûtenuës de faits & d'exemples ſenſibles.

Comme les Eaux de Vichi ſont vives, & qu'elles portent prés d'un gros & demi de ſel ſur pinte, on doit être circonſpect à en preſcrire l'uſage. Elles font des fontes ſubites, & donnent tres-aiſément la fiévre. Souvent les premiers jours elles ne purgent que peu ou point du tout, & dans la ſuite elles purgent trop. Elles conviennent & réüſſiſſent aſſez dans les maladies cauſées par la crudité & l'empâtement dans la lymphe, dans celles qui réſultent des obſtructions des premieres voïes, dans les abreuvemens pituiteux des nerfs & du cerveau ; encore doit-on prendre garde que les malades ne ſoient point épuiſés, qu'ils ſoient d'une conſtitution forte & robuſte. Elles ſont pernicieuſes

dans les maladies de poitrine, dans les temperamens secs & atrabilaires.

Un jeune Chanoine du Puits en Auvergne, malade d'un asthme habituel, & qui avoit craché du sang quelques années auparavant, mourut le 7e jour qu'il bût avec étouffement, fiévre continuë & le crachement de sang renouvellé.

Une Religieuse de Lyon, d'une petite complexion, malade d'une affection melancolique, ne bût que deux jours, & la fiévre survint avec des accidens pressans. On ne la soulagea qu'en lui prescrivant les remedes qui conviennent à la superpurgation.

Un Curé de Dauphiné malade d'une jaunisse avec enflure de jambes, le 3e jour de boisson eût un saignement de nez, & un flux hemorroïdal dont il pensa mourir.

Non-seulement on doit avoir une entiere attention à bien connoître les maladies ausquelles ces Eaux conviennent, mais on ne les doit pas même ordonner sans obliger les malades de faire les remedes de préparation necessaires.

M. Tessé Avocat au Parlement d'une réputation distinguée, au premier voyage que fit M. le premier President de Harlay à Vichi, y bût des Eaux sans précaution, & je crois même sans besoin. Elles lui donnerent une si cruelle dyssenterie, que tous les remedes qu'on lui fit devinrent inutiles, & qu'il en mourut fort peu de tems aprés.

On pourroit toutes les années dans le grand nombre des malades de toutes especes qui vont à ces Eaux, avoir occasion de faire des observations de cette nature; & on peut dire même qu'on en feroit toûjours de nouvelles. Cette partie historique des effets des Eaux deviendroit d'une grande utilité pour les Medecins, dont la plûpartt n'ont qu'une connoissance imparfaite & de tradition, pour ainsi dire, de la maniere d'agir des Eaux.

Je passe presentement à celles de Bourbon; & parcequ'il ne reste pas assez de tems pour finir mon Memoire, la Compagnie me permettra d'en remettre la lecture à l'Assemblée prochaine.

DES

DES RESISTANCES

DES TUYAUX CYLINDRIQUES

Pour des charges d'eau & des diametres données.

Par M. Parent.

1707. 26. Mars

Soit un tuyau *ACBGFE* situé verticalement, lequel soit rempli d'une liqueur dont on connoisse la pesanteur specifique, comme par exemple d'eau, dont le pied cubique pese 70 livres. Il s'agit icy de trouver l'effort que toute cette eau fait pour déchirer la petite bande ou zone *ACBD acbd* du bas du tuyau, comme en *Cc*.

Fig. I.

Et pour y parvenir je tire le diametre de la base *COD*, (*Fig.* 1. & 2.) & je considere que toute la liqueur qui appuïe sur la surface du demi-cercle *BCD* fait effort pour separer la demi-circonference *CBD* de l'autre demi-circonference *CAD* en *Dd* & en *Cc*, & que toute celle qui est contenuë dans le demi-cercle *CAD* fait de même effort pour separer cette partie de la premiere dans les mêmes parties *Cc*, *Dc*, *L*, & ces efforts en *Cc* & *Dd* se font en sens contraire selon les tangentes *HCI*, *IDM*. De plus menant encore le diametre *AB* perpendiculaire à *CD*, on peut regarder toute la force appliquée au quart de cercle *DNB* comme emploïée à faire la separation en *Dd*, & toute la force appliquée au quart *BXC* comme emploïée contre la résistance *cC*.

Fig. II.

Supposant donc le quart de cercle *BND* divisé en un nombre innombrable de parties *BN*, *Nn*, &c. & prenant les petits secteurs *BON*, *Non*, &c. pour exprimer les efforts de la liqueur perpendiculaires à ces mêmes parties, lesquels efforts sont entr'eux comme les parties mêmes *BN*, *Nn*, suivant le principe connu des Hydrauliques, &c. ou comme les rayons mêmes du cercle *ON*, *on* &c. &

divisant ces efforts *ON*, *on*, &c. dans les perpendiculaires *PN*, *pn*, &c. à *CD*, & dans les paralleles *OP op*, &c. pris sur *CD* même, les perpendiculaires *PN*, *pn*, &c. multipliées par les moitiés des arcs *BN*, *Nn*, &c. correspondants marqueront encore les efforts selon ces mêmes sinus *PN*, *pn*. Donc la somme de tous les efforts perpendiculaires au quart *BND*, est à la somme de tous les efforts perpendiculaires à *CD*, comme la somme des produits des rayons *ON*, *on*, par les moitiés des arcs *BN*, *Nn*, &c. à la somme des produits des sinus *PN*, *pn*, &c. par les mêmes demi arcs *BN*, *Nn*, &c. ou comme le quart du cercle *OBD* est à la moitié du quarré du rayon, ce qui est maintenant connu; (si l'on aime mieux) comme le demi-cercle *CB*D est au quarré du rayon, c'est à dire, comme le quart du circuit *BND* est au rayon, ou enfin comme le circuit entier est au double du diametre.

FIG II. Si de plus on mene la corde *Bn* (*Fig.* 2.) & que l'on considere que de l'effort selon *ON* contre l'arc *BNn* il en résulte deux autres selon *BN*, *nN*, qui sont les dilaniateurs de la bande en *B* & *n*; ou (si l'on veut) que des résistances contraires selon *NB*, *Nn* il s'en compose une troisiéme selon *NO* dans l'état de l'équilibre, & que les arcs *BN*, *Nn* soient supposés égaux, la droite *Bn* marquant l'effort de la liqueur contre la partie *BNn*, les rayons *OB*, *On* exprimeront les efforts selon *BN*, *nN*, à cause que les côtés du triangle *OBn* sont perpendiculaires aux directions *BN*, *Nn*, *ON*, ce qui est aussi connu. Donc aussi comme la somme de toutes les cordes *Bn* du quart *BnD* (c'est à dire comme le quart même *BnD*) est au rayon *OB*; ainsi la somme de tous les efforts perpendiculaires au quart *BnD* est à l'effort dilaniateur selon *NB* ou *nN*, ainsi le circuit entier au double du diametre comme cy-dessus. On aura donc aussi, comme le circuit entier est au rayon, ainsi l'effort de la liqueur contre tout le circuit a son effort dilaniateur en *B* & *n*.

Il suit évidemment delà un paradoxe surprenant; sçavoir, que le tuyau *AG* & la bande *Ab* (*Fig.* 1.) demeu-

tant toûjours de même hauteur, plus le diametre AB de la base sera grand, & plus la liqueur aura de force pour déchirer la bande Ab; parceque, selon l'analogie cy-dessus, la somme des efforts contre le circuit $ACBD$ augmentant à proportion du diametre AB, l'effort selon la tangente NB ou nB augmentera aussi dans la même proportion, contre ce qui paroît naturellement. Car on est porté naturellement à croire que comme chaque partie égale de la bande Ab est également chargée, tandis que la hauteur AC demeure la même, de quelque grandeur que soit le diametre AB; aussi il suffit qu'elle soit également forte afin de faire une résistance égale : ce qui est cependant entierement opposé à tout ce qu'on vient de démontrer cy-dessus.

Nommant donc r le rayon OD de la base du tuyau; le circuit $ACBD$, c; la hauteur du tuyau H; celle de la bande Ab, h; son épaisseur E; on aura pour toute la colonne qui pese contre cette bande (Hhc) : Et supposant la hauteur H mesurée en pieds, il ne restera que de multiplier cette valeur par le poids d'un pied cubique de cette liqueur, sçavoir par exemple par 70 liv. pour avoir le poids de l'eau qui agit contre la bande ($Ab = 70\,Hhc$). ce qui donnera l'analogie ($c \mid r \mid\mid 70\,Hhc \mid 70\,Hhr$) On aura donc ($70\,Hhr$) pour l'effort dilaniateur de l'eau de riviere, & pour les autres liqueurs à proportion.

FIG. I. & II.

Enfin si l'on separe une bande $QTVR$ (*Fig.* 3.) de même metal que le tuyau AG, sçavoir de cuivre, de plomb, &c. laquelle soit suspenduë verticalement en Q, & qui soit déchirée par le poids S attaché au bas; nommant l la largeur TV de la bande à l'endroit de la rupture, e son épaisseur, p le poids dilaniateur S, on aura encore cette autre analogie. Comme la surface de rupture el de la bande QR est à la surface de rupture de la bande $Ab = hE$, ainsi le poids ($S = p$) à l'effort dilaniateur de la bande Ab en $Cc = 70\,Hhr$, ce qui donnera l'égalité ($pE = 70\,Hrel$), d'où l'on tirera les égalités ($E = \frac{70\,Hrel}{p}$) & ($H = \frac{pE}{70\,rel}$),

FIG. III.

où il faut se souvenir de mesurer toûjours *E* & *e* avec une même mesure, de réduire toûjours le produit *Hr* en pieds quarrés & parties, ou de mesurer toûjours *H* & *r* en pieds & parties, de même que *l* qui est de même espece que *H*.

FIG. I. & III.

Soit par exemple dans l'experience que M. Mariotte rapporte dans son Mouvement des Eaux (pag 380. 1e. Edition) d'une bande & d'un tuyau tous deux de fer blanc, ($l = 3$ lig. $\frac{1}{4}$ ou $\frac{13}{576}$ de pied), (r de $\frac{1}{7}$ pied), p de 120 liv.) $E = e$, on aura $H = \frac{120 \times 576}{70 \times 13} = \frac{24 \times 576}{7 \times 13}$ ou 152 pieds, au lieu de 102 que cet Auteur a estimés, sur une soudure crevée qu'il a pris au lieu de la matiere propre du tuyau, & cela sans avoir égard aux mechaniques ci-dessus; mais considerant seulement tout le poids de l'eau soûtenu par le contour du bas tuyau, comme un poids suspendu à une bande de fer blanc, contre ce que nous venons de démontrer. Il avance au même endroit *qu'on ne doit pas faire état de ce que le poids de l'eau est distribué par toute l'étenduë de la bande quoique ce soit en déchirant*, ce qui va détruire la seconde mechanique que nous avons apportée, & qui par consequent ne sçauroit soûtenir. Enfin voici le raisonnement que cet Auteur fait à la page suivante. *Si le diametre du tuyau est double, il faudra deux fois plus d'épaisseur; car les mêmes parties du tuyau ne seront pas plus chargées, & elles sont seulement doubles.* Or il est évident que ce raisonnement se détruit; car puisque les mêmes parties sont également chargées, il devoit conclure au contraire qu'elles ne doivent avoir que la même épaisseur, sans s'embarrasser si la charge totale est double; puisque cette charge étant double & le nombre des parties doubles, c'est toûjours la même charge pour chacune, & que ce qui fait crever une partie, c'est l'effort qu'elle souffre indépendamment des autres.

On trouve dans le Livre intitulé, *divers Ouvrages de Mathematique & de Physique de cette Academie*, imprimé en 1693, une regle pareille du même M. Mariotte,

qu'il prétend démontrer par ce raisonnement. *D'un côté*, dit-il, *le poids de l'eau* (sur la base,) *est en raison doublée des diametres* (la hauteur demeurant toûjours la même) *mais les circonferences des tuyaux sont entr'elles dans la raison* (simple) *des mêmes diametres : si donc le diametre* (sur cette base) *est double, le poids de l'eau* (sur cette base) *sera quadruple, & la circonference* (du tuyau) *sera double, ce qui rendra sa résistance double* (supposant toûjours la même épaisseur). *Donc il ne restera que la simple raison des diametres, en supposant que l'eau separe la circonference du tuyau, comme un bâton qu'on tireroit directement.* Où il paroît que nôtre Auteur prend ici l'effort que l'eau fait sur la base (au lieu de prendre celui qu'elle fait contre le circuit) pour le comparer avec la résistance du même circuit, ce qui repugne. D'ailleurs il prend toûjours toute la résistance du circuit du tuyau, au lieu de la résistance de chaque partie, ce qui est contraire à ce que l'on a remarqué cy-dessus.

Au reste ce Sçavant nous donne en cet endroit pour principe : *Qu'un tuyau de cuivre de 30 pieds de haut & de 6 pouces de diametre doit avoir $\frac{1}{2}$ ligne d'épaisseur.* Aprés quoy il est aisé de trouver les épaisseurs convenables pour toutes sortes de hauteurs & de diametres, en augmentant ou diminuant ces épaisseurs à mesure que les hauteurs ou diametres augmentent ou diminuënt.

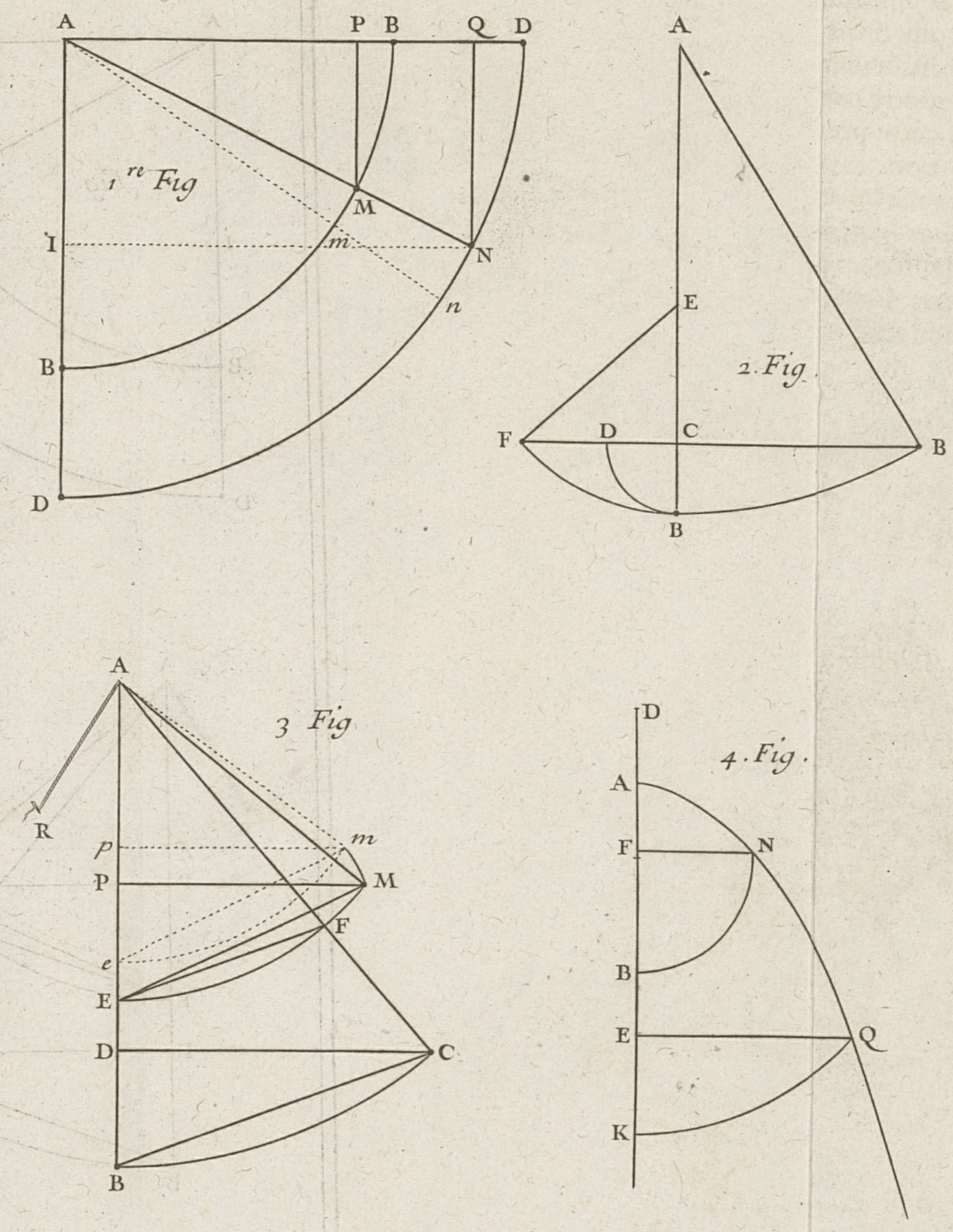
Dans le même Volume pag. 516, on trouve un écrit de M. Romer en 1680, où il dit : *Que personne n'avoit encore expliqué suffisamment la proportion des tuyaux de conduite, pour des hauteurs & des diametres donnés.* Il donne ensuite des propositions qu'il croit devoir y servir. Sa seconde est : *Que l'eau force les tuyaux sous des hauteurs égales dans le rapport de leurs diametres.* La raison qu'il en apporte est la même que celle de M. Mariotte cy-dessus, ainsi je ne m'arrêteray pas à le refuter. Il établit ensuite dans sa quatriéme. *Que les forces des tuyaux sont en raison doublée de leurs épaisseurs* (tout le reste demeurant égal. (Au lieu qu'il est constant qu'elles sont en ce cas en même proportion que ces mêmes épaisseurs, qui marquent le nombre de leurs fibres,

Pour la prouver il compare les differentes bandes dont ces tuyaux ſont composés, à des anneaux de differens diametres & groſſeurs dont un cone droit ſeroit revêtu en dehors de ſa ſurface ; mais il eſt évident que des bandes qui ſont des plans, ne ſçauroient être comparées à des anneaux qui ſont des priſmes ; ainſi cette preuve eſt nulle.

Enfin ce même Auteur nous rapporte une experience faite à Verſailles, dans laquelle *Un tuyau de plomb de 16 pouces de diametre, épais de 6 lignes* $\frac{1}{3}$, *a ſoûtenu 50 pieds de charge.* D'où il eſt aiſé de trouver les forces de pareils tuyaux pour des diametres & des hauteurs données.

C'eſt de ces deux experiences que nous avons tiré la Table ſuivante.

Memoires p. 58.



Mem. de l'Acad. 1707. Pl. 5. page 110.

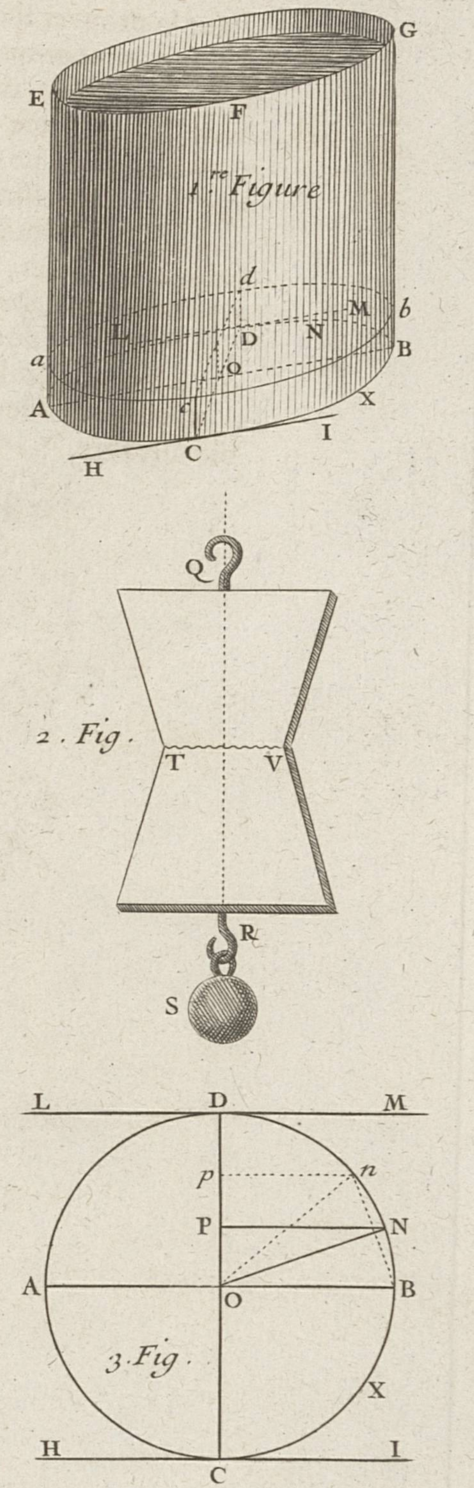


TABLE CONTENANT LES EPAISSEURS des Tuyaux de conduite pour differens diametres jusqu'à 20 pouces, & pour des hauteurs differentes jusqu'à 100 pieds.

DIAMETRES DES TUYAUX EN POUCES.

HAUTEURS DES TUYAUX EN PIEDS.

		2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
		L. P	EPAISSEURS DES TUYAUX EN LIGNES ET EN POINTS.								
10	Plomb.	0—1	0—2	0—3	0—1	0—5	1—0	1—1	1—3	1—2	1—4
	Cuivre.	0—1	0—1	0—1	0—1	0—2	0—2	0—2	0—3	0—3	0—3
20	Plomb.	0—2	0—4	1—1	1—2	1—4	1—5	2—1	2—3	2—5	3—1
	Cuivre	0—1	0—1	0—2	0—3	0—3	0—4	0—5	0—5	1—0	1—1
30	Plomb.	0—3	1—0	1—2	1—5	2—2	2—5	3—3	3—5	4—2	4—5
	Cuivre.	0—1	0—2	0—3	0—4	0—5	1—0	1—1	1—2	1—3	1—4
40	Plomb.	0—4	1—2	1—5	2—3	3—1	3—5	4—2	5—0	5—4	6—2
	Cuivre.	0—1	0—3	0—4	0—5	1—1	1—2	1—3	1—5	2—0	2—1
50	Plomb.	0—5	1—3	2—2	3—1	4—0	4—4	5—5	6—2	7—1	8—0
	Cuivre	0—2	0—3	0—5	1—1	1—2	1—4	2—0	2—1	2—3	2—5
60	Plomb	1—0	1—5	2—5	3—5	4—5	5—4	6—4	7—4	8—4	9—3
	Cuivre	0—2	0—4	1—0	1—2	1—4	2—0	2—2	2—4	3—0	3—2
70	Plomb.	1—1	2—1	3—2	4—3	5—4	6—4	7—4	8—5	10—0	11—0
	Cuivre.	0—2	0—5	1—1	1—3	2—0	2—2	2—4	3—1	3—3	3—5
80	Plomb.	1—2	2—3	3—4	5—0	6—2	7—4	8—5	10—1	11—2	12—4
	Cuivre.	0—3	0—5	1—2	1—5	2—1	2—4	3—1	3—3	4—0	4—3
90	Plomb.	1—3	2—5	4—1	5—4	7—1	0—3	9—5	11—2	12—4	14—1
	Cuivre.	0—3	1—0	1—3	2—0	2—3	3—0	3—3	4—0	4—3	5—0
100	Plomb.	1—3	3—1	4—4	6—2	8—0	9—3	11—0	12—4	14—1	15—5
	Cuivre.	0—3	1—1	1—4	2—1	2—5	3—2	3—5	4—3	5—0	5—3

EXAMEN DES EAUX
DE BOURBON.
PAR M. BURLET.

1707. 6. Avril.

LEs Eaux chaudes de Bourbon n'étoient autrefois en usage que pour baigner : peu de personnes osoient en boire. C'est pour cela qu'on appelle encore aujourd'hui Bourbon l'Archambault, Bourbon les bains.

Ces Eaux avant Mrs Delorme & Aubri, Medecins celebres de Moulins, n'étoient point dans cette réputation où elles sont aujourd'hui. Ce sont eux qui en ont étendu & appliqué l'usage à un grand nombre de maladies interieures, & qui ont appris à n'en pas douter l'abondante boisson.

Il y a trois Puits à Bourbon contigus & placés sur la même ligne, qui communiquent les uns aux autres par des ouvertures, & une même source fournit également l'Eau à ces trois Puits. Elle est presque toûjours à la même hauteur de 7 pieds ou environ, & elle ne décroît pas même dans les chaleurs & les secheresses les plus grandes. L'Eau de ces Puits bout d'une maniere sensible, & elle exhale une fumée assez abondante.

On remarque que la surface de cette Eau, quand elle n'est point agitée, paroît un peu terne, & qu'il s'y forme comme une pellicule grasse & onctueuse, si mince neanmoins & si superficielle, que quelques efforts qu'on fasse, & quelque soin qu'on prenne, on ne peut la recüeillir.

L'Eau de Bourbon est tres-claire & tres-limpide dans le verre, sans presque aucune odeur, d'une chaleur vive, mais qui n'a rien d'âcre ni de brûlant; d'une saveur qui tire sur le salin lixiviel, bien plus foible & bien moins sensible que dans l'Eau de Vichi.

Ayant plongé le même Therm metre dont je me suis servi à Vichi dans le Puits du milieu, la liqueur a monté à prés

prés de 54 lignes ; de maniere que l'Eau de Bourbon a deux degrés de chaleur sur l'Eau la plus chaude de Vichi.

Cette chaleur des Eaux de Bourbon se conserve tres-long-tems, & une eau commune chauffée au même degré, & la plus boüillante même est refroidie, quand celle-cy est encore plus que tiede.

Tout le monde sçait que ces Eaux tirées de leur source, & remises incessamment sur le feu, ne boüillent pas plus promptement que l'eau commune la plus froide. On sçait encore que dans ces Eaux, quoique tres-chaudes, les plantes ne s'y fletrissent point.

Pour découvrir le principe mineral des Eaux de Bourbon, je me suis servi des mêmes essais, & ai presque fait les mêmes experiences que celles que j'ai faites sur les Eaux de Vichi. Voici la difference que j'y ai trouvée.

Ayant mêlé de l'Eau des Bains avec la dissolution de sel de Nitre filtrée, il ne s'y fait ni lait virginal, ni caillé, ni précipitation, l'eau est demeurée claire.

Ayant ajoûté à ce mêlange quelques goutes d'esprit de Vitriol, il s'y est fait dabord un lait virginal, qui s'est précipité ensuite en une espece de caillé blanc. La même chose est arrivée en faisant cette experience sur les Eaux de Vichi.

La dissolution de Couperose qui avoit la couleur d'un verd naissant, mêlée avec l'Eau des Bains, l'a jaunie d'abord, puis y a fait un caillé par floccons, lesquels se précipitant peu à peu ont pris une couleur rougeâtre. Le même changement est arrivé, mais bien plus promptement & plus sensiblement dans les Eaux de Vichi.

L'Eau de Bourbon, non-plus que celle de Vichi, n'a point changé la couleur de la solution du Tournesol.

L'Eau de Bourbon mêlée avec le vinaigre distillé, l'aigre de souffre & les autres acides, boüillonne & fermente, mais plus obscurément que l'Eau de Vichi.

Le papier bleu rougi par l'esprit de Vitriol, a repris aussi sa couleur dans l'Eau de Bourbon.

La poudre de Noix de galles qui donne une couleur de

vin paillet à l'eau de Vichi, n'a point ou peu changé l'Eau de Bourbon.

L'Eau de Vichi verdit le ſirop Violat, celle de Bourbon ne lui donne qu'une couleur de griſdelin.

Cette même Eau mêlée avec l'infuſion de Roſes rouges ſans acide, ne l'a point changée; mais l'ayant mêlée avec la teinture de Roſes rougie par l'eſprit de Vitriol, elle l'a renduë d'un beau violet amarante.

Par tous ces premiers eſſais la raiſon fait d'abord concevoir, que le mineral qui domine dans les Eaux de Bourbon, eſt auſſi un ſel alkali, qui ne paroît gueres different du ſel alkali des Eaux de Vichi. Pour s'en aſſurer davantage, & démêler les autres principes de ces Eaux, j'en ai fait faire l'analyſe de la maniere ſuivante.

J'ai fait mettre 12 livres d'eau des Bains dans une terrine pour la faire évaporer lentement ſur le feu. Dés qu'elle a commencé à chauffer, elle a donné une odeur de mou de vin cuit; & à meſure qu'elle s'eſt évaporée, l'eau s'eſt renduë de plus en plus ſalée au goût.. Il eſt reſté aux bords de la terrine une réſidence blanchâtre, inſipide, & qui craquoit ſous la dent.

L'Eau conſumée & réduite à huit ou neuf onces, je l'ai fait filtrer, il s'en eſt ſeparé & attaché au papier gris une matiere épaiſſe, graſſe & comme mucilagineuſe, qui aprés la filtration finie peſoit une dragme & quinze grains pour le moins.

La liqueur filtrée remiſe ſur le feu s'eſt encore évaporée, & quand elle a commencé à faire une pellicule, je l'ai fait porter à la cave: il s'eſt formé quelques criſtaux fort brillants, tres-minces, & qui paroiſſoient taillés à facettes. Ce que j'en ai pû ramaſſer quand ils ont été deſſechés, ne peſoit que cinq ou ſix grains: leur ſaveur étoit fort douceâtre, & d'un vrai goût lixiviel.

Enfin l'évaporation faite juſqu'à ſiccité, il eſt reſté au fond de la terrine trois gros & plus de deux ſcrupules de réſidence ſaline.

J'ai examiné enſuite toutes ces portions, dont la ſomme

monte à cinq dragmes ou environ : sçavoir, une dragme & quinze grains de matiere mucilagineuse adherente au papier gris, cinq ou six grains de cristaux, trois dragmes & deux scrupules de résidence, & dix ou douze grains de substance blanchâtre ratissée sur les parois de la terrine à mesure que l'eau décroissoit.

M. Duclos par son examen a trouvé que ces Eaux transportées avoient 59 grains de résidence par pinte. M. Geoffroy qui les a examinées sur les lieux en a trouvé soixante & trois. Et par nôtre calcul nous trouvons la même chose, à fort peu de difference prés.

Par l'examen de ces portions separées, il m'a paru que cette substance blanchâtre adherente & qui craque sous la dent, n'est qu'une pure terre alkaline, car elle fermente un peu avec les acides.

Que la matiere mucilagineuse attachée au papier gris, est encore cette même terre, mais mêlée de matiere sulphureuse & de quelque legere portion de fer.

La substance sulphureuse dans cette portion se manifeste d'une maniere sensible en engraissant le papier, & y laissant une impression d'huile. D'ailleurs jettée sur les charbons ardens, elle y rougit d'abord, noircit ensuite en jettant quelques petites étincelles.

Avec le coûteau aimanté j'ai enlevé quelques particules de fer de la terre noire qui est restée aprés l'avoir calcinée.

Les trois gros & deux scrupules de résidence saline contenoient un sel lixiviel, mêlé de quelque portion de terre; & ce sel par tous les assais n'a pas paru different du sel des eaux de Vichi tiré aussi par évaporation. Il a fermenté violemment avec les acides de toutes especes.

Par cette analyse on trouveroit presque les mêmes principes dans les Eaux de Bourbon que dans celles de Vichi, mais dans des proportions differentes.

M. Saignette prétend qu'aprés avoir examiné avec une grande attention la résidence saline des Eaux de Bourbon, & aprés avoir démêlé les differens sels qui la composent,

il a trouvé, ſans pouvoir en douter, preſque portion égale de ſel marin & de ſel alkali; que ces deux ſels lui ont paru fort diſtincts & par leur figure & par les épreuves qu'il en a faites.

Qu'ayant mis 14 livres des Eaux de Bourbon evaporer, il avoit eu aprés une ſuffiſante évaporation par la criſtalliſation à froid, des criſtaux pentagones & hexagones longs, de la figure & du goût du ſel ſucrain, ou ſel calcarius décrit dans M. Liſter, faiſant le maroquin entre les dents, d'une legere ſtipticité, douceâtre, & qui ſe bourſouffloient au feu comme l'alun, ſans avoir d'acidité apparente, non-plus que de ſaveur alkaline. Qu'ayant enſuite fait évaporer la liqueur davantage, il avoit eu des criſtaux de ſel alkali diſtinct, & du ſel ſalin ou marin grumelé, qui ſe trouvoient tels ſans équivoque.

Je n'ai pû verifier cette experience dans toutes ces circonſtances marquées; & dans les trois dragmes & deux ſcrupules de réſidence ſaline qui m'eſt reſtée, je n'y ai pû démêler par les eſſais & reconnoître qu'un ſel alkali, comme je viens de le dire, dont le mêlange avec toute ſorte d'acides excite de violentes fermentations.

M. Geoffroy dans le Memoire qu'il m'a communiqué, aſſure qu'aprés beaucoup de recherche, & aprés l'examen le plus exact du ſel contenu dans la réſidence de ces Eaux, il avoit reconnu un peu de ſel marin mêlé avec le ſel alkali mineral de ces Eaux.

Il me reſte encore quatre ou cinq onces de réſidence que j'ai eu la précaution d'apporter; je l'examinerai avec M. Geoffroy, quand il lui plaira, afin de déterminer, s'il eſt poſſible, ſous quelle quantité & ſous quelle proportion ce ſel ſe trouve mêlé dans les Eaux de Bourbon. Car qu'il y ſoit preſque en partie égale avec l'alkali mineral, il y a beaucoup lieu d'en douter, quoiqu'en diſe M. Saignette, & les Medecins des lieux qui ont ſouvent fait l'analyſe de leurs Eaux, le nient fort poſitivement.

Un Auteur moderne qui depuis quelques années ſous le nom de Paſcal, a donné un Traité des Eaux de Bourbon,

rejette la plûpart des analyses de ces Eaux faites par le secours du feu. Il prétend que si l'on fait évaporer ces Eaux au Soleil, le sel tiré par cette évaporation lente & douce, est fort different de celui tiré par le moïen du feu ; qu'il touche les acides, sans les exciter à aucune fermentation sensible ; qu'il ne précipite aucune dissolution faite par un menstruë acide, & en un mot qu'il n'est point alkali. Il avance que le sel des Eaux de Bourbon a le caractere d'un sel Androgin, & qu'il est composé d'un acide volatil & d'un alkali fixe, dont l'alliage qui n'est pas à l'épreuve du feu, à cause qu'il est trop âcre & trop penetrant, résiste à la chaleur du Soleil qui évapore ces Eaux d'une maniere lente & douce, & fait ou que ce sel demeure dans son entier, ou qu'une partie de son volatil s'y conserve, & que ce qu'il y a de fixe en demeurant empreint, il n'est capable d'aucuns de ces effets qui conviennent aux sels lixivieux que le feu a rendus ouverts, vuides & permeables aux acides. Il ajoûte qu'il y a dans les Eaux de Bourbon un autre principe actif intimément répandu, un souffre vif, mobile, animé, qui n'est sensible que par sa chaleur, qui par sa subtilité & sa dissipation prompte échape à toutes les recherches analytiques de la Chimie, qui pour la plûpart sont tres-infideles, & qui par consequent ne peuvent nous donner que des fausses ou tres-imparfaites connoissances des principes des mixtes. C'est donc, selon lui, un sel nitreux purifié, rempli de parties volatiles, qui est le sel naturel des Eaux de Bourbon, & non ce sel alkali fixe qui nous reste aprés l'évaporation, & qui n'est tel que par l'action du feu. Cet Auteur soûtient son hypothese par beaucoup de preuves & d'experiences bien raisonnées.

Il est trop vrai, & je l'avouë avec lui, qu'il y a dans les Eaux de Bourbon & vrai-semblablement dans celles de Vichi, dont j'ai déja parlé, & dans toutes les Eaux minerales chaudes beaucoup de parties volatiles & sulphureuses, qui ne restent point dans les résidences : mais je ne puis croire que le sel tiré par l'évaporation du Soleil, soit

ſi different de celui tiré par celle du feu ; que l'action des rayons du Soleil ſoit ſi lente & ſi douce, qu'elle ne change preſque point la tiſſure du ſel des Eaux, & qu'on le retrouve ſous ſa forme naturelle.

La ſaiſon trop avancée & le peu de ſéjour que j'ai fait à Bourbon ne m'ont pas permis de verifier cette experience de l'évaporation des Eaux par le Soleil ; & l'Auteur même avouë qu'elle lui a été communiquée, & qu'il n'a pû la faire lui-même. Il eſt certain que l'évaporation faite au Bain de ſable laiſſe un ſel vraiement alkali ; cette évaporation neanmoins eſt lente & douce. Et s'il faut raiſonner des Eaux de Bourbon par rapport à celles de Vichi, le ſel qui naturellement & ſans le ſecours d'aucun agent étranger s'éleve de ces dernieres, & ſe criſtalliſe aux voûtes pendant l'hyver, n'eſt point different de celui qu'on retire par le feu, il eſt alkali & prouvé tel par tous les eſſais.

Il ſeroit inutile de s'étendre davantage ſur la diſcuſſion & la recherche des principes mineraux des Eaux de Bourbon. Dans ces matieres il eſt des bornes qu'on ne peut gueres outrepaſſer.

Il me reſte à dire quelque choſe des vertus medecinales de ces Eaux : mais elles ſont ſi univerſellement reconnuës, & on en a déja tant écrit, que je me contenterai de rapporter quelques obſervations que j'ai eu lieu de faire, qui peuvent être de quelque utilité dans la pratique de ces Eaux.

Comme elles ſont fort peu purgatives, & qu'il eſt d'uſage de les aider, ou par le mêlange des Eaux de Vichi qui le ſont beaucoup plus, ou par l'addition de quelques ſels, comme le ſel Vegetal, la crême de Tartre, le ſel Polycreſte de la Rochelle, &c. j'ai trouvé que l'*Arcanum duplicatum* de Mynſich, qu'il nomme autrement *Sal è duobus, ſal ſapientiæ* leur donnoit une efficacité bien ſuperieure à celle de tous ces autres ſels, & que les perſonnes qui n'étoient point purgées avec le ſecours de ces ſels ordinaires, l'étoient beaucoup par l'addition de celui-ci. On ne le connoiſſoit point du tout à Vichi & à Bourbon,

& aucun des Medecins n'en avoit fait usage. On sçait que ce sel est tiré de la tête morte de la distillation de l'eau forte, & que c'est par consequent un sel lixiviel bien alkalisé, qui résulte de la partie fixe du nitre & du vitriol. Il a une legere stipticité mêlée de quelque amertume, qui le rend fort subtil & fort penetrant. Il se fond tres-aisément, il s'allie avec le sel naturel de ces Eaux, dont il augmente de beaucoup la vertu purgative, sans qu'elles en agissent moins pour cela par les voies des urines & celles de la transpiration. J'en ai vû de merveilleux effets, & je ne doute point que dans la suite ce sel ne devienne & à Vichi & à Bourbon d'un usage tres-familier. La dose est d'ordinaire d'un gros & demi à deux gros dans les deux premiers verres de boisson, de deux jours l'un, ou même tous les jours, quand les Eaux sont lentes & qu'elles ne purgent point, comme il arrive tres-souvent.

J'ai remarqué qu'on vomit aisément ces Eaux quand on en boit trop, surtout les premiers jours, & qu'on en presse la boisson.

L'Eau de Bourbon prise en lavement adoucit beaucoup, elle resserre même, & on s'en sert dans les dyssenteries, aussi-bien que dans les coliques. On la donne chaude comme elle sort des Puits, sans que les malades se plaignent de sa trop grande chaleur. On ne pourroit recevoir ni retenir une Eau commune chauffée au même degré.

Quand il faut fondre, redonner aux liqueurs leur premiere fluidité, ranimer dans le sang & dans les visceres les levains qui s'y trouvent déprimés & languissans, c'est pour lors qu'elles agissent presque à coup sûr : mais si elles trouvent des humeurs trop mobiles & des fermens agités, elles causent les plus souvent du desordre, & on est obligé d'en faire cesser l'usage. Elles sont cependant bien moins vives, & ont quelque chose de plus doux & de plus balsamique que celles de Vichi. Le merite de ces Eaux, comme de tous les autres remedes, dépend beaucoup de la justesse de leur application.

Il est bien important que les malades qui ont bû & pris

les Bains de Bourbon évitent pendant quelque tems avec toutes sortes de précautions les injures de l'air, & surtout les vents du Nord, les pluies, les broüillards; parceque leurs corps par l'action de ces Eaux animées se trouvant tout ouverts & comme percés à jour, s'il m'est permis de me servir de cette expression, la moindre impression du froid les resserre, il se fait des reflux de la matiere transpirable, d'où naissent de grandes & subites maladies. C'est pour cette raison que la saison Printanniere qui devance l'Esté est préferable a celle de l'Automne que l'Hyver suit de si prés, & les malades n'ont pas les mêmes accidens à craindre au retour des Eaux. Tous les Praticiens qui ont manié les Eaux n'ont pas manqué de faire cette observation, & elle m'a bien été confirmée par ce qui arriva & que je ne pûs empêcher à l'Illustre Malade que j'avois l'honneur d'accompagner. En revenant de Bourbon il ne ressentit que tres-legerement l'impression d'un broüillard pour avoir eu fort peu de tems une des glaces de son carrosse baissée, & dans le moment il eut une fluxion considerable sur le visage & la langue, qui ne cessa qu'à mesure qu'on le rechauffa, & que la transpiration interceptée fut rétablie.

OBSERVATIONS

De Saturne, de Mars & d'Aldebaram vers le tems de la conjonction de Saturne avec Mars, au mois de Septembre 1706 à l'Observatoire.

PAR M. DE LA HIRE

1707. 13. Avril.

LEs deux Planetes Saturne & Mars étant fort proche l'une de l'autre & peu éloignées de l'œil du Taureau *Aldebaram* dans le tems de leur conjonction, je crus qu'il falloit les observer avec soin comme étant des points qui peuvent servir à rectifier leurs mouvemens.

Je

Je commençay donc dés le 6e Septembre au matin à observer leur passage au meridien & leur hauteur meridienne, & je trouvay que le centre de Mars passa au meridien à 5° 0′ 56″, & sa vraïe hauteur meridienne étoit de 60° 4′ 38″, Le centre de Saturne passa ensuite au meridien à 5^h 10′ 43″, & sa vraie hauteur meridienne étoit de 60° 3′ 43, ensorte que leur difference de declinaison n'étoit pas d'une minute.

Aldebaram passa aussi au meridien un peu aprés à 5^h 21′ 33″; & sa vraie hauteur meridienne étoit de 57° 3′ 22″.

Le 7e au matin le centre de Mars passa au meridien à 4^h 59′ 9″, sa vraie hauteur meridienne étoit de 60° 11′ 28″.

Saturne passa ensuite au meridien à 5^h 7′ 13″, & sa vraie hauteur meridienne étoit de 60° 3′ 48″.

Aldebaram passa au meridien à 5^h 17′ 59″, & je trouvay sa vraie hauteur meridienne de 57° 3′ 12″.

Le 8e au matin le centre de Mars passa au meridien à 4^h 57′ 19″, sa vraie hauteur meridienne étoit de 60° 16′ 48″.

Le centre de Saturne passa au meridien à 5^h 3′ 41″, & sa vraie hauteur meridienne étoit de 60° 5′ 58″.

Aldebaram vint aprés au meridien à 5^h 14′ 16″, & sa vraie hauteur meridienne étoit de 57° 3′ 12″ comme le jour précedent, & moindre que le 6e de 10″, c'est pourquoy dans la suite nous prendrons pour cette hauteur 57° 3′ 15″.

Le 10e le centre de Mars passa au meridien à 4^h 53′ 33″.

Le centre de Saturne y passa ensuite à 4^h 56′ 33″, & sa vraie hauteur meridienne étoit de 60° 4′ 18″.

Le 11e au matin qui étoit le jour de la conjonction, le centre de Mars passa au meridien à 4^h 51′ 40″, sa vraie hauteur meridienne étoit de 60° 34′ 49″.

Le centre de Saturne y passa ensuite à 4^h 53′ 1″, & sa vraie hauteur meridienne étoit de 60° 3′ 49″.

J'observay un peu aprés à 5^h 11′ avec le micrometre la distance entre Mars & Saturne, & je la trouvay de 36′ 16″.

Aldebaram avoit dû passer à 3^h 3′ 34″, comme je l'ay conclû des observations précedentes & de la suivante.

Le 13e au matin Saturne précedoit Mars, & son centre passa au meridien à $4^h 45' 53''$, sa vraie hauteur meridienne étoit de $60^\circ 3' 38''$.

Le centre de Mars passa ensuite au meridien à $4^h 47' 45''$, & sa vraie hauteur meridienne étoit de $60^\circ 45' 49''$.

Aldebaram vint aprés au meridien à $4^h 56' 23''$.

Je pris aussi à $5^h 15'$ avec le micrometre la distance entre Mars & Saturne, & je la trouvay de $50'$.

On peut connoître par la suite de ces observations le mouvement de ces Planetes, tant entr'elles que par rapport à Aldebaram, tant en ascension droite qu'en déclinaison, & j'ay conclu que ces deux Planetes ont été en conjonction ascensionnelle le 11e Septembre à $9^h 9'$ du soir, & que leur difference de déclinaison étoit alors de $34' 54''$ dont Mars étoit plus Septentrional. Car au tems de la conjonction la vraie hauteur du centre de Mars auroit été de $60^\circ 38' 33''$, & celle de Saturne de $60^\circ 3' 39''$ dans le parallele de l'Observatoire. Et posant la hauteur de l'Equateur de $41^\circ 10' 0''$, on a la declinaison Septentrionale de Saturne de $18^\circ 53' 39''$, & celle de Mars de $19^\circ 28' 33''$.

Mais aussi la vraie hauteur meridienne d'Aldebaram étant de $57^\circ 3' 15''$, il s'ensuit que la difference de déclinaison entre Aldebaram & Saturne étoit de $3^\circ 0' 24''$ dont Saturne étoit plus Septentrional.

Maintenant pour ce qui est de l'ascension droite, on sçait qu'Aldebaram passa au meridien le 11e à $5^h 3' 34''$ du matin; & comme on voit aussi que Saturne ne se rapproche d'Aldebaram que de $1''$ par jour, on aura au tems de la conjonction la distance de Saturne à Aldebaram de $10' 32''$ d'heure: mais ayant converti cette distance en degrés de l'Equateur, on auroit $2^\circ 38'$. Mais à cause du mouvement propre du Soleil pendant ces $10' 32''$ qui sera alors de $25''$ de degré, on aura pour la difference ascensionelle de Saturne à Aldebaram au tems de la conjonction $2^\circ 37' 35''$.

Enfin si je pose l'ascension droite d'Aldebaram dans ce même tems comme elle se trouve par mes Tables de 64°

46′ 26″, celle de Saturne sera au tems de sa conjonction en ascension droite avec Mars de 62° 8′ 51″.

Le Pere Goüye m'ayant communiqué les observations de la même conjonction de ces Planetes, lesquelles ont été faites à Marseille par le P. Laval Professeur Royal d'Hydrographie dans l'Observatoire des PP. Jesuites, je les ay comparées avec les miennes que je viens de rapporter.

La methode dont le P. Laval s'est servi est un peu differente de la mienne; cependant il a toûjours comparé Saturne & Mars avec Aldebaram comme j'ay fait, & il rapporte aussi plusieurs hauteurs meridiennes de cette Etoile ce qui sert à confirmer la hauteur du Pole à Marseille.

Premierement ayant pris un milieu entre toutes les hauteurs meridiennes de l'Etoile Aldebaram à Marseille, lesquelles ne sont éloignées les unes des autres que de quelques secondes, on la posera au tems de ces observations de 62° 34′ 28″, dont ôtant la refraction de 38″ pour cette hauteur, il restera pour la vraie hauteur d'Aldebaram 62° 33′ 50″. Mais par les observations précedentes je l'ay déterminée à l'Observatoire de 57° 3′ 15″; donc la difference de hauteur de Pole ou de latitude entre l'Observatoire Royal à Paris & l'Observatoire des PP. Jesuites à Marseille sera de 5° 30′ 35″, à 20″ prés de celle que j'avois donnée dans mes Tables sur d'autres observations faites dans la même Ville, mais peut-être en des lieux un peu differens.

Maintenant pour ce qui est de Saturne si je prends un milieu entre les hauteurs meridiennes observées par le P. Laval le 11 & le 13 Septembre, lesquelles sont peu differentes entre elles, & dans un tems où Saturne ne changeoit pas sensiblement de hauteur, j'auray 65° 35′ 20″, dont ôtant la refraction de 33″ il restera 65° 34′ 47″, & je l'ay trouvée icy de 60° 3′ 39″, donc difference 5° 31′ 8″, & par Aldebaram nous avons 5° 30′ 35, ce qui ne differe pas d'une demi-minute.

Pour Mars comme ſa declinaiſon changeoit conſidera-blement chaque jour, il faut en comparer les obſervations ſéparément, & ajoûter 3″ pour le changement de hauteur qui arrive à cauſe de la difference des meridiens pour rap-porter l'obſervation de Marſeille à celle de Paris.

Le 9e Septembre le P. Laval obſerva la vraie hauteur meridienne de Mars corrigée par la refraction & par la difference des meridiens de 65° 54′ 1″, & à Paris je l'ay concluë des précedentes & des ſuivantes que j'avois faites de 60° 22′ 49″; d'où l'on tire la difference des meridiens de 5° 31′ 12″ qui eſt plus grande de 37″ que celle qu'on tire des obſervations d'Aldebaram.

Le 10 Septembre le P. Laval obſerva la vraie hauteur meridienne de Mars corrigée comme la précedente de 65° 59′ 1″, & je l'ay trouvée icy de 60° 28′ 49″, ce qui don-ne une difference de hauteur de 5° 30′ 12″ plus petite de 23″. que celle qu'on a determinée par Aldebaram.

Mais ſi l'on prend un milieu entre ces deux differences dont l'une eſt plus grande & l'autre plus petite, on en aura une moïenne de 5° 30′ 23″½, qui n'eſt differente de celle trouvée par Aldebaram que de 11″½ ce qui ne merite pas d'y faire attention.

Il reſte à comparer les differences aſcenſionelles de ces Planetes avec Aldebaram. On obſerva à Marſeille le 11 Septembre la difference du paſſage par le meridien entre Saturne & Aldebaram de 10′ 20″, & à Paris je l'avois trou-vée de 10′ 33″, donc la difference ſera de 13. Le 12 à Mar-ſeille de 10′ 27″, à Paris de 10′ 31″, difference 4″, ce qui n'eſt que peu éloigné.

Pour Mars le 11 Septembre la difference des paſſages par le meridien entre la Planete & l'Etoile à Marſeille de 11′ 40″, & à Paris de 11′ 54″, difference 14″. Le 12 la diffe-rence de ces paſſages étoit à Marſeille de 10′ 11″, & à Paris de 10′ 15″, difference 4″. Ces differentes differences peu-vent venir de la poſition du quart de cercle du P. Laval, lequel n'eſt pas arrêté fixe dans le meridien comme celui dont nous nous ſervons; & il peut arriver qu'en baiſſant

ou élevant le quart de cercle pour obſerver ces deux Aſtres l'un aprés l'autre, il change de vertical ; car ſans cela ces ſortes d'obſervations doivent s'accorder entr'elles à une ou deux ſecondes prés. Mais quoique ce ſoit qui en puiſſe être la cauſe, elles ne ſont pas aſſez conſiderables pour n'en pas conclure le tems de la conjonction de ces Planetes en aſcenſion droite à trés-peu prés, comme on les a déterminées cy-devant.

J'ay ſuppoſé icy que la difference des meridiens entre l'Obſervatoire Royal & Marſeille étoit de 12′ 30″ d'heure comme elle eſt marquée dans mes Tables, ce qui ſe confirme par les obſervations ſuivantes de l'Immerſion du premier Satellite de Jupiter dans ſon ombre faites en Decembre 1706, que le P. Laval avoit ajoûtées à ſon Memoire, & dont j'en ay faite une à l'Obſervatoire.

Le 2 Decembre 1706 à 3h 12′ 31″ du matin à Marſeille.
Le 9 à 5 2 19 du matin à Marſeille.
Le 9 à 4 50 13 du matin à l'Obſervatoire à Paris.

Donc la difference des meridiens entre Paris & Marſeille ſera de 12 6 dont Marſeille eſt plus Oriental.

Le 18 à 1 20 30 du matin à Marſeille.

OBSERVATION SUR LA GLANDE PITUITAIRE D'UN HOMME.

PAR M. LITTRE.

1707.

AVant que de rapporter cette obſervation, je dois, afin qu'on la comprenne mieux faire une deſcription exacte de cette Glande. Pour cela je joindrai ce

que j'y ai découvert de nouveau à ce que les autres Anatomiſtes en ont dit avant moi, Je dois même, pour une plus parfaite intelligence, dire un mot de quelques autres parties qui ont une liaiſon étroite avec la même Glande: telles ſont les ventricules du cerveau & du cervelet, les plexus choroïdes, & l'entonnoir.

La Glande pituitaire eſt ſituée au dedans du crane dans une cavité, qu'on appelle la ſelle de l'os ſphenoïde. La dure mere, étant parvenuë aux bords de cette cavité, ſe diviſe, ſuivant ſon épaiſſeur, en deux parties, inferieure & ſuperieure: l'inferieure tapiſſe la cavité, s'attache à l'os par-deſſous, fait par-deſſus une petite foſſe, & forme dans ſon épaiſſeur, vers le milieu de la cavité, un ſinus de cinq lignes de longueur ſur une de largeur, qui eſt ſitué dans le ſens du travers de la tête, & qu'à cauſe de cela j'appellerai tranſverſal. La petite foſſe eſt placée à la partie poſterieure de la ſelle: ſes bords ſont percés par les côtés de pluſieurs petits trous, & elle communique quelquefois par un ou deux autres petits trous avec un ſinus de la dure-mere, qui eſt ſitué derriere l'apophyſe clinoïde poſterieure.

La partie ſuperieure de la dure-mere couvre & ferme le deſſus de la ſelle, hormis vers le milieu, où elle eſt percée d'un trou rond, d'une ligne de diametre. Cette membrane eſt épaiſſe, opaque & relevée aux bords de la ſelle, & y eſt attachée aux apophiſes clinoïdes: dans le reſte elle eſt déliée, tranſparente, enfoncée & colée à la partie ſuperieure de la Glande pituitaire qui eſt au deſſous. Enfin on obſerve dans l'épaiſſeur de la même partie ſuperieure de la dure-mere, un ſinus de figure ovale, qui entoure le deſſus de cette Glande.

La Glande pituitaire eſt ſuſpenduë dans la ſelle du ſphenoïde par la partie ſuperieure de la dure-mere à laquelle elle eſt colée; de ſorte qu'un petit ſtilet paſſe d'un côté à l'autre entre cette Glande & la membrane qui tapiſſe la ſelle: elle eſt cependant attachée en deſſous & à l'entour par quantité de filets d'arteres & de nerfs,

dont les intervalles sont remplis de sang, qui est tenu & d'un rouge clair. Ainsi la Glande pituitaire trempe à nud dans le sang.

Cette Glande a six à sept lignes de droit à gauche, quatre du devant au derriere, & deux du haut en bas: elle est envelopée d'une membrane qui est mince, mais d'un tissu trés-serré, adherante au corps de la Glande, & percée d'un petit trou, qui répond à celui de la partie superieure de la dure-mere, dont on vient de parler.

La même Glande est parsemée de quelques fibres charnuës, & d'un grand nombre de nerfs, d'atteres & de veines: les nerfs viennent de la sixiéme paire & de la branche anterieure de la cinquiéme, & les arteres des carotides interieures & du rets admirable de Galien, les veines vont se rendre dans le sinus ovale & dans le transversal. Enfin elle est composée de deux parties de differente substance, dont l'une est de couleur cendrée, & l'autre de couleur rougeâtre.

La partie cendrée fait environ le tiers de la Glande pituitaire: elle est molle, convexe, composée de vesicules remplies d'une liqueur blanche, & elle est située à la partie posterieure de la Glande dans la petite fosse dont on a parlé: la membrane, qui forme cette fosse, y tient la partie cendrée fortement attachée, & la sépare en partie de la rougeâtre en s'insinuant entre les deux.

La partie rougeâtre de la Glande pituitaire est un peu applatie en sa partie superieure, & convexe dans les autres: elle est d'un tissu serré, & parsemé de vesicules plus petites que celles de la cendrée; & qui contiennent une liqueur beaucoup plus blanche & plus tenuë.

On remarque entre les deux parties de la Glande pituitaire á l'endroit de leur union, une cavité commune d'une ligne & demie de diametre, dans laquelle on observe quantité de petits trous, dont les plus sensibles appartiennent à la partie cendrée.

Il y a aux côtés de la selle deux sinus, l'un à droit &

l'autre à gauche, qu'on appelle les ſinus inferieurs de la ſelle. Ils commencent aux fentes irregulieres de cet os, & ſe terminent dans les foſſes jugulaires, où ils portent le ſang qui revient des yeux, de cette Glande, & de la ſelle.

Les deux ſinus inferieurs de la ſelle du ſphenoïde ont quelque choſe de ſingulier dans la partie qui répond à la Glande pituitaire. 1°. Cette partie eſt ouverte du côté de la Glande, le reſte fait un canal. 2°. Les deux ſinus y communiquent enſemble par le ſinus tranſverſal, & par les intervalles qui ſont entre la Glande pituitaire, & la membrane qui tapiſſe la ſelle.

3°. La même partie de ces deux ſinus fournit une portion du ſang dans lequel trempe la Glande pituitaire, & l'autre eſt fournie par les ſinus ovale & tranſverſal. Enfin elle contient dans ſa cavité partie du rets admirable, des carotides interieures, des nerfs de la ſixiéme paire, des moteurs des yeux, des pathetiques, &c. On n'obſerve pas de même qu'il paſſe ni nerfs, ni arteres par la cavité des autres ſinus de la dure-mere.

Le rets admirable eſt une eſpece de rezeau placé aux deux côtés de la ſelle du ſphenoïde : il eſt composé d'un trés-grand nombre de petits rameaux de nerfs & d'arteres, qui communiquent enſemble dans une infinité d'endroits, c'eſt-à-dire les nerfs avec les nerfs, & les arteres avec les arteres. Une partie de ces rameaux, aprés s'être ſeparés du reſte du rezeau, va ſe rendre de part & d'autre à la Glande pituitaire. Les nerfs viennent de la ſixiéme paire & de la branche anterieure de la cinquiéme, & les arteres des carotides interieures.

Les ventricules du cerveau & du cervelet communiquent entre eux par le moïen de l'entonnoir, & ils contiennent chacun de l'air & de la lymphe, de même que l'eſpace qui eſt entre la pie-mere & la dure-mere.

On remarque toûjours que la ſurface interieure des ventricules eſt humide, auſſi-bien que la ſurface exterieure de la pie-mere & l'interieure de la dure-mere, ce qui vient

vient d'une lymphe qu'on trouve toûjours dans la cavité des ventricules, & dans l'espace qui est entre la pie & la dure-mere, surtout dans les parties les plus basses.

On ne peut pas douter qu'il n'y ait aussi de l'air, parcequ'il reste toûjours dans les ventricules & entre la pie & la dure-mere, un espace vuide de tout corps sensible, qui doit être rempli par l'air, d'autant plus que si, dans le tems qu'on fait un petit trou aux parois des ventricules ou à la dure-mere, on pese sur ces parties, & qu'il y ait tout auprés une petite bougie allumée, la flamme de cette bougie ne manque pas d'être agitée.

Quant aux sources de l'air & de la lymphe, qu'on observe dans les ventricules, il y a tout lieu de croire que ce sont les glandes des plexus choroïdes, & que les glandes de la dure-mere fournissent l'air & la lymphe, qu'on trouve entre cette membrane & la pie-mere.

Les plexus choroïdes sont des membranes minces, qui tapissent une partie des ventricules du cerveau & du cervelet, & qui sont parsemées de beaucoup de vaisseaux & de glandes, dont les conduits excretoires s'ouvrent dans la cavité de ces ventricules.

Ce qu'on appelle l'entonnoir dans le cerveau, est un tuyau perpendiculaire à la base du crane, & qui est fort semblable à un entonnoir ordinaire : sa partie étroite, qui est en bas, aboutit à la partie superieure moyenne posterieure de la glande pituitaire, aprés avoir passé par le trou de la dure-mere, & par celui de la membrane propre de cette glande.

Ayant expliqué la structure de la glande pituitaire, & dit quelque chose des parties, avec lesquelles elle a beaucoup de liaison, je vais tâcher d'en expliquer les usages.

Je commence par les plexus choroïdes. Ces deux membranes ont deux principaux usages, l'un de distribuer par leurs arteres du sang aux ventricules, & l'autre de separer du sang par le moyen de leurs glandes, de l'air, & de la lymphe, qu'elles versent ensuite dans les ventricules par leurs conduits excretoires.

Les ventricules du cerveau servent à recevoir & à contenir l'air & la lymphe, qui sont filtrés par les glandes des plexus choroïdes. On peut donner les mêmes usages à l'espace qui est entre la pie & la dure-mere, à l'égard de l'air & de la lymphe, que les glandes de la dure-mere y déposent par leurs conduits excretoires.

L'usage de l'air enfermé dans les ventricules est, 1o. De soûtenir par son ressort leurs parois, qui sont fort molles, contre le poids du cerveau, & consequemment d'empêcher qu'elles ne se touchent & ne se colent ensemble à cause de leur viscosité.

2o. De contrebalancer l'action du ressort de l'air, qui est entre la pie & la dure-mere. 3°. D'entretenir la fluidité de la lymphe répanduë dans ces ventricules.

L'air placé entre la pie & la dure-mere a les mêmes usages par rapport à ces deux membranes, à la lymphe qu'elles contiennent entr'elles, & à l'air qui est dans les ventricules.

On remarque dans le cerveau deux mouvemens fort sensibles, l'un de dilatation, & l'autre de contraction. Ces deux mouvemens se succedent l'un à l'autre sans interruption durant la vie de l'animal. Le premier est causé par l'impulsion du sang arteriel, & le second par le ressort des parties solides qui composent le cerveau, & par le ressort de l'air qui est contenu dans les ventricules & entre la pie & la dure-mere.

Dans la dilatation, qui arrive parcequ'il entre beaucoup plus de sang dans le cerveau par les arteres, qu'il n'en sort par les veines qui apparemment se trouvent alors plus pressées, le cerveau doit acquerir plus de volume, remplir davantage la capacité du crane, & les parois de ses ventricules s'épaissir & s'approcher beaucoup les unes des autres, & par consequent l'air des ventricules & celui qui est entre la pie & la dure-mere doivent être réduits en une tres-petite masse, & dans cet état ils peuvent tout au plus empêcher que les parois des ventricules & la pie & la dure-mere ne se touchent & ne se colent.

Dans la contraction du cerveau, le cœur étant relaché, n'y pousse plus de sang, & une portion de celui qui y est s'écoule par les veines : l'air des ventricules & celui qui est entre la pie & la dure-mere, n'étant plus si pressés qu'auparavant, se débandent ; & ayant le crane pour appui, compriment à leur tour le cerveau, l'un de dedans en dehors, & l'autre de dehors en dedans. Par ce moyen ils forcent le sang de passer des veines du cerveau dans les sinus de la dure-mere pour retourner déla au cœur, & ils expriment en même tems des glandes du cerveau, la partie la plus subtile du sang, qui, en étant separé, s'appelle esprit animal : le ressort des parties solides, dont le cerveau est composé, ne contribuënt pas peu à la production de ces deux effets.

Pendant la contraction le cerveau est donc réduit en une plus petite masse, & remplit moins la capacité du crane ; parceque ses parties, qui avoient été fort élargies durant la dilatation, sont alors rétrecies ayant repris leur premier volume, & par consequent la cavité des ventricules se doit trouver plus ample, aussi-bien que la pie & la dure-mere, celle-cy restant toûjours attachée à la surface interieure du crane.

L'air & la lymphe contenus entre la pie & la dure-mere & dans les ventricules, en sont chassés dans le tems de la dilatation du cerveau ; parce qu'alors le cerveau augmentant beaucoup de volume, presse fortement ces deux liquides, & en fait sortir une partie.

L'air & la lymphe, qui sont entre la pie & la dure-mere, s'en échapent peut-être par des conduits particuliers de la dure-mere, dont un bout perce la surface interieure de cette membrane, & l'autre s'ouvre dans ses veines. Il y a apparemment de semblables conduits dans le pericarde & dans les ligamens des articles, par où la lymphe & la synonie s'échapent de leurs cavités. L'air & la lymphe des ventricules tombent dans l'entonnoir avec lequel ils communiquent, & où l'on trouve toûjours une liqueur semblable à celle qui est dans les ventricules. Delà cet

air & cette lymphe paſſent dans la cavité commune de la glande pituitaire.

Cependant comme quelques parties des ventricules ſont fort baſſes par rapport au lieu de leur décharge, on pourroit faciliter l'écoulement de cette lymphe dans l'entonnoir, en donnant differentes ſituations à la tête. Par exemple, lorſqu'elle penche en devant, l'air & la lymphe s'écoulent facilement du cervelet & de la partie poſterieure des ventricules du cerveau ; quand la tête penche en arriere, la décharge de la partie anterieure des ventricules du cerveau eſt aiſée ; enfin la partie moyenne des ventricules du cerveau ſe vuide ſans peine, ſi nous penchons la tête tantôt d'un côté, tantôt de l'autre. Sans ce ſecours l'air & la lymphe pourroient s'amaſſer en trop grande quantité dans le ventricule, y croupir, y contracter de mauvaiſes qualités, & devenir par-là des cauſes de maladies tres-fâcheuſes.

Quant au rets admirable, ſon uſage eſt vrai-ſemblablement de briſer & d'affiner le ſang & les eſprits, en faiſant heurter & froiſſer leurs parties les unes contre les autres, par le moyen des communications infinies qu'il y a entre les nerfs & les arteres qui le compoſent, & de les diſtribuer aprés cette préparation à la glande pituitaire.

Pour ce qui regarde les uſages de la glande pituitaire, j'ai fait, pour les découvrir, les experiences ſuivantes ſur des corps de perſonnes mortes ſubitement de coups, de chûtes, de bleſſures, &c.

Premiere Experience. Si on ſouffle dans l'entonnoir, la partie cendrée de la glande pituitaire s'enfle, & la partie rougeâtre ne s'enfle pas.

Seconde Experience. Lorſqu'on preſſe la partie rougeâtre de la glande, il tombe une liqueur fort blanche dans la cavité commune ; mais il n'y en tombe aucune quand on preſſe la partie cendrée.

Troiſiéme Experience. Si ayant bien eſſuyé la cavité commune, & piqué avec une épingle la partie cendrée en tout autre endroit qu'en celui qui répond à la cavité

commune, on presse la partie rougeâtre, on voit tomber comme auparavant dans la cavité commune une liqueur blanche qui vient immediatement de la partie rougeâtre, & on voit aussi en même tems sortir par les trous, qui ont été faits à la partie cendrée, une liqueur moins blanche que la premiere, mais qui devient plus blanche à mesure qu'on continuë à comprimer par reprises la partie rougeâ- de la glande.

Quatriéme Experience. Si on pique la partie rougeâtre, & qu'ensuite on presse la cendrée, il ne coule aucune liqueur, ni dans la cavité commune, ni par les piqueures faites à la partie rougeâtre.

De ces quatre Experiences on peut conclure, 1°. Que l'entonnoir & les deux parties de la glande pituitaire communiquent avec la cavité commune de cette glande. 2°. Que la partie rougeâtre de la glande communique avec la cendrée en deux manieres, sçavoir immediatement par elle-même, & mediatement par la cavité commune.

3°. Que la partie cendrée est le lieu du concours de la lymphe des ventricules du cerveau, & de la liqueur blanche de la partie rougeâtre. 4°. Que les petits trous qu'on voit dans la cavité commune, & qui appartiennent à la partie rougeâtre, sont l'extremité d'autant de conduits excretoires des vesicules de cette partie.

5°. Que les petits trous, qu'on observe dans la cavité commune, & qui appartiennent à la partie cendrée, sont les embouchures d'autant de petits tuyaux de communication entre la cavité commune & les vesicules de la partie cendrée.

6°. Que les vesicules de la partie rougeâtre de la glande pituitaire sont glanduleuses, & qu'elles separent du sang qui leur est fourni par les rets admirable, une liqueur blanche tenuë, & vrai semblablement pleine d'esprits, qui étant déposée dans leur cavité, une partie est portée par leur conduit de décharge dans la cavité commune, & l'autre immediatement dans les vesicules de la partie

cendrée. Les dernieres vesicules sont peut être de simples vesicules, & ne font que recevoir, peut-être aussi ont-elles des grains glanduleux comme les vesicules de la partie rougeâtre, & filtrent comme elles une liqueur particuliere.

7°. Que la lymphe des ventricules du cerveau, & la liqueur blanche de la partie rougeâtre de la glande pituitaire, étant parvenuës dans la cavité commune de cette glande, s'y mêlent ensemble, & qu'aprés leur mêlange elles passent dans les vesicules de la partie cendrée par les trous qui répondent de la cavité commune à cette partie, de même que l'air qu'on y souffle par l'entonnoir.

8°. Que ces deux liqueurs se mêlent dans les vesicules de la partie cendrée avec celle qui y coule immediatement de la partie rougeâtre, & peut-être même avec une quatriéme filtrée par les grains glanduleux, dont ces vesicules peuvent être munies.

9°. Que toutes ces liqueurs ainsi mêlées & confonduës ensemble passent dans les veines de la glande par les conduits de décharge des vesicules de la partie cendrée; de ces veines elles passent avec le sang dans le sinus ovale & dans le transversal; de ces sinus dans la selle du sphenoïde, où elles donnent au sang qu'on y trouve la tenuité & la couleur vermeille qu'on remarque dans ce sang; Enfin ces liqueurs sont portées de la selle dans les sinus inferieurs, & delà dans les fosses jugulaires.

Le mêlange de la lymphe des ventricules avec les liqueurs blanches de la glande pituitaire est necessaire, afin que cette lymphe, qui a perdu beaucoup de sa fluidité dans les ventricules, soit détrempée & renduë plus coulante & plus subtile par les autres liqueurs, qui sont plus tenuës & plus spiritueuses. Sans cela elle ne pourroit nullement penetrer la glande pour se remêler avec le sang, & continuer la circulation.

Le mêlange de la lymphe des ventricules avec les liqueurs blanches de la glande pituitaire, n'est pas le seul

moyen, dont l'Auteur de la nature s'est servi pour assurer & faciliter son passage par cette glande. En voici plusieurs autres.

1°. Les bords de la selle du sphenoïde sont relevées & en partie osseux, afin que le cerveau dans ses mouvemens ordinaires ne comprime la glande pituitaire, qu'autant qu'il le faut pour favoriser le passage de la lymphe par cette glande.

2°. La glande pituiraire est suspenduë dans la selle, afin que, dans les mouvemens extraordinaires du cerveau elle élude, en cedant, une partie de la trop grande compression, qu'elle en auroit pû souffrir.

3°. Les fibres de la glande pituitaire servent par leur contraction à exprimer de ses vesicules les liqueurs qu'elles filtrent, à les faire mêler avec la lymphe qui vient des ventricules du cerveau, & à les pousser ensuite jusques dans les veines. Par-là elles empêchent que ces liqueurs, non-plus que les autres, ne s'accumulent dans la glande, & ne l'engorgent. La membrane, dont la glande est envelopée, peut par sa tenture serrée seconder l'action de ces fibres charnuës.

4°. L'air, qui vient des ventricules avec la lymphe, en se bandant & débandant alternativement, tient toûjours ses parties en mouvement.

5°. L'Auteur de la nature a placé la glande pituitaire dans un bain-marie de sang pratiqué d'une maniere merveilleuse. Car outre qu'elle trempe à nud dans le sang, elle est située immediatement au-dessous du sinus ovale & au-dessus du transversal, qui sont toûjours pleins de sang. D'ailleurs la membrane de cette glande étant d'un tissu fin & délié, la chaleur du sang peut facilement penetrer la glande. Par cette ingenieuse mechanique la lymphe des ventricules reçûë dans la glande pituitaire, est toûjours entretenuë dans une chaleur & une fluidité convenables.

6°. Comme le mouvement du sang, d'où dépend sa chaleur, pourroit beaucoup se ralentir, ou cesser entierement,

l'Auteur de la nature, pour prévenir ces deux accidens, a établi trois causes, sçavoir le cerveau, le rets admirable, & les arteres carotides interieures.

Le cerveau par ses mouvemens presse, foule & broye le sang contenu dans la selle, dans les sinus ovale & transversal, & dans la glande pituitaire. Le rets admirable & les carotides par leurs battemens agitent & subtilisent le sang qui est autour de la glande; & par celui qu'ils contiennent en grande quantité, ils fomentent le mouvement & la chaleur du même sang.

Enfin l'Auteur de la nature, aprés s'être servi d'une si belle mechanique, & avoir employé tant de moyens pour assurer & faciliter le passage de la lymphe des ventricules du cerveau par la glande pituitaire, se sert encore de cette même lymphe devenuë par-là tres-active, pour délayer, inciser & attenuer le sang grossier & gluant, qui revient du cerveau, & avec lequel elle se mêle dans les fosses jugulaires.

Sans cette sage précaution, ce sang, dont les parties subtiles ont été employées à la nourriture du cerveau & à la generation des esprits animaux, ou qui se sont dissipées par leur volatilité, auroit eu beaucoup de peine à retourner au cœur, principalement lorsque la tête auroit été penchée, ou qu'elle auroit été horizontale au tronc. L'air & la lymphe contenus entre la dure & la pie-mere, peuvent aussi, en repassant de cet espace dans les veines de la dure-mere, contribuer au retour du sang du cerveau vers le cœur.

Par tout ce que je viens de dire, il paroît, que la glande pituitaire est absolument necessaire pour la conservation de la vie; aussi trouve-t-on cette glande dans l'homme, dans les quadrupedes, dans les poissons & dans les volatiles.

Aprés avoir expliqué la structure & l'usage de la glande pituitaire & des parties qui ont une étroite liaison avec elle, je vais rapporter l'observation qui m'a donné lieu d'examiner toutes ces parties.

UN

Un homme à l'âge de 40 ans commença à sentir un mal de tête, qui d'abord étoit supportable & lui donnoit du relâche, mais dans la suite devint continu & si violent, qu'il en mourut environ deux ans aprés. Dans les trois derniers mois de sa vie il étoit stupide & assoupi, sans pouvoir neanmoins dormir : sa vûë étoit foible, quelquefois même il ne voyoit point du tout ; il étoit abbatu & languissant, il tomboit souvent en défaillance, & avoit la fiévre de temps en temps.

M. Geoffroy mon confrere & moi fîmes l'ouverture de son cadavre. Nous ne remarquâmes rien d'extraordinaire ni au ventre ni à la poitrine. Tout ce qui nous parut de quelque consequence, étoit dans la tête, qui avoit toûjours été le siege de la maladie.

Le crane étant levé & la dure-mere ouverte, nous trouvâmes beaucoup de lymphe entre la pie-mere & la dure-mere : la substance du cerveau & du cervelet étoit plus seche & plus dure que dans l'état naturel : leurs ventricules, incomparablement plus grands que de coûtume, étoient rempli de lymphe : les glandes des plexus choroïdes étoient plus grosses qu'à l'ordinaire : il y avoit de l'inflammation à la partie inferieure de l'entonnoir, sa cavité étoit tout à fait bouchée en cet endroit, & les parois y étoient fort épaisses : la glande pituitaire étoit fort dure & fort rouge, elle étoit deux fois plus grosses que dans l'état naturel, & s'élevoit beaucoup au-dessus de la selle du sphenoïde. Nous trouvâmes au milieu de cette glande du pus de la grosseur d'un pois, qui étoit épais, visqueux, & d'un blanc tirant sur le jaune.

La structure naturelle de la glande pituitaire, l'explication de ses usages, & les vices qu'on a observés dans la tête de cet homme étant posés, on peut facilement rendre raison des indispositions qu'il a euës durant sa maladie.

Des parties du sang plus grossieres que de coutume, ont pû se porter par hazard à la glande pituitaire de cet homme, ou y devenir telles par quelque cause particu-

liere, boucher la cavité de quelques-uns de ces vaiſſeaux, & y interrompre la circulation. Le ſang alors a dû s'arrêter & s'accumuler d'abord dans les vaiſſeaux bouchés, puis dans les vaiſſeaux voiſins comprimés par ceux-ci, tumufier cette glande, & y cauſer enfin de l'inflammation.

La glande tumufiée a comprimé par ſon volume extraordinaire les nerfs optiques qui ſont immediatement placés au-deſſus. Par cette compreſſion elle a empêché tout à fait ou en partie la diſtribution des eſprits animaux aux yeux qui ſe fait par ces nerfs; d'où eſt arrivée tantôt la diminution & tantôt la ſuppreſſion totale de la vûë, ſuivant que la compreſſion des nerfs a été plus ou moins forte; & elle a été plus ou moins forte, ſelon que les humeurs ſe ſont trouvées en plus grandes ou en plus petite quantité, ou qu'elles ont plus ou moins fermenté, ſoit dans la glande, ſoit dans le cerveau, ou dans tous les deux enſemble.

L'enflure & l'inflammation de la glande pituitaire ont donné lieu à deux choſes. 1°. A la compreſſion des conduits par où elle recevoit la lymphe des ventricules du cerveau. 2°. A la rupture de quelques-uns des vaiſſeaux de cette glande. Par la rupture de ces vaiſſeaux le ſang s'eſt extravaſé, s'eſt aigri, a fermenté & s'eſt changé en pus. Enfin l'inflammation s'eſt étenduë à la partie inferieure de l'entonnoir, à cauſe du voiſinage & de la communication des vaiſſeaux.

La partie inferieure de l'entonnoir étant enflammée, ſes vaiſſeaux ſanguins ſe ſont dilatés, ſes parois ſe ſont épaiſſies, le diametre de la cavité a diminué, la chaleur a augmenté, la partie la plus ſubtile de la lymphe contenuë dans la cavité s'eſt évaporée, la groſſiere s'y eſt accumulée, l'a remplie, s'eſt colée aux parois & l'a comblée. Dans cet état l'entonnoir ne pouvoit plus tranſmettre la lymphe des ventricules à la grande pituitaire, & cette glande ne pouvoit plus la recevoir.

Cependant comme la lymphe filtrée par les glandes

des plexus choroïdes couloit toûjours dans les ventricules du cervau, elle a dû s'y amasser, en dilater peu à peu les parois, & augmenter leur cavité, & par consequent comprimer toutes les parties enfermées dans la capacité du crane.

La dure-mere a dû se sentir de cette compression plus que les autres parties, à cause de la dureté & de la résistance du crane auquel elle est appliquée immediatement. Ainsi le sang a dû avoir beaucoup plus de peine qu'auparavant à revenir de cette membrane par les veines, parcequ'elles sont incomparablement plus susceptibles de compression que les arteres, & que le sang y coule plus lentement. Ce qui a donné occasion aux glandes de la dure-mere de filtrer plus de lymphe qu'à l'ordinaire, & de la verser par leurs conduits excretoires entre cette membrane & la pie-mere dans la quantité considerable que nous y avons trouvée.

Les glandes des plexus choroïdes étoient plus grosses que dans l'état naturel, parce que la lymphe accumulée dans les ventricules en comprimoit les parois, y retardoit le mouvement du sang, & faisoit quelque résistance à la lymphe qui se presentoit pour sortir de ces glandes, à mesure qu'elle s'y filtroit. Ce qui a donné lieu à ces glandes de se dilater, & par consequent de grossir.

La lymphe qui étoit dans les ventricules & entre la pie & la dure-mere, ayant perdu par son séjour une partie de ce qu'il y avoit d'aqueux, est devenuë salée, & par sa salure a causé de la douleur en irritant & déchirant les fibres nerveuses, & en s'engageant dans les pores du cerveau, l'a desseiché & durci.

La fievre, que le malade avoit de temps en temps, pouvoit être causée ou par des sels de la lymphe aigrie dans les ventricules & entre la pie & la dure-mere, remêlés dans la masse du sang, ou par l'aigreur du chyle & l'impureté du sang; parceque la digestion des alimens & la dépuration du sang, &c. ne se faisoient que d'une maniere tres-imparfaite, à cause de la disette des esprits animaux.

Cet homme étoit assoupi sans pouvoir dormir, parceque son cerveau faisant peu d'esprits, les fibres nerveuses des organes des sens n'étoient que foiblement tenduës, d'où venoit la disposition qu'il avoit au sommeil. Il ne dormoit cependant pas, à cause que ce peu d'esprits étant toûjours agités par la douleur, empêchoient que les fibres nerveuses de ces organes ne se relâchassent jusqu'au point necessaire pour le sommeil.

La substance du cerveau étant fortement pressée entre l'air & la lymphe contenus dans les ventricules & entre la pie & la dure-mere, les esprits animaux s'y filtroient & s'y distribuoient avec peine, & couloient en petite quantité dans les autres parties du corps, pendant que la douleur en faisoit d'ailleurs une dissipation continuelle. D'où s'est ensuivi la stupidité, l'abbatement, la langueur, la défaillance, & enfin la mort, lorsque les esprits n'ont pû suffire aux mouvemens qui sont absolument necessaires à la vie.

THEORIE DES PROJECTIONS

OU

DU JET DES BOMBES

Selon l'hypotese de Galilée.

PAR M. GUISNÉE.

1707. 11. May.

CE n'est point une Theorie absolument nouvelle des Projections que je propose ici. C'est une Theorie plus étenduë & démontrée plus simplement qu'elle ne l'est dans le Livre de l'Art de jetter des Bombes de *M. Blondel*, & ailleurs.

PROPOSITION I.

THEOREME.

1. *Un corps jetté selon une direction quelconque, parallele, ou oblique à l'horizon, décrit par son mouvement une Parabole.*

DEMONSTRATION.

Supposons qu'un corps tombe de *B* en *A* perpendiculairement à l'horison, & qu'étant arrivé en *A* il change sa direction vers *D*, ou, ce qui est la même chose, qu'un corps se meuve de *A* vers *D*, avec la vîtesse qu'il auroit acquise en tombant de *B* en *A*, il parcourra selon *AD* les espaces égaux *AC*, *CH*, &c. dans des temps égaux. Mais sa pesanteur le fera approcher de l'horizon, ou, ce qui revient au même, l'éloignera de la ligne *AD* de la longueur de la ligne *CO* au premier temps, de la ligne *HM* au second, &c. ensorte que les lignes *CO*, *HM*, &c. seront entr'elles comme les quarrés des temps employés à les parcourir. Nommant donc *AB*, a; *AH*, y; *HM*, x; le temps par *AB*, t; le temps par *AH*, ou par *HM*, (car le temps par *HM* est égal aux temps par *AH*) θ. Parceque si un corps étant tombé de *B* en *A* remontoit uniformément avec la vîtesse acquise en *A*, il parcourroit dans un temps égal à celui de sa chute de *B* en *A* un espace double de *AB*, l'on aura par les loix des mouvemens uniformes $2a$ ($2AB$). y (*AH*) :: t. θ. Mais par les loix des mouvemens accelerés $\sqrt{a}. \sqrt{x} :: t. \theta$; donc $2a. y :: \sqrt{a}. \sqrt{x}$, d'où l'on tire $4ax = yy$, qui est une équation à la Parabole, dont *AP* prolongement de *BA* est un des diametres; $4a = 4AB$ le parametre du diametre *AP*; *MP* parallele à *AD*, une des ordonnées au diametre *AP*.

Fig. 1.

DEFINITIONS.

2. La ligne *AD* est appellée ligne de *direction*; le point *A*, le point de *projection*; l'angle *BAD*, l'angle de *l'incli-*

naiſon du jet ; la ligne *AM* menée du point *A* au but *M*, *l'étenduë* du jet ; *AP*, le diametre du jet ; ſon parametre $= 4AB$, le parametre de projection du jet ; la ligne *HM*, la ligne de *chute reſpective*.

COROLLAIRE I.

3. L'équation $4ax = yy$ fait voir que le parametre du jet $= 4AB$, la ligne du jet *AH* & la ligne de chute reſpective *HM* ſont en proportion continuë.

COROLLAIRE II.

4. Il eſt clair que la ligne de direction *AH* touche la Parabole au point *A* : car la peſanteur du mobile l'éloigne de *AH* dés le premier inſtant de la projection.

COROLLAIRE III.

5. Il eſt manifeſte que ſi la ligne de direction *AH* étoit horizontale ou perpendiculaire au diametre *AP*, *AP* ſeroit l'axe de la Parabole.

COROLLAIRE IV.

6. Il ſuit auſſi que puiſque (*num.* 1.) *AB* eſt le quart du parametre du diametre *AP*, la ligne *BE* menée par *B* perpendiculaire à *AB* ſera la ligne generatrice de la Parabole *AOM*, c'eſt à dire, que toutes les lignes comme *OG* paralleles *AB* & *AB* elle-même, menées de la Parabole juſqu'à la ligne *BE*, ſont égales à la diſtance des points *O* & *A* au foyer de la Parabole.

COROLLAIRE V.

FIG. II. *Cette Figure & les ſuivantes peuvent être regardées comme une ſeule.*

7. D'où il ſuit que ſi du centre *A* & du rayon *AB* l'on décrit un demi-cercle *BQL*, ſa circonference *BQL* ſera le lieu des foyers de toutes les Paraboles décrites par un mobile jetté du point *A* avec la vîteſſe acquiſe en tombant de *B* en *A*, ſelon toutes les poſitions poſſibles de la ligne de direction *AD*. Et parceque (*art.* 4.) la ligne de

direction *A D*, quelque position qu'elle ait, touche la Parabole en *A*, si l'on fait l'angle *D A F* égal à l'angle *D A B*, le point *F* où *A F* coupe le demi-cercle *B Q L* sera le foyer de la Parabole; & partant la ligne *O F H* menée par *F* parallele à *AB* en sera l'axe, dont le sommet sera *I* milieu de *F H*, & dont le parametre sera 4 *F I*, ou 4 *l H*.

COROLLAIRE. VI.

8. Puisque *A D* touche la Parabole *A I* en *A*, si l'on mene *I G* parallele à *B E* qui rencontre *A D* en *D*, par la proprieté de la Parabole *I G* sera coupée en deux également en *D* & la ligne *F B* menée du foyer *F* au point *B* passera par le point *D*, & l'ongle *A D B* sera droit; & partant si l'on décrit un demi-cercle sur le diametre *A B*, il passera par le point *D*. C'est pourquoi si l'on mene l'horizontale *A K* qui rencontre l'axe *I O* en *O* & la Parabole *A I* en *K*, *A K* sera quadruple de *G D* ou de *D I*; mais *G D* est le sinus du double de l'angle d'inclinaison *B A D*; c'est pourquoi les amplitudes horizontales sont entr'elles comme les sinus du double des angles d'inclinaison.

COROLLAIRE VII.

9. Il est encore évident que toutes les Paraboles *A I K* auront pour generatrice commune la droite *B E*; puisque l'on suppose qu'elles sont toutes décrites par un mobile avec la vîtesse acquise en tombant de *B* en *A*.

COROLLAIRE VIII.

10. L'on voit aussi en supposant que l'angle *B A D* n'excede pas 45 degrés, 1°. Que plus cet angle sera aigu, plus les points *F*, *I*, *H*, s'approcheront l'un de l'autre & de la ligne *A B*, & plus l'amplitude horizontale *A K* diminuëra; de sorte que lorsque *A D* se confondra avec *A B*, la Parabole *A I K* deviendra la verticale *A B*, le jet se fera de *A* en *B*, & le mobile retombera en *A*. Au contraire, plus l'angle *B A D* approchera de 45 degrés, plus l'axe

IO s'éloignera de *AB*, & plus l'étenduë horizontale *AK* augmentera.

2°. Lorſque l'angle *BAD* ſera de 45 degrés, les points *F* & *O* ſe confondront avec le point *Q*, où le demi-cercle *BQL* coupe l'horizontale *AK*, & où par conſequent l'axe *IO* qui devient *SQ* touchera le demi-cercle, le point *I* qui devient *S* & qui eſt le ſommet de la Parabole ſera au milieu de *HO*, qui devient *hQ*, le point *G* ſera en *C* centre du demi-cercle *BDA*, le point *D* en *T* milieu de *BDA*, l'amplitude *AK* deviendra *Ak* égale à $2AF = 2AB = 4CT$, qui eſt la plus grande amplitude horizontale où un mobile puiſſe être jetté avec une vîteſſe égale à celle qu'il auroit acquiſe en tombant de *B* en *A*, & *AB* ſera double de *hS*, ou de ſon égal *SQ*.

3°. Lorſque l'angle *BAD* excedera 45 degrés, & à meſure qu'il augmentera depuis 45 degrés juſqu'à 90, les Paraboles deviendront plus ouvertes; mais elles ne couperont pas pour cela l'horizontale *AK* en des points d'autant plus éloignés de *A*, au contraire elles la couperont en des points d'autant plus prés de *A* que l'angle *BAD* approchera de 90 degrés; car plus l'angle *BAD* approchera du droit, plus le point *F* s'éloignera de *Q* dans la circonference *QfL*, & par conſequent plus l'axe *HO* s'approchera de *AB*. De ſorte que les deux Paraboles qui auront leurs foyers, *F*, *f* dans le même axe *IO* aux points où il coupe le demi-cercle *BQL*, couperont l'horizontale *AK* en un même point *K*. Et comme la Parabole qui a pour foyer le point *f* a pour ſommet le point *i* milieu de *fH*, il ſuit que $Oi = HI$: car *fi* ou $OF + Oi = Hi = OF - Oi + 2HI$, & partant $OF + Oi = OF - Oi + 2HI$, ou $OF + 2\,Oi = OF + 2HI$; donc $Oi = HI$. Et par conſequent (ayant mené *idg* parallele à *BE*) $Ag = BG$, l'arc $Ad =$ l'arc *BD*, l'arc $dT = DT$, & l'angle $dAT = DAT$; de ſorte que les deux Paraboles qui paſſent par un même point *K* de l'horizontale, ſont celles qu'un mobile décriroit étant jetté ſelon deux directions *AD*, *Ad* également éloignées de 45 degrés au-

deſſus

dessus & au-dessous, c'est à dire, lorsque les points *D* & *d* sont également éloignés de *T*; & lorsque les deux points *D* & *d* se confondent avec le point *T*, les deux Paraboles se confondent en une seule qui rencontre l'orizontale au point le plus éloigné de *A* qui le puisse être dans l'hypothése presente, comme on a déja vû.

4°. Si l'angle *BAD* est droit, ou ce qui est la même chose, si *AD* se confond avec *AK*, le foyer *F* sera en *L*, & le sommet de la Parabole sera en *A*, où la ligne de direction qui est alors l'horizontale la touche.

5°. Lorsque l'angle *BAD* excede 90 degrés, les Paraboles rencontreront l'horizontale *AK* prolongée du côté de *A* de la même maniere qu'elles la rencontroient du côté de *K* lorsque l'angle *BAD* étoit aigu, & les Paraboles décrites par un mobile du côté de *K*, seront des parties de celles qu'il décriroit du côté opposé en prenant les prolongemens de *AD* pour les lignes de direction.

PROPOSITION II.

PROBLEME.

II. *Trouver quelle est la Courbe sur laquelle se trouvent les sommets de toutes les Paraboles décrites par un mobile jetté avec la même force suivant toutes les directions possibles.*

SOLUTION.

Ayant supposé le Problême résolu & les mêmes choses que dans la Proposition précedente, soit *AIK* une des Paraboles décrites par un mobile jetté du point *A* selon la direction *AD* avec la force ou la vîtesse acquise en tombant de *B* en *A*; *I*, le sommet de la Parabole *AIK*; *BE*, la ligne generatrice; *F*, le foyer. FIG. III.

Le point *I* étant (*hyp.*) un de ceux de la Courbe qu'on cherche, soient menées *HIO* parallele à *AB*, & *IG* parallele à *BE*, en nommant la donnée *AB*, ou *OH*, a; & les inconnuës *AO*, ou *GI*, x; *AG*, ou *OI*, y; *BG*, ou *HI* sera, $a-y$; & partant le parametre de l'axe *IO* sera,

$4a - 4y$; & l'on aura par la proprieté de la Parabole $\overline{4a - 4y} \times IO = AO^2$, ou en termes algebriques $4ay - 4yy = xx$, qui montre que la Courbe cherchée est une Ellipse dont le petit axe est AB; le centre C milieu de AB; & le grand axe double du petit, c'est à dire, que si l'on mene du centre C la ligne CS parallele à BE & $= AB = a$, elle sera la moitié du grand axe.

COROLLAIRE.

12. Il est aisé de déduire de l'Equation à l'Ellipse tout ce que nous avons dit dans l'article 10. Car, 1°. L'on en tire $y = \frac{1}{2}a \pm \frac{1}{2}\sqrt{aa - xx}$, qui montre que y a deux valeurs positives OI, Oi lorsque $x < a$, & que par consequent l'Ellipse $BIiA$ rencontre la ligne OH en deux points I & i également éloignés de CS, qui sont les sommets des deux Paraboles AIK, AiK qui rencontrent l'horizontale AK dans un même point K.

2°. Lorsque $x = a = AQ = AB$, y n'ayant qu'une valeur $QS = \frac{1}{2}a = \frac{1}{2}AB$, il n'y a qu'une seule Parabole qui rencontre l'Ellipse en S milieu de Qh où la même Qh la touche, & cette Parabole a pour axe la ligne QS, pour sommet le point S, pour foyer le point Q, & est celle qui rencontre l'horizontale au point le plus éloigné de A qu'il est possible. Telle est la Parabole ASk.

3°. Lorsque $x > a = AQ$, $y = Oi$ ne rencontre point l'Ellipse. Ainsi il n'y a aucune Parabole qui rencontre l'horizontale en un point plus éloigné de A, que celui où la Parabole qui a pour sommet le point S la rencontre.

4°. Lorsque $x = o$, c'est à dire, lorsque le point O tombe en A, l'équation précédente devient $y = \frac{1}{2}a \pm \frac{1}{2}a$; donc $y = a$ & $y = o$, qui montre que la Parabole AIK devient la verticale AB, & la Parabole AiK devient la Parabole AV, qui a pour sommet le point A, & pour axe la droite AP.

PROPOSITION III.

PROBLEME.

13. *Trouver la Courbe ſur laquelle ſe trouvent tous les points d'interſection* M *des Paraboles* AIK, *avec les droites* AFM *tirées du point de projection* A *par leurs foyers* F, *& prolongées juſqu'à la rencontre des Paraboles en* M.

Ayant ſuppoſé le Problême réſolu & les mêmes choſes que dans les Propoſitions précedentes, puiſque le point M eſt un de ceux que l'on cherche, on menera MR parallele à AB, & ayant nommé la donnée AB, a; & les indéterminées AO, x; OI, y; AR, s; RM, z; OF ſera $2y-a$; $IO-MR$, $y-z$; & OR, $s-x$, & l'on aura à cauſe des triangles ſemblables AOF, ARM, $x\,(AO).\ 2y-a\,(OF)::s\,(AR)\,z\,(RM)$, d'où l'on tire $xy=2sy-as$, ou

Fig. IV.

$$A.\quad x=\frac{2sy-as}{z},\ \&$$

$$B.\quad xx=\frac{4ssyy-4assy+aass}{zz}.$$

Par la proprieté de la Parabole, l'on a, $y\,(IO).\ y-z\,(IO-MR)::xx\,(AO^2).\ ss-2sx+xx\,(OR^2)$, d'où l'on tirera

$$C.\quad xx=\frac{2sxy-ssy}{z},$$ qui eſt une Equation commune à toutes les Paraboles AIK.

L'on a auſſi l'Equation du Problême précedent

$$D.\quad xx=4ay-4yy.$$

Mettant preſentement dans l'Equation C pour x & pour xx leurs valeurs priſes dans les Equations A & B, l'on en tirera

$$E.\quad y=\frac{aa}{2a-z}.$$

Et mettant cette valeur de y dans l'Equation A, l'on aura

$$F.\quad x=\frac{as}{2a-z}.$$

Enfin mettant dans l'Equation D pour y, pour yy &

pour xx leurs valeurs prises dans les Equations E & F, l'on en tirera celle-ci :

$$G. \quad 4aa - 4az = ss.$$

Qui fait voir que la Courbe cherchée est une Parabole, dont le parametre est $4a = 4AB$, l'axe AB, le sommet B, & le foyer A.

14. Si l'on fait $z = o$, l'on aura $s = 2a$; ce qui fait connoître que la Parabole BM coupe l'horizontale AK en un point k qui détermine la plus grande amplitude horizontale qui est celle de la Parabole ASk, comme l'on a déja vû art. 10. & 12. num. 2.

COROLLAIRE.

15. L'on tire de l'Equation E, $z\,(RM) = \frac{2ay - aa}{y}$, qui fait voir que RM est positive lorsque $y > \frac{1}{2}a$, comme on a supposé en faisant le calcul; negative lorsque $y < \frac{1}{2}a$; $= o$ lorsque $y = \frac{1}{2}a$.

PROPOSITON IV.

THEOREME.

16. *Les mêmes choses que dans la Proposition précedente étant supposées, je dis que la Parabole* BMk *touche toutes les Paraboles* AIK *au point* M *qui leur est commun.*

Il faut prouver que la soûtangente est commune aux deux Paraboles BMk, AIK, les tangentes étant tirées par le point commun M.

DEMONSTRATION.

Selon la seconde Section de l'Analyse des Infiniment petits, la soûtangente commune aux deux Paraboles AIK, BMk qui répond aux tangentes menées par le point M est $\frac{sdz}{ds}$.

L'équation $G\ 4aa - 4az = ss$ qui appartient à la Parabole BMk étant differentiée donne $= 2adz = sds$, &

partant $dz = \frac{sds}{-2a}$; & mettant cette valeur de dz dans la formule $\frac{sdz}{ds}$, l'on aura $\frac{ss}{-2a}$ pour l'expreſſion de la ſoûtangente de la Parabole *BMk* délivrée des Infiniment petits.

L'Equation *C*, $zxx = 2sxy - ssy$ qui eſt commune à toutes les Paraboles *AIK* étant differentiée, en prenant x & y pour conſtantes pour la déterminer à une ſeule Parabole *AIK*, donne $xxdz = 2xyds$, d'où l'on tire $dz = \frac{2xyds - 2ysds}{xx}$; & ayant ſubſtitué cette valeur de dz dans la formule $\frac{sdz}{ds}$, l'on aura $\frac{2xys - 2yss}{xx} = \frac{xs - ss}{2a - 2y}$, en mettant pour xx ſa valeur $4ay - 4yy$ tirée de l'Equation *C*.

L'on tire de l'Equation *E*, $z = \frac{2ay - aa}{y}$; & mettant cette valeur de z dans l'Equation *F*, l'on en tirera $x = \frac{sy}{a}$; & cette valeur de x étant ſubſtituée dans la derniere ſoûtangente $\frac{xs - ss}{2x - 2y}$, l'on aura $\frac{ssy - ass}{2aa - 2ay} = \frac{ss}{-2a}$. Et comme cette ſoûtangente eſt la même que celle que nous venons de trouver pour la Parabole *BMk*, il ſuit que la tangente eſt auſſi la même, & par conſequent que ces deux Paraboles ſe touchent au point *M*. *C. Q. F. D.*

COROLLAIRE I.

17. Il eſt clair que la Parabole *BMk* renferme dans ſa concavité toutes les Paraboles *AIK*, puiſqu'elle les touche toutes au point *M* où la ligne *AFM* tirée du point de projection *A* par leurs foyers *F* les rencontre, & qu'elle eſt par conſéquent le terme au-delà duquel un mobile ne peut être jetté du point *A* ſuivant aucune direction, la vîteſſe de projection étant toûjours égale à celle que le mobile acquierroit en tombant de *B* en *A*. De ſorte que ſi l'on détermine un point quelconque *M* ſur la Parabole *BMk*, pour pouvoir y chaſſer un mobile avec la vîteſſe acquiſe en tombant de *B* en *A*, il le faut

jetter ſelon une direction telle que la Parabole qu'il doit décrire touche au point *M* la Parabole *BMk*. Or il eſt clair que cette direction eſt celle qui diviſe l'angle *BAM* en deux également.

COROLLAIRE II.

18. L'on voit encore que puiſque toutes les Paraboles *AIK* décrites par un même corps jetté avec la vîteſſe acquiſe en tombant de *B* en *A*, touchent la Parabole *BMk*, ſi l'on prend un point quelconque *M* ſur la Parabole *BMk*, & qu'on mene la ligne *AM* du point *A* au point *M*, toutes les Paraboles *AIK* rencontreront *AM* entre *A* & *M*, excepté celle dont le foyer ſera ſur la même *AM* qui touche *BMk* au point *M*. De ſorte que les lignes *AM* ſont les plus grandes étenduës obliques, de même que *Ak* eſt la plus grande amplitude horizontale.

PROPOSITION V.

PROBLEME.

FIG. V.

19. *Une étenduë quelconque* AN *égale ou moindre que la plus grande* AM *qui ſont toutes deux ſur un même plan incliné au-deſſus ou au-deſſous de l'horizon* AK *étant donnée de grandeur & de poſition, trouver l'angle de l'inclinaiſon du jet afin que les deux Paraboles décrites par un mobile paſſent par le point N.*

SOLUTION I.

Ayant ſuppoſé les mêmes choſes que dans les Propoſitions précédentes, & le Problême réſolu ; il eſt clair (*art.* 7.) que ſi du centre *A* par *B* l'on décrit le cercle *BFf*, il ſera le lieu des foyers de toutes les Paraboles *AIK* décrites par un mobile jetté du point *A* avec la vîteſſe acquiſe en tombant de *B* en *A* ſelon toutes les directions poſſibles.

Ayant mené par *N* la droite *QNR* parallele à *AB* qui rencontrera *AK* en *Q* & *BH* en *R*, en prenant le point

N pour le point de projection, *NR* sera le quart du parametre du jet fait avec la vîtesse acquise de *R* en *N*. C'est-pourquoy (*art*. 7.) le cercle *REf* décrit du centre *N* par *R* sera le lieu de toutes les Paraboles décrites par un mobile avec la vîtesse acquise en tombant de *R* en *N*; & partant les intersections *F* & *f* des deux circonferences *BFf*, *RFf* seront les foyers des deux Paraboles cherchées; & ayant mené par *F* & par *f* les droites *HO*, *hQ*, & divisé *HF* & *hf* par le milieu en *I* & *i*, *IO* & *iQ* seront les axes des deux mêmes Paraboles, & les points *I* & *i* leurs sommets. Menant presentement les droites *IG*, *ig* paralleles à *BH* qui rencontreront le demi-cercle *BDA* en *D* & en *d*, & les lignes *AD*, *Ad*, les angles *BAD*, *BAd* seront les angles d'inclinaison qu'il falloit trouver.

20. Si les cercles *BFf*, *RFf* se touchent, le Problême n'aura qu'une Solution, & il sera impossible si les deux mêmes cercles ne se rencontrent point. Ce seroit la même chose si le point *N* étoit au-dessous de *AK*. Cette Solution est celle que M. de la Hire a donnée dans l'Art de jetter des Bombes de M. Blondel.

SOLUTION II.

21. En supposant encore les mêmes choses, & le Problême résolu: soient nommées les données *AB*, a; *AQ*, b; *QN*, c; & les inconnuës *AG* ou *OI*, y; *GD* ou *DI*, s; *AK* sera $4s$; *QB*, $4s - b$; *HI* ou *BG*, $a - y$; & partant le Parametre de l'axe *OI*, $4a - 4y$. L'on aura par la proprieté de la Parabole $AQ \times QK = QN \times 4a - 4y$, ou en termes algebriques $4bs - bb = 4ac - 4cy$, d'où l'on tire cette construction. FIG. VI.

Ayant mené *BL* du point *B* au point *L* où le cercle *BDA* coupe l'étenduë *AN*, soit $BV = \frac{1}{4} AQ$, l'on menera *VDd* parallele à *BL*, qui coupera le cercle *BDA* au point *D* & *d* si le Problême a deux Solutions, qui le touchera en un seul point s'il n'en a qu'une, & qui ne le rencontrera point s'il est impossible. Les lignes *AD*, *Ad*

seront les lignes de direction, & les lignes *GD*, *gd* étant prolongées en *I* & *i*, ensorte que $DI = GD$ & $di = gd$, les points *I* & *i* seront les sommets des deux Paraboles qui passeront par le point *N*, & les angles *BAD*, *BAd* les angles d'inclinaison du jet. Cette Solution a rapport à celle de M. *Buot* abregée par M. *Romer*.

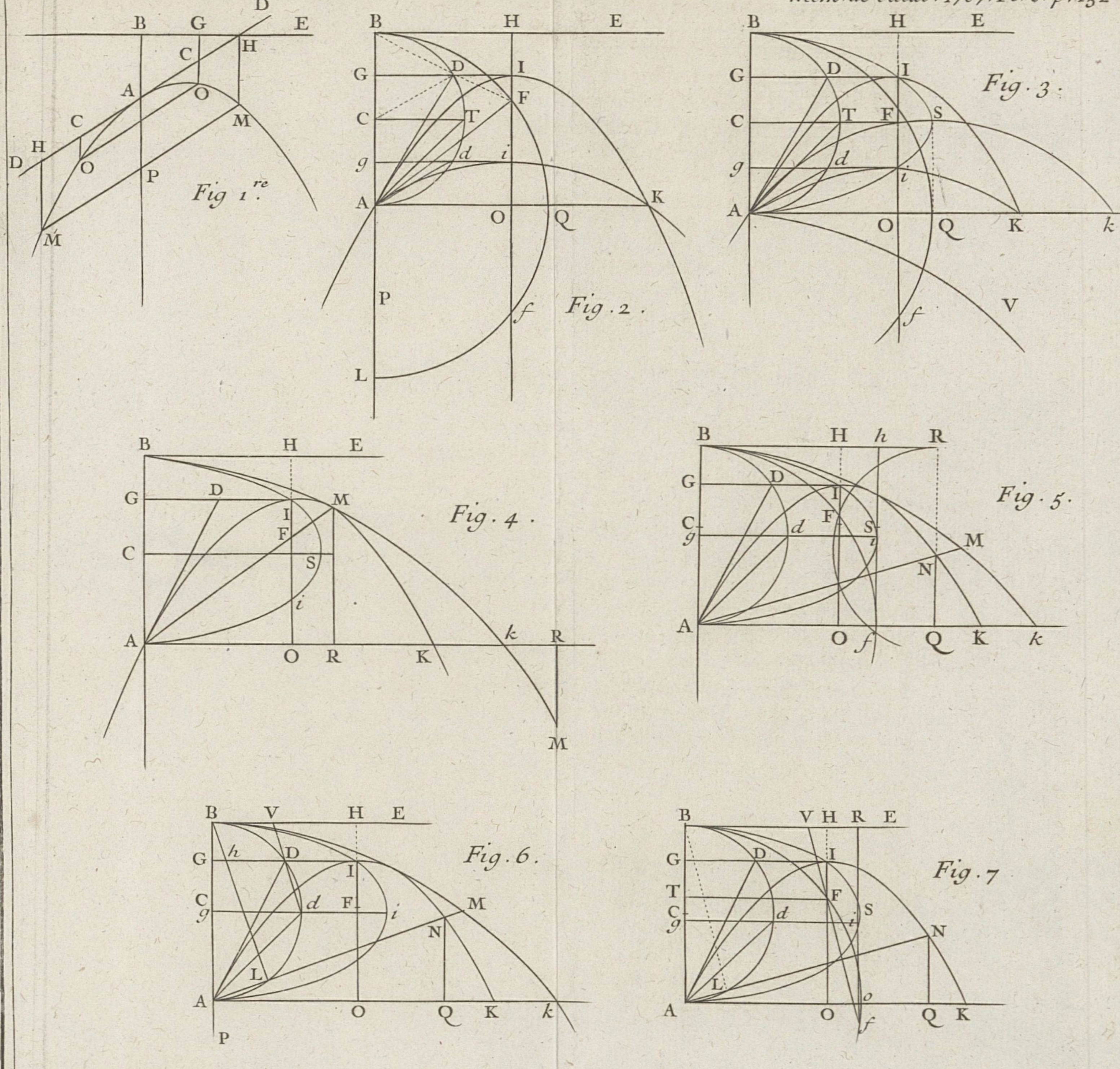
SOLUTION III.

22. Les mêmes choses étant enfin supposées, & le Problême résolu, si l'on nomme comme auparavant *AB*, *a*; *AQ*, *b*; *QN*, *c*; & les inconnuës *AO*, *x*; *OF*, *u*; *HF* sera $a - u = \frac{1}{2}$ parametre de l'axe de la Parabole cherchée *AIN*, & *QN* sera $2x - b$. L'on aura par la proprieté de la Parabole $AQ \times QK = QN \times 2a - 2u$, ou en termes algebriques $2bx - bb = 2ac - 2cu$ qui donne cette construction.

Fig. VII.

Ayant mené *BL* du point *B* au point *L* où *AN* coupe le demi-cercle *ADB*, & fait $BV = \frac{1}{2} AQ$, l'on menera *VFf* parallele à *BL*, qui coupera le cercle *BFf* aux points *F*, *f* si le Problême a deux Solutions, qui le touchera en un seul point s'il n'en a qu'une, & qui ne le rencontrera point s'il est impossible. Le Problême ayant deux Solutions, les points *F* & *f* seront les foyers des deux Paraboles qui passeront par le point *N*; *OFH*, *Rof* paralleles à *AB*, leurs axes; les points *I* & *i* qui partagent par le milieu *HF* & *Rf* leurs sommets; & les droites *IDG*, *idg* paralleles à *BE* détermineront les angles d'inclinaison *BAD*, *BAd* par leurs intersections *D* & *d* avec le cercle *BDA*.

QUESTION



Berey fec.

QUESTION PHYSIQUE.

Sçavoir si de ce qu'on peut tirer de l'air de la sueur dans le vuide, il s'ensuit que l'air que nous respirons s'échappe avec elle par les pores de la peau.

PAR M. MERY.

1707. 9. Avril.

DAns l'Assemblée publique de l'Academie Royale des Sciences du 13 Novembre 1700, je proposay cette autre question : S'il est vrai que l'air qui entre dans les vaisseaux sanguins par le moïen de la respiration, s'échappe avec les vapeurs & les sueurs par les conduits insensibles de la peau.

Pour faire connoître qu'il ne peut pas sortir par ses pores, je rapportay d'abord deux experiences. Voici la premiere.

Si l'on remplit le cœur ou les troncs de ses vaisseaux, l'estomach, les intestins ou la vessie d'eau, elle s'écoule à travers les fibres de ces parties ; mais si l'on y renferme de l'air, il ne peut point en sortir.

La seconde, c'est qu'aprés la mort les humeurs de l'œil se dissipent. Au contraire, si on vuide par le nerf optique le globe de l'œil des humeurs qui y sont contenuës, & qu'aprés cela on le remplisse d'air, le nerf optique étant lié, l'air ne peut point passer comme font les humeurs à travers ses membranes.

De ces deux experiences je tiray cette consequence, que puisque l'air soufflé dans toutes ces parties ne pouvoit point en sortir, il n'y avoit pas d'apparence que l'air que respirent les animaux pût s'échapper par les pores de la peau avec les vapeurs, ni avec les sueurs.

Pour confirmer cette hypothese, M. Homberg fit voir en même tems que le corps des animaux qu'on renferme

dans la machine pneumatique, s'y gonflent d'autant plus qu'on la vuide plus exactement de l'air grossier qu'elle renferme, aprés quoy le corps de ces animaux y reste tout gonflé ; ce qui ne devroit point arriver, si l'air contenu dans ces parties pouvoit sortir par les petits conduits insensibles de la peau.

Car s'il pouvoit les pénetrer, il est certain que ces animaux devroient aprés la sortie de l'air se desenfler dans cette machine, puisqu'il est visible qu'ils s'y dégonflent quand leur peau vient à crever, & qu'alors leur corps y reprend même un volume plus petit qu'il n'avoit dans son état naturel.

Pour prouver ensuite que l'air que respirent les animaux ne doit pas sortir par les pores de la peau, je fis observer que si l'air qui commence dans les veines du poûmon à se mêler avec le sang pour le pousser dans le ventricule gauche du cœur, & délà par les arteres dans tout leur corps, abandonnoit le sang en passant avec lui dans toutes ses parties, & s'échappoit avec les vapeurs & les sueurs par les pores de la peau ; il étoit impossible que le sang n'étant plus poussé par l'air au delà des parties, pût entrer dans les veines, ou que s'il y passoit, il resteroit en repos dans ces vaisseaux ; parceque les veines sont incapables d'elles-mêmes d'une contraction assez forte pour le contraindre à retourner au cœur, & qu'elles ont une capacité assez grande pour contenir toute la masse du sang renfermée dans tous les vaisseaux sanguins.

Enfin je fis remarquer que puisque le sang répandu par les arteres dans toutes les parties s'écouloit par les veines dans le cœur, il falloit necessairement que l'air rentrât aussi avec le sang dans la veine cave pour le pousser dans le ventricule droit ; d'où je tiray cette autre consequence, que les pores de la peau n'avoient été formez d'une maniere propre à retenir au dedans du corps l'air que les animaux respirent, qu'afin de le renfermer dans les vaisseaux, pour servir & par son impulsion & par son mélange au mouvement circulaire du sang, auquel l'air n'auroit pû contri-

buer, s'il s'étoit échappé par les pores insensibles de la peau avec les vapeurs & les sueurs.

Quelques évidentes que soient les experiences & les raisons qui servent de fondement à cette nouvelle hypothese; cependant un Physicien a jugé *qu'elles n'ont rien de convaincant, & qu'il est aisé de les refuter* : mais je vais lui faire connoître que ses reflexions qu'il m'a fait communiquer, l'établissent sans qu'il s'en soit apperçû, au lieu de la détruire. Voici la premiere de ses reflexions.

Tandis que l'air est en masse, dit ce Philosophe, *& dans une certaine quantité, il ne peut pas passer par les pores de la peau ; mais qu'il le peut lorsqu'il est divisé en une infinité de parties d'un volume extrêmement petit, comme il l'est lorsqu'il est mêlé avec toutes les humeurs qui composent la masse du sang.*

Pour démontrer cette proposition, il se sert de cette seconde reflexion. *Si l'on ramassoit*, dit-il, *de la sueur dans un petit vase, & qu'on la mit dans la machine pneumatique, dés que l'on pomperoit, on verroit sortir l'air de cette liqueur, comme on voit qu'il en sort de l'eau, & qu'il arriveroit la même chose, si l'on faisoit cette experience de toute autre purgation du sang ; parceque l'air est confondu avec toutes les autres humeurs qui sont mêlées avec lui.*

Troisiéme reflexion. *Par-là*, dit-il, *il sera aisé d'expliquer comment il sort autant d'air du corps par les pores de la peau & par les autres conduits de toute autre purgation du sang, qu'il en entre dans les poûmons par la respiration. Je confirme*, dit-il, *cette division & cette facilité de l'air à sortir par les pores, & par les autres conduits par cette autre reflexion.*

Cet air ainsi mêlé dans le sang, doit passer dans la circulation par les arteres capillaires avec le sang arteriel pour entrer dans les veines capillaires, & revenir au cœur & au poûmon, & puis s'exhaler par l'âpre artere. Que s'il passe bien par ces arteres & par ces veines capillaires, & par des anastomoses, qui deviennent plus insensibles que ne sont les pores ; pourquoy ne passera-t-il pas par les pores mêmes?

Donc si l'air que respirent les animaux doit aprés avoir

ſervi à la circulation du ſang s'exhaler par l'âpre artere, il eſt viſiblement impoſſible à ce Philoſophe d'expliquer comment il peut ſortir *autant d'air du corps par les pores de la peau, & par les autres conduits de toute autre purgation du ſang, qu'il en entre dans les poûmons par la reſpiration*, comme il le prétend. Voilà un extrait fidele des plus fortes raiſons qu'apporte ce Philoſophe afin de détruire mon hypotheſe. Je vais examiner à preſent ſi, comme *il lui paroît*, *ces reflexions ſappent les deux fondemens de mon ſyſtême.*

Pour répondre aux objections par leſquelles ce Phyſicien prétend prouver que l'air que reſpirent les animaux, étant mêlé dans les differentes humeurs, dont la maſſe du ſang eſt composée, doit paſſer par tous les conduits excretoires que ces mêmes humeurs traverſent en ſe ſéparant du ſang pur, je vais examiner ſi les particules de l'air qui entrent dans les vaiſſeaux ſanguins par le moïen de la reſpiration, ſont de telle ſorte envelopées de celles du ſang & des autres humeurs dans ces vaiſſeaux, qu'elles ne faſſent plus avec le ſang & ces humeurs qu'une même maſſe; ou ſi les atomes de l'air & les parties de toutes ces humeurs ne font que ſe mouvoir les unes entre les autres ſans ſe confondre.

Pour découvrir l'un & l'autre, je me ſerviray ſeulement de cette experience. Que l'on faſſe fondre dans une certaine quantité d'eau autant de ſel qu'elle en peut porter, on verra qu'aprés cela elle n'en peut diſſoudre davantage. Ce ſel fondu paſſe à la verité par tous les conduits que l'eau peut traverſer; mais il ne peut y paſſer quand il n'eſt pas diſſous, bien qu'il ſoit réduit en pouſſiere infiniment ſubtile.

Si l'on cherche les cauſes de ces deux effets ſi differens, je ne croy pas qu'on en puiſſe trouver d'autres que le rapport qui ſe rencontre entre la figure des particules de l'eau, & celle des conduits du corps qui donnent paſſage à l'eau qui tient le ſel en diſſolution, & la diſproportion qui ſe trouve entre ces mêmes conduits & le ſel réduit en pouſſiere.

Delà il eſt aiſé de juger, que ce qui fait que le ſel fondu dans l'eau peut paſſer par des conduits qu'il ne ſçauroit traverſer quand il eſt réduit en pouſſiere tres-ſubtile, ne peut être que parceque par la diſſolution les parties du ſel s'inſinuënt dans les parties de l'eau, & ſe revêtiſſent, pour ainſi dire, de leur figure; delà vient que le ſel fondu doit paſſer par tous les conduits que l'eau peut traverſer, ce qu'il ne peut faire quand il n'eſt réduit qu'en pouſſiere; parceque les parties du ſel conſervant en cet état leur propre figure, elles ne ſe trouvent pas alors, comme quand elles ſont revêtuës de celles de l'eau, avoir de rapport aux conduits que l'eau peut penetrer. J'applique maintenant cette experience & ce raiſonnement à mon ſujet.

Toutes les liqueurs que boivent les animaux ſont remplies, de même que tous les alimens ſolides qu'ils mangent, d'autant d'air qu'ils ſont capables d'en contenir dans les pores de leurs plus petites parties.

Cela étant, la maſſe du ſang qui eſt produite des unes & des autres, n'en peut porter davantage. Donc l'air pouſſé par le poûmon, comme par un ſoufflet dans les vaiſſeaux ſanguins, ne peut non-plus ſe revêtir de la figure du ſang, ou ſe confondre avec lui, qu'il peut faire avec l'eau quand il y eſt pouſſé par le canon d'une ſeringue.

Or comme l'air qui eſt ſeringué dans l'eau reſte en maſſe entre les parties de l'eau, je veux dire ſans ſe confondre, ou ſe revêtir de la figure des parties de l'eau, parceque celles-cy ſont remplies d'autant d'air qu'elles en peuvent porter; par la même raiſon l'air que les animaux reſpirent, & qui ſe mêle en entrant dans les vaiſſeaux avec le ſang, ne peut auſſi ſe confondre avec lui; parceque les parties du ſang ſont raſſaſiées de l'air des liqueurs qui le compoſent. Donc l'air que ſoufflent les poûmons dans les vaiſſeaux, doit reſter en maſſe entre les molecules du ſang, & ne peut ſe revêtir de leur figure.

Or comme en cet état les atomes de cet air conſervent leur figure propre, qui n'a pas de rapport à celle des po-

res de la peau ; delà vient qu'il ne peut pas sortir par ces petits conduits avec la sueur, ni passer par ceux des autres parties qui donnent issuë aux autres excremens de la masse du sang, parcequ'il n'est pas aussi confondu avec eux. Nous voilà donc d'accord, puisque ce Philosophe convient avec moy que l'air en masse ne peut les pénétrer.

Il est donc évident que l'air qui pourroit sortir de la sueur comme de l'eau, étant exposée dans un vase dans la machine pneumatique, ne seroit certainement point l'air que les animaux respirent, comme le prétend ce Physicien; mais celui qui est confondu avec les liqueurs qu'ils boivent & les alimens qu'ils mangent, & auquel ce Philosophe n'a fait nulle attention. De cette inadvertence viennent toutes ses erreurs.

Je puis donc des experiences & des raisons que je viens de rapporter tirer cette consequence generale, que l'air confondu avec toutes les humeurs renfermées, soit dans les vaisseaux, soit répanduës dans toutes les parties du corps des animaux, ne passe par les conduits qui servent à leur filtration, que parcequ'il est revêtu en cet état de la figure des mêmes humeurs ; & qu'au contraire l'air que respirent les animaux ne peut point y passer, que parcequ'il n'est pas de même confondu avec elles, & que ses parties conservent leur propre figure en circulant avec le sang dans les vaisseaux.

Ce Philosophe n'a donc pas raison, de ce qu'on peut tirer de la sueur, comme on fait de l'eau étant exposée dans un vase dans la machine du vuide, de conclure que l'air que respirent les animaux s'exhale avec les vapeurs & les sueurs par les pores insensibles de la peau ; d'autant moins que lui même tombe d'accord avec moy, qu'il est vrai que l'air réduit en masse dans le corps des animaux gonflez dans la machine pneumatique, ne peut sortir par ces petits conduits : mais les deux raisons qu'il en donne sont fausses. Je vais les rapporter pour en faire connoître la fausseté.

La premiere, *c'est que*, dit-il, *dans la dilatation subite qui arrive au corps des animaux dans la machine pneumatique, les humeurs bouchent elles-mêmes la plûpart des pores de la peau, & empêchent l'air d'en sortir.*

La seconde raison, *c'est que cet air qui n'est plus comprimé comme auparavant, prend alors un plus grand volume, & il ne peut plus sortir, & il faut alors le considerer comme de l'air en masse qui ne peut pas se faire de passage par des issuës si étroites.*

Pour appercevoir la fausseté de ces deux raisons, il n'y a qu'à faire reflexion que plus le corps des animaux se gonfle dans la machine du vuide, plus les pores de la peau doivent s'élargir, & que plus on pompe l'air grossier contenu dans cette machine, plus les humeurs & le sang renfermés dans les parties s'y rarefient, & deviennent par consequent plus subtiles.

Les humeurs peuvent donc beaucoup moins boucher les pores des parties propres à leur évasion, quand ces parties sont tenduës, que lorsqu'elles sont relâchées, & l'air devroit sortir d'autant plus aisément par leurs petits conduits excretoires, qu'ils sont plus ouverts & l'air plus rarefié.

Cependant l'air que respirent les animaux, ni même celui qui est confondu avec les humeurs; mais qui s'en débarrasse & se dépoüille, pour ainsi dire, de leur figure dans le vuide, ne peuvent quoique extrêmement rarefiez, ni sortir par les pores de la peau, ni par tous les petits conduits excretoires des autres parties, puisque les animaux ne se dégonflent pas dans le vuide. Les deux raisons que rend ce Physicien de ce que l'air en masse ne peut sortir du corps des animaux enflez dans la machine pneumatique, sont donc évidemment fausses.

Neanmoins persuadé qu'il est qu'elles sont vraies, il se flatte en ces termes : *Que ce qu'il avance icy est manifestement prouvé par l'experience de l'eau mise dans la machine pneumatique. Cette eau contient*, dit-il, *beaucoup d'air divisé en une infinité de parties, qui passent avec elle où l'air en*

masse ne sçauroit passer. Aprés quelques coups de pompes, on voit cet air se dilater & sortir en grosses bubes, qui ne pouvoient avec ce volume passer où passe l'eau. Il en est de même de l'air mêlé dans les humeurs de l'animal qui s'enfle dans le récipient; c'est-pourquoy il ne s'exhale point alors par les pores de l'animal, & le tient toûjours enflé. Il me paroît que ces reflexions sappent les deux fondemens du systême de M. Mery.

Si ce Philosophe vouloit bien faire une serieuse attention sur la maniere dont se forment les petites bouteilles de l'air confondu avec l'eau, & sur ce qui arrive à ces petites bouteilles immediatement aprés leur formation, je m'assure qu'il jugeroit autrement qu'il n'a fait de mon systême.

En attendant qu'il y pense, je lui diray que trois choses concourent à la formation des petites bouteilles qui paroissent dans l'eau exposée dans la machine du vuide.

La premiere, est la diminution du poids de l'air grossier qui presse l'eau renfermée dans cette machine.

La seconde, la dilatation de l'air confondu avec l'eau qui suit de cette diminution de poids.

La troisiéme, les particules de l'eau qui environnent les parties de cet air qui se rarefie.

Tandis qu'on ne met point la pompe en mouvement, l'air grossier renfermé dans cette machine presse l'eau, & empêche ainsi l'air de se dilater. En pompant l'air grossier presse moins l'eau, & donne occasion à l'air confondu avec l'eau de se dilater, & alors ces petites bouteilles qui se forment de l'eau & de l'air commencent à paroître; mais elles se crevent sitôt qu'elles sont formées, parcequ'elles n'ont pas assez de force pour retenir l'air qu'elles renferment, & s'opposer à sa plus grande dilatation.

Quand ces petites bouteilles se crevent, l'air qu'elles renfermoient s'échappe par le conduit de la machine, par lequel elles ne pourroient peut-être passer elles-mêmes, si elles subsistoient en forme de bouteille.

Comme il y a bien de l'apparence que ce qui se fait dans l'eau arrive à toutes les humeurs qui arrosent le

corps

corps des animaux exposez dans la machine du vuide, je tombe d'accord avec ce Physicien que tandis que l'air restera enfermé dans les petites bouteilles que formeront ces liqueurs, il ne pourra plus passer par les pores des parties qu'il traversoit aisément avant sa dilatation : mais comme ces petites bouteilles ne sont pas plutôt formées qu'elles se crevent, il doit aussi convenir avec moi qu'aprés leur ruïne, l'air devenu plus subtil par sa rarefaction dans le vuide, doit non-seulement passer par les pores qu'il penetroit auparavant; mais qu'il peut alors en traverser de beaucoup plus petits que ceux qu'il lui donnent ordinairement passage, puisque ce Philosophe pour prouver la sortie de l'air par les pores de la peau, apporte pour raison qu'il passe bien par des conduits plus étroits.

Donc si l'air condensé que respirent les animaux pouvoit hors du vuide s'exhaler par les pores de la peau avec les vapeurs & les sueurs, comme le prétend ce Physicien, à plus forte raison pourroit-il, rarefié qu'il est dans cette machine, sortir par ces petits conduits, si ces atomes avoient quelque rapport à leur ouverture, & ce avec d'autant plus de facilité que ses parties sont plus divisées alors, & les pores de la peau plus ouverts par sa tension.

Or comme les animaux restent toûjours enflez dans la machine pneumatique aprés en avoir pompé l'air grossier, il est donc visible que l'air qui entre dans les vaisseaux sanguins par le moïen de la respiration, & qui se répand par les arteres dans toutes les parties, ne peut point, à quelque degré de subtilité qu'il puisse parvenir, sortir par les pores de la peau avec la sueur, ni par les conduits qui servent à la décharge des autres excremens de la masse du sang, qu'il traverseroit sans difficulté, si la figure de ses atomes avoit quelque rapport avec celle des vaisseaux excretoires des parties qui separent ces excremens.

Je ne sçay si aprés cet éclaircissement ce Philosophe trouvera encore que mes raisons n'ont rien de convain-

cant, & si les siennes sappent, comme il se l'imagine, les fondemens du systême que j'ay proposé.

Pour finir la critique qu'il en a faite, il dit *qu'on pourroit me demander par quels principes bien établis je pourrois prouver que l'air ainsi divisé & mêlé avec le sang, étant retourné au cœur & au poûmon, se réüniroit pour s'exhaler par l'âpre artere, & seroit déterminé à se séparer du sang : n'y avoit-il pas même quelques difficultez à expliquer cette sortie de l'air prise de la construction des rameaux de l'âpre artere qui répondent aux vaisseaux pulmonaires? C'est ce que je n'ay pas*, ajoûte-t-il, *le loisir d'examiner.*

S'il ne le sçait pas, d'où-vient donc que pour confirmer la facilité de l'air à sortir par les pores de la peau, il se sert de cette reflexion pour la prouver?

Cet air ainsi mêlé dans le sang doit passer, dit ce Physicien, *dans la circulation par les arteres capillaires pour entrer dans les veines capillaires, & revenir au cœur & au poûmon, & puis s'exhaler par l'âpre artere. Que s'il passe bien par ces arteres & par ces veines capillaires, & par des anastomoses qui deviennent plus insensibles que ne sont les pores*, il faut sous-entendre ceux de la peau, *pourquoy ne passera-t-il pas par ces pores mêmes?*

Je pourrois demander à mon tour à ce Philosophe, s'il n'y a point entre ces deux passages quelque contradiction dont il ne se soit pas apperçû. En attendant qu'il y pense plus serieusement qu'il n'a fait, je vais satisfaire sa curiosité sur ce qu'il n'a pas le loisir d'examiner lui-même.

Pour répondre à sa demande, & le tirer du doute où il paroît être sur la sortie de l'air par la trachée artere, quand une fois il est passé des vesicules du poûmon par ses veines dans le cœur ; je lui diray que l'air qui est soufflé par le poûmon dans les vaisseaux sanguins, ne pouvant se confondre avec le sang, ni faire une même masse avec lui, ni parcequ'il ne peut penetrer ses parties, il faut necessairement, ne pouvant point sortir par les pores de la peau, ni par aucun des conduits qui donnent passage aux excremens de la masse du sang, il faut, dis-je, qu'il s'é-

chappe necessairement par la trachée artere.

Car si l'air que respirent les animaux, & qui est une des principales causes du mouvement circulaire du sang, par l'impulsion qu'il lui donne en passant des vesicules du poûmon dans les veines pulmonaires, abandonnoit le sang à la sortie des branches de l'aorte, & qu'il s'échapât autant d'air par les pores de la peau, & par les autres conduits qui donnent passage aux excremens de la masse du sang, qu'il en entre dans les vaisseaux sanguins par la trachée artere, comme le prétend ce Physicien, il est certain que le sang resteroit sans mouvement dans les veines.

Le sang circule dans ces vaisseaux, & ils déchargent dans le cœur à peu prés la même quantité de sang que le cœur verse dans les arteres. Il faut donc que l'air rentre dans les veines pour pousser le sang dans le cœur, & qu'il abandonne le sang dans les arteres pulmonaires & rentre dans les vesicules du poûmon, afin de sortir hors du corps par la trachée artere, puisqu'enfin il ne peut passer par les pores de la peau, ni par tous les autres conduits qui servent à la separation des excremens de la masse du sang. Je vais maintenant expliquer à ce Philosophe de quelle maniere l'air abandonne le sang dans les arteres pulmonaires.

L'air que soufflent les poûmons par les veines pulmonaires dans le cœur, ne pouvant se confondre avec le sang, fait de continuels efforts par la vertu élastique qui est propre, pour se débarrasser d'avec lui, & sortir des vaisseaux dans lesquels ils circulent ensemble. Mais parce qu'en passant des extrêmités des branches de l'aorte dans les parties, il ne trouve pas les pores de la peau qui donnent issuë aux vapeurs & à la sueur, ni les conduits des parties qui servent à la sortie des autres excremens de la masse du sang propres à lui donner passage, il est forcé de rentrer avec le sang par les racines de la veine cave dans ses deux troncs, par lesquels ils s'écoulent ensemble dans le ventricule droit du cœur, qui les chassent dans l'artere

pulmonaire, où l'air trouvant des pores propres à le recevoir, il lui est aussi aisé d'abandonner le sang en sortant par ces pores, qu'il lui est facile de sortir de l'eau quand il y a été poussé par le canon d'une seringue.

L'air sortant des branches de l'artere pulmonaire, rentre dans les vesicules du poûmon, d'où il passe ensuite dans les rameaux de la trachée artere, & s'échappe enfin au dehors par ce canal.

Que l'air que respirent les animaux prene le chemin des veines pulmonaires pour s'insinuer dans les vaisseaux sanguins, qu'il en sorte par les branches de l'artere du poûmon pendant que l'air confondu avec la masse du sang rentre des extrêmités des branches de cette artere dans celles des veines pulmonaires, les experiences que je vais rapporter en sont des preuves évidentes.

Que l'on souffle de l'air en masse, je veux dire tel que le respirent les animaux, par la trachée artere dans le poûmon, il passe de ses cellules par ses veines dans le cœur, & n'y peut entrer par ses arteres. Or comme il sort autant d'air de la poitrine pendant l'expiration qu'il y entre pendant l'inspiration, il est donc visible que l'air qui entre dans les vaisseaux sanguins par les racines des veines du poûmon, en sort par les branches de l'artere pulmonaire en finissant sa circulation. Il ne peut donc pas s'échapper par aucuns des conduits qui donnent passage aux excremens de la masse du sang.

Il n'en est pas de même de l'air confondu avec les liqueurs; car si l'on seringue de l'eau & du lait mêlez ensemble par le tronc de la veine cave dans le ventricule droit du cœur, cet air revêtu de la figure de ces deux liqueurs passe avec elles des extrêmités des branches de l'artere pulmonaire dans les racines des veines du poûmon, sans entrer dans ses cellules. Donc l'air confondu avec le sang doit tenir le même chemin, pendant que l'air en masse se débarrassant d'avec lui, rentre par les branches de l'artere pulmonaire dans les cellules du poûmon. L'air confondu avec le sang ne peut donc sortir

du corps qu'en passant, revêtu de la figure des humeurs, par les parties qui donnent issuë aux excremens de la masse du sang.

Ces experiences font bien voir, autant que j'en puis juger, que l'air confondu avec les differentes humeurs qui composent la masse du sang, ne passe avec elles par tous les conduits des parties qui servent à leur séparation, que parceque cet air est revêtu, comme j'ay dit, de la figure de ces humeurs, & qu'au contraire l'air qui est en masse ne peut y passer, que parceque la figure de ses petits atomes n'a pas de rapport à celle de ces conduits; ce qui paroît d'autant plus vrai-semblable, que rien n'empêche de concevoir les atomes de l'air en masse de même grosseur & de même figure que ceux de l'air confondu dans toutes les liqueurs. Donc puisque l'un passe par où l'autre ne peut passer; il faut necessairement que l'air confondu avec les humeurs qui entrent en la composition du sang soit revêtu de leur figure; car sans cela il est visible que l'air en masse pourroit passer par tous les conduits que l'air confondu dans ces differentes humeurs peut traverser.

Si ce Philosophe avoit bien pris garde à cette difference, sans doute il ne m'auroit pas objecté, *que si l'air que nous respirons, étant mêlée avec le sang, passe bien par des arteres & par des veines capillaires, & par des anastomoses qui deviennent plus insensibles que ne sont les pores*, il faut sous-entendre ceux-là de la peau qu'il ne specifie pas; *pourquoy*, dit-il, *ne passera-t-il pas par les pores mêmes?*

Par les objections de ce Physicien & les solutions que j'y ay données, il est, ce me semble, aisé de voir qu'il ne s'est mépris que parcequ'il n'a pas crû qu'il y eût d'autre air dans le sang & dans les autres humeurs, que celui qui entre dans les vaisseaux sanguins par le moïen de la respiration, & pour n'avoir fait d'attention qu'à la differente grandeur des pores des parties de l'animal, & à la differente grosseur des molecules des liquides qui passent à travers, sans avoir aucun égard à la figure des uns & des

autres, sans laquelle il me paroît cependant qu'il est impossible de rendre raison des differens phenomenes que je viens d'expliquer.

Aprés avoir lû ce Memoire à l'Academie, M. Homberg rapporta deux faits qui confirment que l'air de la respiration passe des cellules des poûmons dans les vaisseaux, & se mêle immediatement avec la masse du sang.
» Le premier, *dit-il*, est que dans les lethargies le batte-
» ment lent du pouls est considerablement augmenté lors-
» qu'on expose de l'esprit de sel armoniac ou une autre li-
» queur fort spiritueuse au nez du malade, ce qui n'arrive
» que parceque des parcelles de ces liqueurs sont portées par
» le moyen de la respiration dans les poûmons, où elles se
» mêlent avec la masse du sang, & y augmentent la quanti-
» té des esprits animaux, qui ne sont autre chose que la
» partie la plus volatile & la plus spiritueuse de la masse du
» sang. Or ces matieres spiritueuses n'auroient pas pû at-
» teindre la masse du sang dans les poûmons, si l'air de la
» respiration qui en est le vehicule ne les y avoit porté;
» donc l'air de la respiration touche immediatement la
» masse du sang dans les poûmons & s'y mêle. L'on pour-
» roit objecter icy qu'il n'est pas necessaire que ces parcelles
» spiritueuses se mêlent avec la masse du sang pour produi-
» re des pulsations plus frequentes des arteres; qu'il suffit
» pour cela que ces parcelles spiritueuses, en passant par le
» nez dans la respiration, picottent les membranes nerveu-
» ses qui revêtissent les osselets du nez, pour réveiller toute
» la masse des esprits animaux, & pour la mettre en un mou-
» vement plus vif; ce qui peut augmenter tout seul les pul-
» sations du cœur & des arteres, & que par consequent l'air
» de la respiration ne les ayant pas porté dans la masse du
» sang, l'on ne peut pas tirer de ce fait la preuve de son mê-
» lange avec la masse du sang dans les poûmons.
» Le fait suivant servira de réponse à cette objection.
» Lorsqu'on se trouve dans un endroit où l'on a répandu
» de l'huile de therebentine, & qu'on l'a sentie pendant un
» peu de temps, on observe que l'urine de ces personnes a

une odeur de violette, tout de même que si elles avoient "
avallé de la therebentine. Cette odeur de violette ne "
provient que des parcelles spiritueuses de la therebentine "
qui sortent de leur corps avec l'urine : l'urine, comme "
tout le monde sçait, est une partie de la serorité du sang. "
Ces parcelles spiritueuses nageoient donc avec le sang dans "
sa serorité ; elle n'ont pas pû s'y mêler que dans la respi- "
ration par le moyen de l'air qui leur a servi de vehicule, "
Il est donc incontestablement vrai que l'air de la respira- "
tion s'est aussi-bien mêlé avec la masse du sang que les "
parcelles spiritueuses de la therebentine, & qu'ils ont sui- "
vi ensemble le cours de sa circulation. "

L'experience que je vais rapporter rend cette verité sensible. Le ventre d'un chien étant ouvert, si on pique la veine cave au-dessus des arteres émulgentes avec la pointe d'une lancette, on voit qu'à mesure qu'elles se vuide de sang, elle se remplit d'air, qui s'écoulant de ses racines dans son tronc, va se rendre dans le ventricule droit du cœur. Cet air forme dans son passage entre les goutes du sang qui y entrent avec lui, des bulles d'autant plus grosses qu'il reste moins de sang dans le canal de la veine cave ; ce qui continuë pendant tout le temps que le chien respire, & cesse si-tôt que la respiration vient à lui manquer.

Or la veine cave ne pouvant recevoir d'air que par les vaisseaux mêmes qui lui fournissent le sang ; il est donc évident que l'air que respirent les animaux passe des vesicules du poûmon par ses veines dans le ventricule gauche du cœur, & qu'il s'écoule avec le sang par l'aorte dans la veine cave, qui le reporte dans le ventricule droit

OBSERVATIONS

De l'Eclipse de Lune faite à l'Observatiore Royal le 17 Avril au matin de l'année 1707.

PAR Mrs CASSINI ET MARALDI.

1707. 14. May.

LE temps n'a pas été bien favorable à Paris, non plus qu'en plusieurs autres Villes de France & de l'Italie pour l'observation des phases principales de l'Eclipse de Lune qui est arrivée le matin du 17 Avril de cette année 1707.

A l'Observatoire nous n'avons pû observer exactement que le commencement de l'Emersion de la Lune & de plusieurs taches de l'ombre. Aux autres phases la Lune étoit quelquefois couverte entierement des nuages, & quelquefois couverte seulement en partie, ce qui rendoit douteuse la détermination des phases.

A Gennes M. le Marquis Salvago & M^rs les Abbés Rava & Barabini eurent le temps favorable pour observer la sortie de plusieurs taches dans l'ombre, parmi lesquelles il y en a trois que nous avons aussi observées à Paris, qui étant comparées ensemble s'accordent à donner la difference des meridiens entre Paris & Gennes à quelques secondes prés; de sorte que par l'observation qu'on en a fait à Gennes de l'Immersion totale, & par cette difference des meridiens, nous avons l'heure de l'Immersion totale dans l'ombre à Paris : mais nous avons observé immediatement à Paris le commencement de l'Emersion; donc nous aurons l'intervalle veritable entre ces deux phases, qui est la demeure entiere de la Lune dans l'ombre, & par consequent on aura aussi l'heure du milieu de l'Eclipse, qui est la phase principale qui donne la vraie opposition de la Lune avec le Soleil.

Voici le détail des observations que nous avons faites à l'Observatoire.

à 11^h

à $11^h\ 57'\ 55''$ environ, le bord oriental de la Lune étant au meridien, paroiſſoit déja un peu éclipſé au travers des nuages.

0 9 La Lune étoit éclipſée de 3 doits 11′.
10 30 L'ombre à Helicon.
11 0 La Lune eſt éclipſée de 4 doits 10.
16 30 La Lune éclipſée de 4 doits 40.

Enſuite la Lune ſe couvre, & reſte couverte juſqu'à 52′ aprés minuit.

0 52 La Lune ayant paru de nouveau, nous jugeâmes qu'elle étoit éclipſée de 10 doits & demi environ. Les nuages ne nous permirent pas de meſurer la phaſe avec le Micrometre.
1 37 Le ciel s'étant découvert, on voïoit la Lune entierement éclipſée d'une couleur rougeâtre.
2 33 La partie Orientale de la Lune étoit plus claire que l'Occidentale.
2 41 50 La Lune commence à ſortir de l'ombre.
2 43 50 Grimaldi à moitié ſorti.
44 20 Grimaldi tout ſorti.
47 Galilée approche du bord de l'ombre. La Lune ſe couvre enſuite.
3 0 0 La Lune éclipſée de 8 doits 30′.
3 0 25 Heraclides ſort de l'ombre.
2 26 Helicon ſort de l'ombre.
3 4 30 Tycho & Copernic ſont ſortis de l'ombre.
5 30 La Lune éclipſée de 7 30.
9 30 Plato commence à ſortir.
9 40 Eratoſtenes ſort.
10 25 Tout Plato ſort.
12 La Lune éclipſée de 6 15.
15 La Lune éclipſée de 5 50.
19 Manilius eſt ſorti.
23 45 Menelaus eſt ſorti. La Lune ſe couvre.
3 36 La Lune éclipſée de 1 50.
3 39 La Lune éclipſée de 0 50.

à 3^h	39′	10″	Proclus est sorti.
3	43		La Lune paroît encore éclipsée.
3	46	45	La Lune ne paroît plus éclipsée en sortant des nuages.

Observation de la même Eclipse faite à Gennes dans l'Observatoire de M. le Marquis Salvago.

à 12^h	56′	31″	L'ombre à Menelaus.
13	5	10	L'ombre à Promontorium acutum.
13	11	4	A Messala.
13	12	14	A Proclus.
	13	54	au commencement de mare crisium.
	15	20	à Cleomede.
	21	54	Immersion totale de la Lune dans l'ombre.

Aprés l'Immersion totale, le Ciel s'étant entierement découvert, la Lune paroissoit rougeâtre du côté du Sud-Est, & d'une couleur plus claire du côté du Sud-Oüest. A 3 heures du matin la Lune étoit également rougeâtre.

15	10	37	La Lune avoit commencé de sortir de l'ombre ayant paru au travers des nuages.
15	12	36	Grimaldi étoit tout sorti de l'ombre.
	18	36	Aristarchus sort de l'ombre. La Lune se couvre ensuite.
15	32	21	Tycho sort de l'ombre.
	37	58	Tout Plato sort de l'ombre. Le Ciel se couvre entierement, & ne permet plus de faire aucune observation.

Comparaison des observations faites à Paris & à Gennes.

Par la sortie de la tache Grimaldi observée à Paris

à	2^h	44′	20″
& à Gennes à	3	12	36
On a la difference des meridiens	0	28	16

Par la tache de Tycho observée à Paris à	3h 4′ 30″
& à Gennes à	3 32 21
La difference est	27 51
Par la tache de Plato observée à Paris à	3 10 25
& à Gennes à	3 37 58
La difference est	27 33

La moyenne de ces differences qui est 27′ 51″, étant ôtée de l'Immersion totale de la Lune dans l'ombre observée à Gennes à 1h 21′ 54″, donne la même Immersion à Paris à 0h 54′ 0″: ce temps étant ôté du commencement de l'Emersion observé à Paris à 2h 41′ 50″, la difference est la demeure de la Lune dans l'ombre totale de 1h 47′ 50″, égale à quelques secondes prés à celle qui est calculée dans la Connoissance des Temps. La moitié de cette difference étant ôté de l'heure de l'Emersion, donne l'heure de l'opposition à 1h 47′ 55″, qui n'est pas sensiblement differente dans cette opposition du milieu de l'Eclipse.

Observation de la même Eclipse observée à Leipsik.

Aprés avoir fait les reflexions précedentes, M. Junius nous a communiqué les observations de cette Eclipse, qui ont été faites à Leipsik par M. Rivinus, qui sont les suivantes.

Commencement de l'Eclipse à Leipsik à	0h	30′ du mat.
Commencement de l'obscurité totale	1	37
La fin de l'obscurité totale	3	24
Fin de l'Eclipse.	4	30
La durée totale est de	4	0
La durée de l'obscurité totale	1	47
Le milieu de l'Eclipse	2	30

OBSERVATIONS

De l'Eclipse de Lune du 17 Avril 1707 au matin à l'Observatoire.

PAR M^{rs} DE LA HIRE.

1707. 14. May.

NOus ne pûmes rien observer du commencement de cette Eclipse à cause de la grande quantité de nuages dont le Ciel étoit couvert, quoiqu'on ne laissa pas de voir la Lune assez distinctement. Mais le Ciel se découvrant un peu, nous fimes les observations suivantes le moins imparfaitement qu'il nous fût possible avec deux Lunettes de 7 piés de foyer, à l'une desquelles le Micrometre étoit appliqué, avec lequel on mesuroit le diametre de la partie de la Lune qui restoit éclairée, d'où on a conclu les doits éclipsés, & avec l'autre on observoit le passage de l'ombre par les Taches.

H.	′	″	*Diametre de la partie éclairée.*		*Diametre de la partie obscure.*		*Doits*	*Min.*
0	10	50	20′	42″	8′	48″	3	36
	17	8	17	50	11	40	7	46
	55	30	Immersion totale de la Lune dans l'ombre.					
2	43	0	Emersion rectifiée par les observations suivantes.					
	59	30	6	1	23	29	9	35
3	2	30	8	33	20	57	8	32
	5	0	9	49	19	41	8	1
	7	15	11	5	18	25	7	30
	9	30	12	21	17	9	6	59
	10	40	12	45	16	45	6	49
	14	30	14	21	15	9	6	10
	16	50	15	36	13	54	5	40
	19	50	16	52	12	38	5	9
	23	15	18	8	11	22	4	39
	25	0	20	24	9	6	3	43

H.	′	″	Diametre de la partie éclairée.		Diametre de la partie obscure.		Doits	Min.
3	35	5	22′	50″	6′	40″	2	42
	38	0	24	9	5	21	2	11
	39	45	25	5	4	5	1	40

On n'a pas pû observer la fin à cause du mauvais tems. Mais comme dans la difficulté qu'il y avoit à faire ces observations, il s'est pû échapper quelque erreur tant dans les nombres des minutes & secondes que dans la mesure, nous avons divisé le tems & la grandeur de l'Eclipse qui lui répond, entre les observations faites à 3^h $2'$ $30''$ & à 3^h $25'$ $0''$ où la Lune paroissoit plus clairement, en autant de parties égales entr'elles qu'il y a d'observations, comme on le voit dans la Table suivante, pour pouvoir découvrir plus facilement & de plus prés ce qui y manque; car on le peut faire dans cette Eclipse qui étoit presque centrale, & dont les phases égales devoient répondre à trespeu prés à des tems égaux.

H.	′	″	Diametre de la partie éclairée.		Diametre de la partie obscure.		Doits.	Min.
3	2	30	8′	33″	20′	57″	8	32
	5	0	9	52	19	38	8	0
	7	30	11	11	18	19	7	28
	10	0	12	30	17	0	6	56
	12	30	13	49	15	41	6	24
	15	0	15	8	14	22	5	52
	17	30	16	27	13	3	5	20
	20	0	17	46	11	44	4	48
	22	30	19	5	10	25	4	16
	25	0	20	24	9	6	3	44

Nous observâmes vers la fin de l'Eclipse le diametre de la Lune avec le Micrometre de $29'$ $32''$, d'où nous le posons de $29'$ $30''$ vers le milieu de l'Eclipse.

Nous observâmes aussi vers le commencement de l'Eclipse le passage du second bord du disque de la Lune par le meridien à 11^h $58'$ $1''$ du soir précedent le 17, & par con-

ſequent celui du centre a dû être à $11^h\ 57'\ 0''$, & la hauteur meridienne apparente du bord ſuperieur étoit de $30^\circ\ 53'\ 30''$, & celle du centre de $30^\circ\ 38'\ 46''$, laquelle étant corrigée par la refraction donnera la vraie de $30^\circ\ 36'\ 53''$.

Emerſion de quelques Taches du corps de la Lune dans le recouvrement de la lumiere.

Grimaldus à	2^h	$46'$	$0''$.
Tycho & Copernic à	3	19	42
Menelaus à		24	4
Dionyſius à		25	12
Promontorium acutum à		34	34
Commencement de la Mer des Criſes à		40	10
Le milieu de Cleomede à		41	23
La fin de la Mer des Criſes à		43	50

Il faut remarquer que dans le tems de la totale obſcurité on voïoit la Lune fort rouge, & vers l'endroit du centre de l'ombre il y avoit une obſcurité plus grande que partout ailleurs : mais ce qu'il y avoit de particulier, c'eſt que cette Tache obſcure qu'on voïoit au milieu, changeoit de figure à chaque moment, & même ſe ſéparoit en s'avançant tantôt d'un côté & tantôt d'un autre, & paroiſſoit comme flottante & inconſtante ; ce qu'on ne peut attribuer qu'aux differentes refractions de la lumiere, leſquelles étoient cauſées par les inégalités du corps de l'atmoſphere.

DE LA DERNIERE CONJONCTION ECLIPTIQUE DE MERCURE AVEC LE SOLEIL

PAR Mrs CASSINI ET MARALDI.

Suivant la plûpart des Tables Astronomiques, la derniere conjonction écliptique de Mercure avec le Soleil qui est arrivée le 5 de May, devoit être visible à Paris.

1707. 14. May.

Parmi ces Tables les Rudolphines sont celles qui marquent cette conjonction plutôt, & donnent l'entrée de Mercure dans le Soleil le 5 May à cinq heures & un quart du matin pour Paris, & la sortie à midy & demi du même jour.

Par le calcul de M. Halley qui est celui qui donne l'Eclipse plus tard, l'entrée de Mercure dans le Soleil devoit arriver à Paris le 5 à 8 heures & un quart du soir aprés le coucher du Soleil, & la sortie à 4 heures & un quart du matin avant le lever du Soleil du 6 May; de sorte que suivant ce calcul cette conjonction devoit arriver de nuit, & n'être pas visible à Paris.

Par la conformité du calcul de M. Halley avec les observations des conjonctions de Mercure avec le Soleil qui sont arrivées le siécle passé, on avoit lieu de croire ce calcul juste. Cependant nous n'avons pas laissé d'observer avec des Lunetes de 12 & de 18 pieds durant presque toute la journée du 5 le Soleil; qui n'a été couvert ce jour-là que par de petits intervalles, & qui ne se cacha entierement qu'un peu avant son coucher dans les nuages qui étoient a l'horizon. Nous l'avons aussi observé le matin du 6 à son lever, sans y avoir pû voir Mercure. Nous avons reçû depuis des Lettres de Rome, de Bologne, de Marseille &

de Montpellier, où l'on a observé le Soleil toute la journée du 5 & le matin du 6 sans y avoir vû Mercure.

ECLAIRCISSEMENS

Sur la production artificielle du Fer, & sur la composition des autres Métaux.

PAR M. GEOFFROY.

1707. 21. May.

LE mélange de l'huile de lin avec les terres argilleuses, celui de l'huile de vitriol avec les huiles étherées fournissent du fer ; on trouve des parcelles de ce métal dans les cendres de la plûpart des substances inflammables ; mais on n'est pas d'accord sur son origine.

J'ay avancé avec quelques Chimistes que ce fer étoit une production nouvelle, ou un composé qui résultoit de l'assemblage de quelques principes qui se rencontroient séparés dans les matieres qui fournissoient ce métal.

D'autres prétendent au contraire que ce fer est déja tout formé dans ces substances. Ils fondent cette opinion sur la difficulté ou même l'impossibilité qu'il y a, selon eux, de composer, ou de décomposer les métaux, sur la grande difference qu'ils croïent remarquer entre les principes des vegetaux & ceux des mineraux, pour qu'ils puissent si aisément se transformer de l'un en l'autre ; & ils appuïent ce sentiment sur des experiences par lesquelles ils essaïent de démontrer le métal déja tout formé dans les substances qui paroissent le produire.

Je vais examiner les raisons & les preuves dont on appuïe ce dernier sentiment. J'espere les détruire, & faire voir que le fer que ces matieres fournissent n'y étoit point avant leur mêlange, que c'est une production nouvelle, & qu'on peut non-seulement produire du fer, mais encore tous les autres métaux, les composer ou les décomposer,

poser, en réüniſſant ou en ſéparant les principes dont ils ſont formez.

On dit en premier lieu, que ſi on examine l'argile exactement avec le coûteau aimanté, on y trouve quelques parties de fer.

Je conviens que l'on trouve dans l'argile quelques parcelles de fer, mais en ſi petite quantité qu'il faut bien chercher pour les trouver ; au lieu que ſi on ſe donne la peine de diſtiller cette terre avec de l'huile de lin, on y trouve une tres-grande abondance de molecules ferrugineuſes aſſez groſſes, de ſorte qu'une partie tres-conſiderable de l'argile paroît s'être convertie en fer. Or il n'y a pas d'apparence que cette quantité de fer eût pû être contenuë dans cette terre, ſans s'y découvrir d'une maniere plus ſenſible.

On pourroit me répondre que les particules de fer ſont ſi fines & ſi menuës dans l'argile, qu'on ne les y peut découvrir par l'aimant ; au lieu que par la cuiſſon avec l'huile de lin, elles ſe réüniſſent & deviennent ſenſibles. Mais je ne conçois pas comment l'huile de lin pourroit operer cette réünion ; & d'ailleurs ſi l'argile contient des parties de fer en aſſez grande quantité, en pouſſant ſimplement cette terre au feu de fuſion, ces parcelles devroient ſe fondre, ſe rapprocher & ſe réünir en petites maſſes aſſez ſenſibles, ſans le ſecours de l'huile de lin, ou de toute autre matiere ſulphureuſe : ce qu'elles ne font pas. Il n'y a donc aucune preuve que cette grande quantité de fer qui ſe retire de l'argile par l'operation de Becher y ait été contenuë, & il eſt plus vrai-ſemblable de croire qu'il y a dans cette terre quelques-uns des principes du fer, auſquels il manque pour être fer parfait les principes qui ſe trouvent dans l'huile de lin.

On m'objecte en ſecond lieu que comme il n'y a preſque point de terre ſans fer, il peut fort bien arriver qu'un peu de ce métal diſſous par les ſucs de la terre, monte dans la ſeve de la plante, ſe diſtribuë avec elle dans toutes ſes parties, & paſſe même en diſſolution dans tous les ſucs

qui s'en tirent, ou par expreſſion ou par diſtillation : Que pour preuve de cela, ſi on brûle de l'huile de lin toute ſeule, on trouve dans les cendres qu'elle laiſſe quelques parcelles de fer.

Selon cette opinion le fer monte avec les ſucs de la terre juſques dans les plus petites parties des plantes ; il paſſe même juſques dans ce ſuc doux & ſubtil qui ſe filtre dans les fleurs & que les abeilles ramaſſent, puiſqu'en brûlant du miel on trouve du fer dans ces cendres. Mais comment ce fer diſſous par tous ces ſucs differens, & réduit apparemment dans ſes dernieres parties ne ſe décompoſe-t-il pas, puiſque l'eau ſeule eſt capable de le détruire, d'en ſéparer les principes, & de le réduire en une terre ou roüille qui n'a plus rien des proprietez du fer ?

J'ajoûte à cela que le fer n'eſt pas une matiere qui ſe puiſſe aiſément cacher. Il y a des marques pour le reconnoître. Il ſe découvre bien-tôt par le goût qu'il donne aux liqueurs qui le tiennent en diſſolution. Ces liqueurs, pour peu qu'elles ſoient chargées de fer, prennent une couleur rouge ou noire lorſqu'on les mêle avec les infuſions de noix de galles, de feüilles de chênes & d'autres matieres ſemblables : & cela eſt ſi conſiderable, qu'un grain de vitriol qui ne tient pas ſa quatriéme partie de fer, étant diſſous dans douze pintes d'eau, donne un goût ſenſible à l'eau, & ſe colore d'un peu de rouge leger par le mélange de la noix de galle.

Si donc la quatriéme partie d'un grain de fer étendu en 221184 grains de liqueur, ou diviſé en 884736 parties eſt encore ſenſible au goût & à la vûë ; pourquoi ne le ſera-t-il pas dans les ſucs des plantes & dans les liqueurs qui s'en tirent ? comme dans l'huile de lin, l'eſprit de terebentine, & autres liqueurs ſemblables qui fourniſſent beaucoup plus de fer à proportion qu'il n'y en a dans cette eau vitriolée.

On me demandera peut-être, d'où peut provenir le fer que l'on trouve dans la tête morte de l'huile de lin, s'il eſt vrai qu'elle n'en contienne pas ?

Je répons que ce fer a été produit par les principes qui composent l'huile de lin. Car il ne faut pas regarder cette huile & les autres pareilles comme un principe simple & homogene : elles contiennent un esprit acide, beaucoup de terre susceptible d'une sorte de vitrification, & le principe sulphureux.

Dans la fermentation qui fait la flâme, la partie terreuse s'unit tres-étroitement avec quelque portion d'acide & de souffre, d'où naissent les nouvelles molecules ferrugineuses.

Ce que je viens de dire de l'huile de lin, il le faut entendre de toute matiere inflammable, puisqu'il n'en est point où ces trois principes ne se rencontrent.

On ne peut donc démontrer le fer dans ces operations ou dans de pareilles, que par l'assemblage de ces trois principes ; & par consequent bien loin d'en rien conclure contre la production artificielle de ce métal, elles peuvent servir au contraire à la démontrer.

On m'objecte enfin que l'huile de vitriol ayant été distillée par une tres-grande violence de feu d'une matiere qui tient du fer, elle peut en avoir enlevé quelques parties que ces acides tiennent encore en dissolution, & que le mêlange des huiles étherées avec les acides ne fait que précipiter ce fer en molecules assez grosses pour pouvoir être sensibles.

On prétend prouver qu'il y a du fer dans l'huile de vitriol ; parce qu'ayant pris le sediment de l'huile noire de vitriol on l'avoit distillé, & qu'il étoit resté une matiere épaisse au fond de la cornuë ; qu'ayant poussé le tout dans un creuset à tres-grand feu pour en chasser tous les acides, il s'étoit trouvé quelques parcelles de fer dans la tête morte.

Mais si la maniere dont on découvre le fer dans cette liqueur n'est point differente de la préparation par laquelle je prétens que le fer se compose, cela ne prouve rien. Or cette operation ne paroîtra point du tout differente, si l'on examine avec attention ce qui s'y passe.

Je dis premierement que si on prend de l'huile de vitriol bien rectifiée, qui soit claire & transparente ; si on la distille, elle ne laissera jamais de fer. Aussi ce n'est que dans l'huile de vitriol noire, & même dans le sediment qu'elle dépose qu'on en a trouvé.

Or l'huile de vitriol n'est noire que par quelque portion d'huile qui s'est élevée des morceaux de bois ou des autres ordures qui se sont trouvées mêlées dans le vitriol, & qui se brûlent pendant la distillation. Il ne doit pas même s'y rencontrer de sediment, à moins qu'il n'y ait beaucoup de ces fuliginosités, ou qu'il n'y soit tombé de la terre qui luttoit les recipiens, ou quelques portions des bouchons de papier, de liege, de cire ou autres choses semblables que l'huile aura rongées ou dissoutes. Pour lors il n'est plus surprenant que de l'assemblage de ces souffres, de cette terre & de ces sels, il se forme du fer par la calcination qu'on ne pourroit pas démontrer sans cela.

Aprés avoir donc suffisamment fait connoître que le fer que l'on retire des operations précedentes est une production nouvelle, & que les moïens dont on prétend se servir pour démontrer que ces matieres tiennent du fer ne sont pas differens de ceux par lesquels on le compose ; je passe aux preuves par lesquelles je fonde mes conjectures touchant la production des métaux, & je vais montrer que les principes des vegetaux & ceux des mineraux sont essentiellement les mêmes, & qu'on peut promptement & sans beaucoup de travail décomposer les mineraux en séparant leurs principes, & les recomposer en substituant des principes tirez des vegetaux en la place de ceux qu'on en a enlevés. Je commence par les Sels.

Les principaux Sels mineraux sont le Nitre, le Sel marin, & le Vitriol. Nous trouvons ces mêmes sels dans les plantes.

Le sel essentiel de la Parietaire est tout nitreux, il fuse sur les charbons comme le salpêtre. Les sels fixes du Chardon beni, de l'Absinthe, du Kali, de l'Eponge con-

tiennent beaucoup de ſel marin, qui ſe criſtaliſe en cubes, & qui décrepite ſur les charbons.

La plûpart des ſels fixes des plantes calcinés juſqu'à un certain point, rendent une odeur de ſouffre tres-conſiderable. Or cette odeur ſulphureuſe ne peut venir que d'un ſel vitriolique rarefié & volatiliſé par l'huile de la plante.

Par ces ſels nous pouvons juger de tous les autres ſels des plantes. Car les ſels volatiles ne ſont que des ſels fixes débarraſſez de la partie de leur terre la plus groſſiere, & unis à quelque portion d'huile.

Il y a toute apparence que les ſucs acides qui ſe tirent des vegetaux ſont auſſi de la même nature que les acides mineraux, avec cette difference que les acides dans les plantes ont été fort rarefiez par la fermentation, & unis ſi étroitement avec les ſouffres, qu'ils ne les abandonnent qu'avec beaucoup de peine.

Ainſi le vinaigre diſtillé que je crois pouvoir mettre dans la claſſe des acides vitrioliques, ne differe de l'eſprit de ſouffre, de l'eſprit de vitriol, ou même de l'huile cauſtique de vitriol, qu'en ce que ces acides dans le vinaigre ſont étendus dans beaucoup de flegme, & unis tres-fortement avec beaucoup d'huile, qu'on en peut neanmoins ſéparer, comme je le feray voir dans un autre Memoire.

Si l'on diſſout du cuivre dans l'acide du vinaigre ſeparé de ſon huile autant qu'il eſt poſſible, il s'y forme des criſtaux tous ſemblables en figure à ceux du vitriol bleu.

Il paroît donc clairement par tout ceci que les ſels des plantes ne different point eſſentiellement des ſels des mineraux. Examinons preſentement les ſouffres.

Le principe ſulphureux ou inflammable eſt le même dans les vegetaux & dans les mineraux. J'ay déja fait voir dans le Memoire que j'ay donné ſur la production du ſouffre mineral par le mêlange de toute matiere inflammable, telle qu'elle ſoit, avec l'acide vitriolique, que le principe d'inflammabilité dans le ſouffre commun n'eſt point different de celui qui rend inflammable les graiſſes

des animaux, les huiles & les resines des plantes, & les bitumes de la terre. J'ajoûte à cela non-seulement que ce principe sulphureux se rencontre dans les substances métalliques, mais encore que c'est lui qui donne à ces matieres leur fusibilité, leur ductilité & leur forme metallique. C'est ce que je vais démontrer dans la plûpart des matieres metalliques.

L'Antimoine qui est une des substances qui approche le plus du métal, n'est presque que du souffre brûlant. On apperçoit aisément ce souffre qui s'exhale en flâme bleuë si on le calcine à l'obscurité. Lorsque la plus grande partie de son souffre s'est exhalé, il perd sa forme metallique, & il reste en cendre grise, qui fonduë prend la forme de verre au lieu de celle de métal qu'elle avoit avant la calcination. Si on veut rendre à ce verre ou á cette cendre la forme métallique, il ne faut que lui rendre ce principe sulphureux qu'elle a perdu en la refondant avec quelque matiere inflammable, comme le tartre, le charbon & toute autre matiere semblable, & elle se remet aussi-tôt en Regule.

On sçait que le salpêtre calciné avec quelque matiere sulphureuse fuse & s'embrase plus ou moins selon qu'il y a plus ou moins de souffre, & à proportion que ce souffre est plus ou moins envelopé; & s'il ne le fait pas avec toutes les matieres qui contiennent ce principe, il est au moins constant que quand il fulmine avec quelqu'une, il nous y marque un principe sulphureux. Or si l'on calcine l'antimoine avec le salpêtre, il se fait une fulmination assez considerable, dans laquelle une partie du souffre de l'antimoine s'exhale, & l'autre partie reste fixée par les sels du salpêtre. Il ne reste de l'antimoine qu'une chaux blanche, qu'il est aisé de remettre en Regule par l'addition de quelques matieres inflammables.

On peut recüeillir ce principe sulphureux de l'antimoine en le distillant avec le Sublimé corrosif; car pour lors en se détachant de la terre métallique de l'antimoine, il se joint au mercure du sublimé, & forme le Cina-

bre d'antimoine : sa terre métallique passe par la distillation avec les acides du sublimé, & forme le Beurre d'antimoine. Si on précipite cette terre, on aura ce qu'on appelle la poudre d'Algaroth : en la fondant ensuite on la convertit en verre, parcequ'elle est dépoüillée de la plus grande partie de son souffre. Si on lui rend ce souffre par l'addition de quelque matiere sulphureuse, elle reprend sa forme métallique.

Il paroît donc par ces analyses de l'antimoine, que c'est un composé d'une terre susceptible de vitrification, & du souffre principe corporifié par un peu de sel vitriolique. On peut démontrer aisément cet acide vitriolique dans l'antimoine par sa distillation, dans laquelle il donne une liqueur qui n'est point du tout differente de l'esprit de souffre.

A l'égard des métaux il y en a quatre que les Chimistes ont nommez imparfaits, parceque leurs principes ne sont pas liez si étroitement, & parceque la violence du feu ordinaire les détruit. Ces métaux sont le Fer, le Cuivre, le Plomb & l'Etain. Les autres qui résistent à la violence du feu ordinaire sont l'Or & l'Argent.

Dans les quatre premiers on peut découvrir aisément le principe d'inflammabilité, ils fusent tous avec le salpêtre plus ou moins sensiblement. Le fer est celui dans lequel cela est le plus sensible, ensuite l'étain, le cuivre & le plomb.

Le principe d'inflammabilité se rend encore sensible dans ces métaux, si on les laisse tomber en limaille sur la flâme d'une chandelle.

Dans le fer les grains de limaille s'enflamment, étincellent & tombent en petites boules à demi vitrifiées.

La limaille de cuivre n'étincelle pas de même, mais elle s'embrase & donne une flâme verte.

La limaille d'étain s'embrase : chaque grain fondu fume beaucoup en tombant, & cette fumée rend une odeur de fumée d'Orpiment : la limaille de plomb fume moins, & toutes deux colorent la flâme de la chandelle & la rendent bleuë.

Dans le fer le principe ſulphureux eſt plus condenſé que dans l'antimoine & dans le ſouffre mineral; cependant ſi on vient à rarefier ce ſouffre par le moyen de quelque acide volatil, comme ſont les eſprits acides de ſel & de vitriol, il s'enflâme tres-aiſément à l'approche d'une chandelle. Monſieur Lemery en a fait voir ici l'experience, en jettant de la limaille de fer dans de l'eſprit de vitriol, dont les vapeurs qui s'élevoient pendant la diſſolution, s'allumoient comme la vapeur de l'eſprit de vin.

Quelque fixe que ſoit le principe ſulphureux dans le fer, le grand feu ne laiſſe pas de l'enlever & de convertir ce métal, aprés une longue calcination, en une cendre rougeâtre qu'on nomme Safran de Mars. Cette cendre ne ſe vitrifie qu'à peine ſeule au feu ordinaire. Le feu du Soleil la vitrifie promptement, de même que le fer. Si on mêle cette cendre avec de l'huile de lin & qu'on les calcine enſemble, on la convertira en fer: & dans cette operation la terre du fer reprend le principe ſulphureux qu'elle avoit perduë. D'où il paroît qu'en ôtant au fer le principe ſulphureux il ceſſe d'être métal, ce n'eſt plus qu'une terre ſuſceptible de vitrification: ſi au contraire on rend à cette terre ſon principe ſulphureux, elle devient auſſi-tôt fuſible, malleable, ductile, en un mot c'eſt du métal.

On pourroit me demander où eſt dans tout ceci le principe vitriolique que j'ay reconnu dans le fer.

Je répondray qu'il y a tout lieu de croire qu'une partie de cet acide vitriolique s'échape avec le ſouffre principe dans la calcination du fer, & qu'une autre partie reſte embarraſſée dans la terre, & lui ſert de fondant pour ſe vitrifier. Et il eſt à préſumer que lorſqu'on veut remettre cette terre en métal, l'huile de lin ou les autres matieres inflammables rapportent avec elles un acide qui tient lieu de celui qui s'eſt exhalé: ou peut-être l'huile ne fait-elle que rarefier celui qui étoit concentré dans la terre pour en refaire une quantité de métal moindre à la verité que la premiere à proportion de la quantité du principe

cipe acide qui s'eſt exhalé. C'eſt ce qu'on verifieroit ſi on pouvoit analiſer les métaux avec la même préciſion qu'on analiſe les autres corps, ce qui paroît preſque impoſſible.

Aprés le fer le Cuivre & le métail qui paroît contenir le plus de ſouffre. Il fuſe avec le ſalpêtre, mais tres-foiblement. Quoiqu'il ait beaucoup de ſouffre, ce ſouffre eſt neantmoins plus concentré que dans le fer; c'eſt-pourquoi il n'eſt pas aiſé à rarefier par les ſels & à rendre inflammable. On le peut faire cependant par une operation décrite dans les Ouvrages de M. Boyle.

On met dans une petite cornuë de verre deux onces de ſublimé corroſif & une once de cuivre en limaille; on leur donne un feu aſſez vif, le mercure s'échape en partie & paſſe par le col de la cornuë; il s'éleve auſſi avec lui quelques ſels du ſublimé: mais la plus grande partie reſte unie au cuivre qu'ils ont diſſous, & avec lequel ils ne font plus qu'une maſſe quelquefois d'un jaune ou d'un rouge tranſparent, & quelquefois d'nn rouge opaque à peu prés comme la cire d'Eſpagne. Cette matiere expoſée à la flâme d'une chandelle ſe fond, brûle, & donne une flâme bleuë.

Dans cette préparation du cuivre, on diviſe & on étend tres-conſiderablement ce métail dans les ſels, ce qui met au large ſon ſouffre qui eſt par-là en état d'être ſuffiſamment rarefié par les eſprits de ces mêmes ſels, pour ſe changer enſemble en flâme à l'approche d'un corps allumé.

On prive le cuivre de ſon principe ſulphureux en le brûlant au grand feu, & il reſte une cendre qui ne ſe fond point en métal, & qui a peine à ſe réduire en verre: on l'y réduit cependant au feu du Soleil, de même que le métal; mais il faut en cette occaſion ſe ſervir d'autre choſe que du charbon pour les tenir au foyer du verre. ſans quoi ils ne ſe vitrifient point, parceque le charbon leur rend continuellement le ſouffre que le feu du Soleil en enleve. Je me ſuis ſervi aſſez heureuſement pour cela des coupelles, & lorſque j'ay eu vitrifié le cuivre ſur la

coupelle au feu du Soleil, en exposant de nouveau ce verre de cuivre sur le charbon au foyer du verre, il y reprenoit aussi-tôt sa forme métallique.

L'Etain & le Plomb sont les deux métaux imparfaits qui paroissent tenir le moins du souffre. On ne l'apperçoit qu'au foible fusement qu'ils font avec le salpêtre en les fondant ensemble.

Ces deux métaux laissent échapper aisément le peu de souffre qu'ils contiennent dans la calcination à feu ouvert: Ils se réduisent en cendres, & se vitrifient ensuite. Ils reprennent aussi tres-promptement ce souffre si l'on y jette quelque graisse ou quelqu'autre matiere inflammable, & ils reprennent avec ces principes leur forme métallique.

Les deux métaux où il est le plus difficile de démontrer le principe d'inflammabilité sont l'Or & l'Argent. Ils restent fixes dans les feux ordinaires sans se brûler & se détruire. Il n'y a que le feu du Soleil qui puisse les décomposer; mais il est à présumer que quoiqu'on ne puisse démontrer dans ces métaux le principe sulphureux, il s'y rencontre cependant comme dans les autres.

Il y a dans l'or, de même que dans les métaux imparfaits, une terre capable de vitrification qui en fait la base. Nous le voyons par le verre qui nous reste aprés la calcination de l'or au feu du Soleil; & il y a lieu de croire que la plus grande partie de ce qui s'en exhale en fumée pendant cette calcination, est le principe sulphureux mêlé avec des sels.

Il seroit à souhaiter que pour éclaircir cette matiere on pût avoir assez de ce verre pour essayer de l'imbiber d'un nouveau souffre, & en refaire du métal comme on fait avec les cendres & les verres des métaux imparfaits.

Il arrive à l'argent des varietez qui demanderoient une étude particuliere. Ce métal purifié par l'antimoine se vitrifie au feu du Soleil; mais s'il a été purifié par le plomb, il ne laisse qu'une cendre grise. Est-ce que le feu du Soleil seroit trop foible pour vitrifier cette terre, & l'argent passé par l'antimoine retiendroit-il quelque portion vi-

triolique de ce mineral qui ſerviroit de fondant à ſa terre ? C'eſt ce qu'il m'eſt difficile de déterminer preſentement.

Il paroît ſeulement qu'il a pour baſe une terre capable de vitrification, & ce qui s'exhale en fumée eſt apparemment un mêlange de ſouffre, de ſels, & d'un peu de terre que ce feu volatiliſe.

Par toutes ces experiences il paroît que les ſubſtances qui compoſent les métaux ne different point eſſentiellement de celles qui compoſent les vegetaux.

Que les métaux imparfaits ſont compoſez du ſouffre principe, d'un ſel vitriolique, & d'une terre vitrifiable.

Que ce principe ſulphureux eſt plus ou moins lié avec les autres principes.

Qu'il l'eſt fortement dans l'or & dans l'argent, moins dans les métaux imparfaits, encore moins dans l'antimoine, & tres-peu dans le ſouffre mineral.

Que le principe d'inflammabilité peut être ſéparé & enlevé des matieres métalliques par le feu ſimple ou par le feu du Soleil.

Que le métal dépoüillé de ce principe ſe convertit en cendres.

Que ces cendres, ſi on continuë de les pouſſer à un feu violent, ſe vitrifient.

Et que ces cendres ou ces verres, ſi on y mêle quelque matiere inflammable, reprennent auſſi-tôt la forme métallique qu'ils avoient perduë.

Que c'eſt ainſi que l'huile de lin change l'argile en fer.

Que ſi l'on connoiſſoit toutes les autres terres métalliques, on pourroit les convertir auſſi-tôt en métaux par la projection de quelque matiere inflammable.

Que les parties ſalines & terreuſe qui ſe rencontrent dans l'huile de vitriol & dans l'huile de terebentine fourniſſent cette terre capable de vitrification qui fait la baſe du fer, & qui reçoit ſa forme métallique du principe ſulphureux de l'huile de terebentine.

Que le fer que l'on découvre dans les cendres des

plantes y a été produit de la même maniere.

Que c'est un composé de la terre vitrifiable des plantes, de l'acide de ces mêmes plantes, & de leur principe huileux ou inflammable.

D'où je conclus que la production artificielle du fer est non-seulement possible, mais tres-réelle.

Je sçay bien que cette matiere est encore pleine de difficultez qu'il faudroit éclaircir, & que cela paroît fort opposé à l'idée que l'on s'étoit faite jusqu'ici de la formation des métaux dont on regarde le mercure comme la base; mais je ne rapporte que ce que mes recherches m'ont appris; le temps & nos experiences pourront nous instruire sur le reste.

MACHINE

Pour retenir la roue qui sert à élever le Mouton pour battre les pilotis dans la construction des Ponts, des Quais, & autres ouvrages de cette nature.

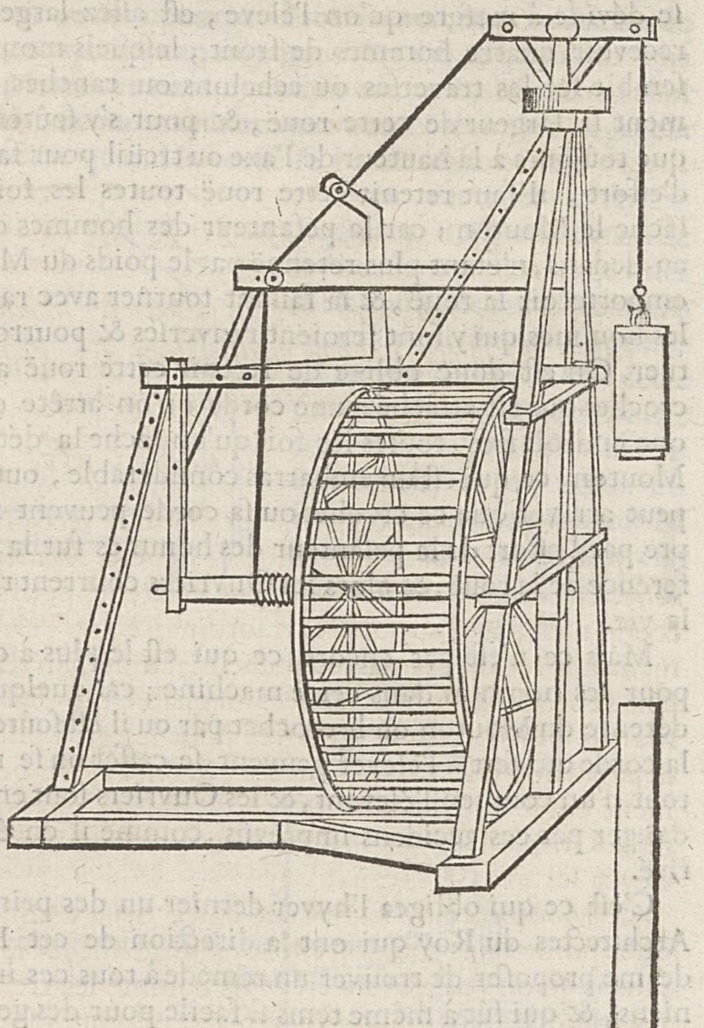
PAR M. DE LA HIRE.

1707. 1. Juin.

LA piece de bois ou masse dont on se sert ordinairement pour battre les pilotis s'appelle *Mouton* ou *Sonnette*. La Sonnette ne sert que pour battre les petits pilotis, & elle n'est pas d'un poids extraordinaire : on l'éleve seulement à force de bras sans aucune machine, en tirant plusieurs cordes qui sont attachées au chable qui la soûtient. Mais le Mouton dont on se sert pour les gros pilotis pese depuis 1000 jusqu'à 2000 livres, & on l'éleve ordinairement par le moyen d'un treüil ou rouleau qui fait partie de la Gruë ou Engin que les Charpentiers employent à élever les gros fardeaux.

Ce Mouton coule librement entre deux coulisses, afin qu'il puisse faire tout son effort en tombant sur la tête du pilotis qu'on veut enfoncer. Mais comme les treüils ordinaires des Engins sont mûs par quatre bras qui y sont fichés,

on ne le peut tourner qu'avec peine & lentement, ce qui n'avance pas l'ouvrage : c'est-pourquoi on applique à ce treüil une grande roüe de 10 ou 12 pieds de diametre comme on fait aux grandes gruës, afin que quelques hommes en marchant ou montant dans cette roüe puissent faire tourner le treüil plus facilement & plus commodément, comme on le peut voir dans la Figure.



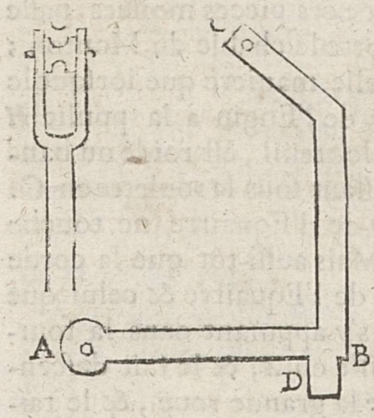
Dans la conſtruction d'un grand Pont de pierre qu'on fait à Moulins en Bourbonnois, & d'une conſtruction nouvelle, ſous les ordres & du deſſein de M. Manſart ſur-Intendant des Bâtimens, on eſt obligé d'enfoncer de tres-gros pilotis à 20 piés & plus en terre pour trouver un bon fond; c'eſt-pourquoi il faut y employer un Mouton qui peſe juſqu'à deux milliers. Mais comme la grande rouë qui eſt appliquée au treüil ſur lequel la corde du Mouton ſe dévide à meſure qu'on l'éleve, eſt aſſez large pour y recevoir quatre hommes de front, leſquels montent enſemble ſur les traverſes ou échelons ou ranches qui forment la largeur de cette rouë, & pour s'y ſoûtenir preſque toûjours à la hauteur de l'axe ou treüil pour faire plus d'effort, il faut retenir cette rouë toutes les fois qu'on lâche le Mouton; car la peſanteur des hommes qui ſont au-dedans, n'étant plus retenuë par le poids du Mouton, emporteroit la rouë, & la faiſant tourner avec rapidité, les hommes qui y ſont ſeroient renverſés & pourroient ſe tuer. On eſt donc obligé de retenir cette rouë avec un crochet qui eſt attaché à une corde qu'on arrête en quelque endroit fixe, toutes les fois qu'on lâche la détente du Mouton, ce qui eſt un embarras conſiderable, outre qu'il peut arriver que ce crochet ou ſa corde peuvent ſe rompre par l'effort de la peſanteur des hommes ſur la circonference de la rouë, & alors les Ouvriers courrent riſque de la vie.

Mais ce n'eſt pas encore ce qui eſt le plus à craindre pour les hommes dans cette machine; car quelquefois la détente du Mouton ou le crochet par où il eſt ſoûtenu, ou la corde qui ſert à l'élever peuvent ſe caſſer ou ſe rompre tout d'un coup en l'élevant, & les Ouvriers ſont en grand danger par ces accidens imprévûs, comme il en étoit arrivé.

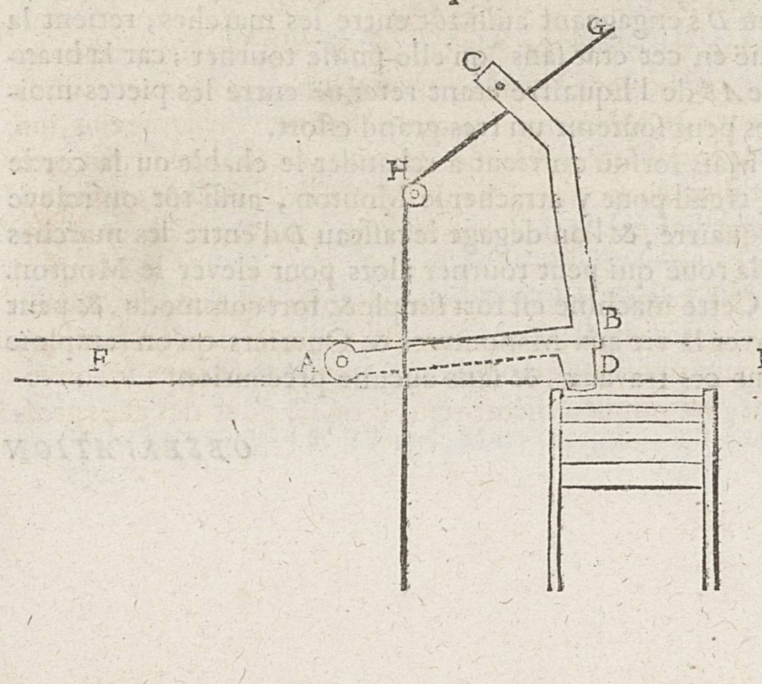
C'eſt ce qui obligea l'hyver dernier un des principaux Architectes du Roy qui ont la direction de cet Edifice, de me propoſer de trouver un remede à tous ces inconveniens, & qui fût à même tems ſi facile pour des gens groſ-

ſiers qu'on emploïe ordinairement dans ces ouvrages, qu'il ne pût leur arriver aucun mal par quelque negligence ou inadvertance que ce fût. Voici ce qui me vint en penſée ſur ce ſujet, & qu'on devoit mettre en execution.

Je conſideray d'abord que dans tous les accidens qui peuvent arriver à cette machine, la corde qui ſoûtient le Mouton ſe relâchoit entierement, & par conſequent qu'il falloit appliquer à la charpente même de l'Engin une piece laquelle vint à s'engager dans les marches ou ranches de la rouë, & qui fut capable de réſiſter à quelque effort que ce fût, pour la retenir quand la corde du Mouton ſeroit débandée, & au contraire que cette piece s'en dégageât d'elle-même quand la corde ſe banderoit.



Pour cet effet je fais un Equairre *ABC* de bois ou de fer beaucoup plus large qu'il n'eſt épois, & qui eſt fourchu vers ſon extrémité *C* laquelle eſt un peu coudée. Dans cette fourche j'y engage une petite roulette ou poulie, enſorte que le chable ou corde du Mouton peut ſe mouvoir librement dans cette fourche en paſſant au-deſſous de la



roulette. A l'autre branche *AB* de l'Equairre & vers l'angle *B* j'y arrête une forte cheville *D* ou tasseau de la même épaisseur que la branche de l'Equairre ; enfin l'extrémité *A* de cette branche *BA* est percée d'un trou pour y pouvoir passer une cheville de fer.

Il y a dans l'assemblage de l'Engin deux pieces moisées *EF* l'une à côté de l'autre qui servent à sa solidité, & qui laissent entr'elles un espace de 4 à 5 pouces, & c'est dans cet espace où j'engage l'Equairre *ABC*, & où je l'arrête aux moises par la cheville placée à son extrémité *A*, mais de telle maniere qu'il n'ait pas trop de jeu par les côtés, ce qui dépend de la distance entre les moises, & de l'épaisseur de la branche de l'Equairre.

Immediatement au-dessous de ces pieces moisées, passe la grande roue du treüil qui porte le chable du Mouton ; & l'on dispose la machine de telle maniere que lorsque le chable *GH* qui vient du haut de l'Engin à la poulie *H* pour être détourné ensuite sur le treüil, est roide ou bandé, il soûtient l'Equairre en passant sous la roulette en *C*. de telle sorte que le tasseau *D* de l'Equairre ne touche point aux marches de la roue. Mais aussi-tôt que la corde *GH* se relâche, le propre poids de l'Equairre & celui que la corde lui donne de plus en s'y appuïant dans la fourche, le fait tourner sur la cheville en *A*, & le fait descendres jusque contre les jentes de la grande roue, & le tasseau *D* s'engageant aussi-tôt entre les marches, retient la roue en cet état sans qu'elle puisse tourner ; car la branche *AB* de l'Equairre étant retenue entre les pieces moisées peut soûtenir un tres-grand effort.

Mais lorsqu'on vient à rebander le chable ou la corde du treüil pour y attacher le Mouton, aussi-tôt on releve l'Equairre, & l'on dégage le tasseau *D* d'entre les marches de la roue qui peut tourner alors pour élever le Mouton.

Cette machine est fort simple & fort commode, & peut sauver la vie aux Manœuvres & Ouvriers qu'on emploïe dans ces travaux, & sans aucune précaution.

OBSERVATION

OBSERVATION

De l'Eclipse de Mars par la Lune faite à Montpellier & à Marseille.

PAR M. CASSINI le fils.

1707. 28. Juin.

LE temps qui fut couvert ici à Paris le 10 de Mars aprés midy, ne nous permit pas de faire cette observation. Il fut plus favorable à Montpellier, où elle fut faite en presence de toute la Societé qui s'assembloit ce jour-là, à cause que c'étoit un Jeudy. Voici l'observation

à 4^h 25′ 30″ du soir à Montpellier, Immersion de Mars dans la partie obscure de la Lune.

à 4^h 58′ 36″ Emersion de Mars de la partie claire.

33′ 6″ Durée de l'Eclipse.

L'Immersion s'est faite à 10 minutes de distance de la corne meridionale de la Lune, & l'Emersion à 6 minutes de la même corne.

Quelque temps aprés M. l'Abbé Bignon nous remit l'observation qui en avoit été faite par le P. de Laval à Marseille.

à 4^h 32′ 7″ Le bord oriental de la Lune, qui est l'obscur, paroît toucher le bord Occidental de Mars.

à 4^h 32′ 17″ Mars entierement caché par le bord obscur de la Lune.

Hauteur apparente du bord superieur de la Lune prise au moment de l'occultation de Mars. 58^d 40′ 0″.

Cette occultation est arrivée 1^h 8′ plus tard qu'elle n'a été marquée dans le Livre de la Connoissance des Temps, & beaucoup plus près du bord meridional de la Lune.

Comme on ne s'attendoit pas que Mars parût si-tôt, on ne prit pas garde au moment de son Emersion. Le P. Feüillée ne vit pas précisément le moment de l'Emersion; mais il observa qu'à 4^h 59′ 14″ Mars etoit éloigné du bord

éclairé de la Lune d'un diametre & demi, dont retirant 10 secondes pour le temps que le diametre de Mars avoit employé à se cacher, & 15 secondes à cause qu'il étoit éloigné alors d'un diametre & demi, l'on aura le temps de l'Emersion à peu près à 4^h 58′ 49″

Reflexions sur cette Observation.

L'observation de l'Immersion de Mars dans la Lune faite à Montpellier, étant arrivée une heure plus tard que je ne l'avois calculée dans la Connoissance des Temps, cela me fit craindre qu'il n'y eût quelque erreur dans mon calcul; c'est pourquoi je le refis de nouveau, & je trouvai que ma détermination étoit juste, supposant les lieux de la Lune & de Mars tels qu'ils sont marquez dans les Ephemerides de l'Academie. Nous en écrivîmes à M. de Plantade Directeur de la Societé Royale, pour sçavoir s'il n'y avoit pas quelque méprise dans l'heure de son observation, & il nous fit réponse qu'elle étoit exacte, & qu'il avoit été surpris d'y trouver tant de difference. Je jugeai donc devoir calculer le lieu de la Lune par les Tables de mon Pere, & je trouvai qu'à 4^h 18′, temps de la conjonction veritable marquée par les Ephemerides, la longitude de la Lune étoit de 3^d 39′ 11″ des Gemeaux, & sa latitude septentrionale de 2d 55′ 18″. La longitude de Mars, tirée des Tables de M. de la Hire, étoit de 4^d 9′ 27″ des Gemeaux, & sa latitude septentrionale de 2^d 14′ 30″. Suivant cette détermination la conjonction de Mars & de la Lune est arrivée à 5^h 11′ plus tard de 53 minutes que celle qui résulte des Ephemerides. Ayant ensuite décrit une figure pour déterminer le temps des Phases, où l'on a tracé les paralleles de Paris, de Moutpellier & de Marseille, j'ai trouvé que l'Immersion de Mars dans la Lune a dû arriver à Paris le 10 Mars à 4^h 14′, & l'Emersion à 5^h 15′. Qu'à Montpellier, supposant la difference des meridiens de 6′ 10″ telle que nous l'avons determinée par les triangles de la meridienne, l'Immersion a dû arriver à 4^h 24′, & l'Emersion à 5^h 0′ à une

ou deux minutes près du temps marqué par l'observation; & qu'à Marseille, supposant la difference des meridiens de 12′ 0″, l'Immersion a dû arriver à 4^h 33′ 30″, & l'Emersion à 5^h 1′, ce qui ne s'éloigne de l'observation que de peu de minutes.

En comparant ces observations par la methode que j'ay expliquée à l'Academie pour en tirer la difference des meridiens, l'on trouve par l'Immersion observée à Montpellier & à Marseille la difference des meridiens entre ces deux Villes d'un peu plus de 4 minutes, & par l'Emersion de 6 à 7 minutes.

DES IRREGULARITEZ DE L'ABBAISSEMENT APPARENT DE L'HORISON DE LA MER.

PAR M. CASSINI.

1707. 28. Juin.

Après avoir examiné les premieres observations de l'abbaissement apparent de l'horison sensible de la mer faites par le P. Laval à Marseille dans son Observatoire, les ayant trouvées differentes en divers temps, je l'ay prié de continuer ces observations, pour voir si cette difference continuë toûjours de la même maniere avec cette irrégularité.

La Lunete de l'instrument par laquelle il fait ces observations est élevée sur le niveau de la mer de 144 pieds de Paris, suivant le nivellement qu'il en a fait : ces 144 pieds de hauteur donnent au rayon direct qui rase la surface de la mer une inclinaison de 13′ 14″.

Le moindre abbaissement apparent de l'horizon de la mer observé par le P. Laval à cette hauteur pendant cet hyver, a esté de 11′ 46″; la difference entre cette hauteur & celle du rayon direct seroit d'une minute 28 secondes,

que l'on pourroit attribuer à la plus grande refraction du rayon visuel qui rasoit la surface de la mer.

Mais le plus grand abbaissement apparent de l'horizon de la mer a été observé de 14′ 30″, qui est plus grand que celui du rayon direct d'une minute & 16 secondes ; ce qui est contre les regles de la refraction qui devoit diminuer cette inclinaison, au lieu de l'augmenter.

Nous avons déja remarqué par diverses autres observations, qu'une partie de la surface de la mer contiguë à l'horizon sensible, se confond à la vûë avec le Ciel, & que pour lors la circonference apparente de l'horizon sensible tombe dans la mer exposée à nôtre vûë. Le rayon visuel dirigé à cette ciconference apparente de l'horizon de la mer, decline donc alors du rayon direct, qui rase la surface de la mer vers la partie inferieure, contre l'inclinaison que devroit avoir le rayon rompu, qui rase cette surface.

Comme nous avions communiqué cette reflexion au P. Laval sans qu'il ait eu aucune occasion de distinguer par quelque signe sensible cette difference, l'on voit combien il est difficile de la distinguer, & à quelle erreur est exposée la methode de chercher la grandeur du diametre de la Terre par l'observation de la tangente de la mer sans cette circonspection.

On voit par les observations du P. Laval que cette difference entre divers abbaissemens apparents de l'horizon de la mer vûs du même lieu, surpasse souvent la cinquiéme partie de la plus petite inclinaison apparente ; de sorte que par cette methode on pourroit se tromper de la cinquiéme partie du demi diametre de la Terre.

J'avois tâché de reduire à quelques regles la difference entre l'inclinaison apparente du rayon rompu qui rase la surface de la mer, & l'inclinaison veritable du rayon direct.

Il est d'une grande importance d'examiner quelle exactitude on peut avoir d'une methode, pour ne pas en attendre une plus grande qu'elle ne peut donner.

Par la multitude des observations faites par le P. Laval nous apprenons, 1°. Que quand il est question de determiner une distance ou une petite hauteur sur la surface de la mer par une seule observation de l'abbaissement de la mer, on ne l'aura déterminée certainement qu'à $\frac{1}{5}$ près. C'est aussi à peu près la difference qui s'est trouvée entre la hauteur de l'Observatoire de Marseille, que nous avions tiré des observations faites à Marseille, & la hauteur veritable trouvée par le nivellement du P. Laval de 144 pieds, au lieu de 175 pieds que les observations de Toulon nous avoient montré. 2°. Que si l'on a plusieurs observations de l'abbaissement apparent de la mer faites en divers temps dans le même lieu, en prenant le milieu entre ces observations, on aura de fort près l'inclinaison égale à celle du rayon direct qui rase la surface de la mer, qui pourra servir à déterminer avec une mediocre justesse la hauteur & la distance par la methode ordinaire. 3°. Que la variation des hauteurs apparentes de la mer n'a aucun rapport regulier avec la variation qui s'observe en même temps dans le Thermometre & dans le Barometre ; ce qui semble confirmer ce que nous avons remarqué plusieurs fois, que la partie de l'air qui cause la refraction est d'une nature differente de la partie à laquelle on attribuë la pesanteur qui équilibre la hauteur des liqueurs dans le vuide.

Nous avons observé plusieurs fois l'abbaissement apparent de l'horizon sensible de la mer Mediterannée d'une hauteur dix fois plus grande que celle de l'Observatoire de Marseille, nous l'avons toûjours trouvé de 42′ sans aucune difference sensible d'une fois à l'autre ; ce qui fait voir que dans les moindres hauteurs les refractions sont beaucoup plus variables que dans les plus grandes.

OBSERVATIONS

DE MERCURE,

Comparées au calcul de nos Tables à l'occasion de sa Conjonction inferieure avec le Soleil, au mois de May de cette année 1707.

Par M. de la Hire le fils.

1707. 28. Juin.

Nous n'avons point d'observations des Planetes qui soient plus sûres pour déterminer leurs mouvemens, que leurs conjonctions & leurs oppositions avec le Soleil : car dans ces aspects la parallaxe de l'orbe de la Terre devient nulle, ce qui dégage leur mouvement d'une composition & le rend simple, au lieu que partout ailleurs il est composé de celui qui lui est propre & de celui de la Terre.

On a toûjours observé facilement les Planetes superieures dans un de ces points, qui est l'opposition ; mais pour les inferieures Venus & Mercure, il n'en est pas de même, à cause que la Terre ne se trouve jamais entr'elles & le Soleil. Cependant par le moyen des Lunettes d'approche, nous avons observé fort souvent Venus dans sa conjonction inferieure avec le Soleil, lorsqu'elle a une latitude considerable, à cause de sa grande clarté & de sa proximité à la Terre. On ne l'a vûë qu'une seule fois jointe au Soleil & sur son disque, qui fut le 4 Decembre 1638 : mais pour Mercure on ne l'avoit point vû que dans ses digressions jusqu'en 1631, où M. Gassendi l'observa à Paris sur le disque du Soleil. Cette observation si celebre excita tous les Astronomes à prendre toutes les précautions necessaires pour en faire de semblables, car c'étoit la seule Planete dont les mouvemens ne nous étoient pas bien connus. On envoya des Astronomes de l'Academie

en Languedoc pour ce sujet, & M. Halley alla exprès à l'Isle de Sainte Helene pour le voir plus commodément, & en effet il l'y observa ; mais M. Gallet le vit aussi dans le même tems en France.

M. Halley avertit dans son Livre des Observations qu'il fit dans la même Isle, que l'on pourroit voir Mercure dans le Soleil plusieurs fois dans le reste du siecle passé & dans celui où nous sommes, dont celle qui est arrivée au mois de May de cette année en est une ; mais nos Ephemerides nous avertissent assez de ces conjonctions dans les nœuds. C'est ce qui nous a obligé d'être attentifs à examiner le Soleil pendant tout le cinquiéme du mois de May dernier, & même le 4 au soir & le 6 au matin, sans que nous aïons rien apperçû sur le corps du Soleil. Mais comme il y a toûjours lieu de craindre que les mouvemens des corps celestes que l'on conclut des observations passées ne répondent pas exactement aux suivantes, nous avions fait exprès quelques observations du passage de cette Planete par le meridien avant cette conjonction, & nous en avons encore fait depuis pour reconnoître si nos Tables se soûtenoient toûjours dans l'exactitude qu'elles nous l'avoient marquée dans d'autres semblables, comme nous avons publié dans nos Memoires.

Nous observâmes donc le centre de Mercure dans le Meridien le 12 Avril 1707 à $1^h\ 11'\ 34''$ après midy, sa hauteur meridienne vraïe étoit de $58^\circ\ 53'\ 31''$.

Nous tirons de cette observation par nos suppositions & par le vrai lieu du Soleil tiré de nos Tables, que la longitude de Mercure étoit de $1^s\ 11^\circ\ 28'\ 33''$, & sa latitude boreale de $2^\circ\ 33'\ 18''$. Par nos Tables nous trouvons sa longitude de $1^s\ 11^\circ\ 30'\ 45''$, & sa latitude boreale de $2^\circ\ 32'\ 0''$. Donc la difference de la longitude observée avec celle qui est calculée $2'\ 12''$, & celle de la latitude observée avec celle qui est calculée $1'\ 18''$.

Nous observâmes le 14 Juin 1707 le centre de Mercure dans le meridien à $10\ 37'\ 24''$ du matin, sa hauteur meridienne vraie étoit de $60^\circ\ 3'\ 38''$.

Nous tirons de cette observation sa longitude de 2ˢ 2° 53′ 23″, & sa latitude australe de 1° 55′ 1″. Par le calcul des Tables la longitude est de 2ˢ 2° 48′ 23″, & la latitude australe de 1° 53′ 46″. Donc la difference des longitudes est de 5′ 0″, & celle des latitudes de 1′ 15″.

Le 16 Juin 1707 le centre de Mercure passa par le Meridien à 10ʰ 39′ 56″ du matin, sa hauteur meridienne vraie étoit de 60° 32′ 39″; d'où l'on tire sa longitude de 2ˢ 4° 32′ 6″, & sa latitude australe de 1° 44′ 16″. Par le calcul sa longitude étoit de 2ˢ 4° 27′ 44″, & sa latitude australe de 1° 43′ 2″. Difference des longitudes 4′ 22″, & celle des latitudes 1′ 14″.

Nous avons encore fait d'autres observations de Mercure dans le meridien, que nous ne rapporterons pas, celles-ci étant suffisantes pour faire voir la conformité qu'il y a entre les lieux de Mercure tirés de l'observation & calculés par les Tables.

Voici quelques reflexions que mon Pere a faites sur cette conjonction de Mercure avec le Soleil.

REFLEXIONS.

Sur le passage de Mercure par le disque du Soleil au mois de May 1707.

PAR M. DE LA HIRE.

1707. 28. Juin.

LOrsque j'ai construit mes Tables de Mercure, je me suis servi d'un très-grand nombre d'observations que j'avois faites de cette Planete, dont le mouvement est très-difficile à déterminer, à cause qu'elle va fort vîte, & qu'elle a une grande excentricité; & j'y ai aussi emploïé quelques observations de Margraf lesquelles m'ont parû avoir assez d'exactitude, & qui ayant été faites au Bresil, ont des avantages sur celles qu'on peut faire dans ces climats-ci. Mais surtout j'ai fait beaucoup d'attention aux six

ſix obſervations que nous avons de cette Planete dans ſon paſſage par le diſque du Soleil.

La premiere eſt celle de Gaſſendi en 1631. La ſeconde eſt de Shakerlæus Anglois, faite à Surate dans l'Inde en 1651. La troiſiéme eſt d'Hevelius à Dantzik en 1661. La quatriéme faite à Avignon par M. Gallet, & dans l'Iſle de Sainte Helene par M. Halley en 1677. La cinquiéme à Kanton dans la Chine en 1690 par les PP. de Fontaney & le Comte, & la ſixiéme que nous avons faite nous-mêmes à Paris à l'Obſervatoire en 1697.

De toutes ces obſervations il n'y a que celle d'Hevelius qui ſoit dans le nœud aſcendant de Mercure, comme celle qui a dû arriver cette année 1707 au mois de May. Mais comme les Ephemerides de l'Academie calculées ſur mes Tables marquoient cette conjonction le 5. May vers les 11^{h} 20$'$ du matin, & que nous n'apperçûmes rien ſur le Soleil dans ce tems-là, quoiqu'on le vît aſſez bien, je croyois que mes Tables avoient quelque défaut conſiderable dans cet endroit. Cependant le grand nombre d'obſervations ſur leſquelles j'ay déterminé les mouvemens de cette Planette, & celles de ſon paſſage par le meridien dés l'année 1699 & les ſuivantes, comme on les a rapportées dans les Memoires de l'Academie, ne pouvant point me faire ſoupçonner que je fuſſe fort écarté d'avec le Ciel, j'ay crû enfin que je ne devois pas m'aſſurer tout à fait ſur le calcul de nos Ephemerides, qui n'avoit pas été fait tout exprés pour ce tems-là, & que je devois l'examiner moy-même avec attention.

C'eſt ce qui m'a engagé de reprendre l'obſervation d'Hevelius, & de la calculer tout de nouveau par mes Tables, pour voir comment elles s'y accordoient, & j'ay trouvé qu'elles donnoient la poſition de Mercure éloignée ſeulement de 3$'$ de celle qu'il a déterminée, & qu'il rapporte lui-même. Cette difference eſt fort petite par rapport au mouvement propre de cette Planete dans ce tems-là, qui eſt de 2$'$ par heure.

Enſuite j'ay calculé de même le lieu du Soleil & de

Mercure pour les 5 & 6 May de cette année à 11^h du matin, & j'ay trouvé que bien loin que Mercure fût joint au Soleil au tems marqué par les Ephemerides, il en étoit encore éloigné de 32′ 14″ le 5e à 11^h du matin. Car par mes Tables le lieu du Soleil étoit au 14° 9′ 30″ du ♉, & celui de Mercure au 14° 41′ 44″, & la latitude de Mercure étoit alors de 8′ 57″ boreale.

Le 6e ensuite aussi à 11^h du matin j'ay trouvé le lieu du Soleil au 15° 8′ 3″ du ♉, & celui de Mercure au 14° 5′ 46″ du ♉, car Mercure étoit retrograde, & qu'il avoit 8′ 4″ de latitude australe.

Le mouvement journalier de Mercure au Soleil étoit donc alors de 1° 34′ 30″, & par consequent le mouvement horaire de 3′ 56″ $\frac{1}{4}$. C'est-pourquoy il convient 8^h $\frac{1}{4}$ pour les 32′ 14″ de difference que nous avons trouvée cy-dessus depuis les 11^h du matin du 5e May jusqu'au tems de la vraie conjonction au Soleil. Ainsi elle n'a dû être que le soir de ce même jour à 7^h $\frac{1}{4}$.

Mais sa latitude étoit le 5e à 11^h du matin de 8′ 57″ boreale, & le 6e à 11^h du matin de 8′ 4″ australe, ce qui donne une difference de 17′ 1″ par jour : Donc pour les 8^h $\frac{1}{4}$ il convient 5′ 51″, & par consequent la latitude de Mercure au tems de sa conjonction au Soleil devoit être de 3′ 6″ boreale ; ainsi Mercure auroit dû passer proche du centre du Soleil.

Enfin comme le Soleil ne se couchoit ce jour-là à Paris qu'à 7^h 21′, on l'auroit pû voir pendant la moitié de son cours dans le Soleil, & il auroit dû y entrer vers les 4^h du soir. J'examinay attentivement le Soleil pendant toute cette journée depuis son lever jusqu'au soir, & il ne paroissoit encore rien sur son disque. Le Ciel avoit été assez broüillé toute la journée, & il l'étoit encore plus au couchant. Pour le 6e au matin vers le lever du Soleil on n'y voyoit point Mercure.

Comme nous n'avons point eu de communication d'observations du 5e au soir qui n'ayent été faites dans des lieux plus orientaux, on n'a pas dû y voir Mercure dans le So-

leil. On peut donc conjecturer que cette conjonction sera arrivée le 5e vers les 10 ou 11 heures du soir; & par consequent mes Tables seront écartées du Ciel de 3^h ou $3^h \frac{1}{2}$. Mais Mercure faisoit alors de son mouvement propre un peu moins de 2′ par heure; ainsi mes Tables donneront la position de Mercure moins avancée qu'elle ne devroit être de 6′ ou 7′, ce qui n'est pas considerable pour cette Planete dans cette position, ses mouvemens étant si promts & si irréguliers, comme il est connu de tous les Astronomes.

METHODE GENERALE

Pour former les Systêmes temperés de Musique, & du choix de celui qu'on doit suivre.

PAR M. SAUVEUR.

I.

Des inconveniens du Systême Diatonique juste.

DAns un Systême de Musique l'on a en vûë de partager tellement l'octave en plusieurs intervalles, & de distinguer les sons qui font ces partages, que les distances réciproques de ces sons fassent des accords agreables à l'oreille, & qui conviennent au chant qui est en usage.

1707. 25. Juin.

Le Systême que nous suivons en Europe, & que nous regardons comme le plus naturel, est *le Diatonique*, qui partage l'octave par des *semitons majeurs*, par des *tons mineurs & majeurs*. Ce partage de l'octave se fait par des sons ausquels on a donné les noms de *ut. re. mi*, *fa. sol. la. si*, *ut*, & que nous croyons devoir être changez en ceux-cy, *pa. ra. ga*, *so. bo. lo. do*, *pa*, pour les raisons que nous avons marquées dans les Memoires de l'Academie de l'année

1701. page 335. Les accords qu'on a en vûë sont les consonances parfaites, *l'octave*, *la quinte & la quarte*: les imparfaites, *les tierces & les sixtes majeures & mineures*: les dissonances diatoniques, *les secondes & septiémes majeures & mineures*, *le triton & la fausse quinte*. Ces mêmes accords qu'on appelle aussi intervalles, étant considerez selon l'ordre qu'ils tiennent dans l'octave, sont *les secondes*, *les tierces*, *les quartes*, *les quintes*, *les sixtes*, & *les septiémes*, dont *les mineures* sont désignées par les chiffres 2, 3, 4, 5, 6, 7, & *les majeures* par ceux-cy II, III, IV, V, VI, VII, & *l'octave* par VIII. Les plus petits intervalles dont les sommes forment les intervalles précedens, & que nous appellons leurs élemens, sont *le semiton majeur*, *le ton mineur & le ton majeur*, que nous désignons par les lettres *S*, *t*, *T*. L'on peut voir tout ce que nous marquons icy dans les premieres colomnes de la Table des Systêmes qui est cy-aprés, ou dans la premiere Planche de nôtre Systême general qui est dans les Memoires de l'Academie des Sciences de l'année 1701.

Enfin nous representerons dans la Table suivante les noms des sons de deux octaves de suite, avec les raports de ces sons, c'est à dire les raports des nombres qui marquent les vibrations que font ces sons. Nous y ajoûterons les élemens ou les petits intervalles qui sont entre ces sons.

24. 27. 30, 32. 36. 40. 45, 48. 54. 60, 64. 72. 80. 90, 96
VT. RE. MI, FA. SOL. LA. SI, ut. re. mi, fa. sol. la. si, ut
T t S T t T S T t S T t T S

Au lieu des nombres cy-dessus 24. 27. 30, &c. on auroit pû mettre ceux-cy 72. 80. 90, 96 &c. & alors entre *VT. RE. MI*, *ut. re. mi*, on auroit mis *t T* au lieu de *T t*. Mais comme cela est indifferent, nous nous en tiendrons aux premiers nombres, parcequ'ils sont les plus simples.

La Table précedente represente le Systême Diatonique juste, dans laquelle si nous examinons en particulier les intervalles réciproques, nous y remarquerons les choses suivantes.

1. Toutes les octaves sont égales entr'elles, comme *VT*, *ut* : *RE*, *re*, &c.

2 Les secondes mineures *S* sont égales, comme *MI*, *FA* : *SI*, *VT*, mais les majeures *t*, *T* sont inégales; car *T* est plus grand que *t* d'un comma, que nous désignerons par *c*, de sorte que *T* est égal à *t c*.

3. Les tierces mineures *TS* sont justes entre *MI*, *SOL*, *LA*, *ut* : *SI*, *re*; mais trop foibles d'un comma entre *RE*, *FA* étant *t S*. Les tierces majeures *Tt* sont toutes égales *VT*, *MI* : *FA*, *LA* : *SOL*, *SI*.

4. La quarte mineure qu'on appelle simplement quarte *TtS* est juste entre *VT*, *FA* : *RE*, *SOL* : *MI*, *LA* : *SOL*, *ut* : *SI*, *mi*; mais elle est trop forte d'un comma entre *LA*, *re* étant *TTS*. La quarte majeure qu'on appelle triton est *TtT* entre *FA*, *SI*.

5. Les grands intervalles qui sont les quintes, les sixtes & les septiémes, tant majeures que mineures, sont les complémens des petits intervalles précédens; ainsi ils sont entre les sons de même nom dans un ordre renversé. C'est-pourquoy la quarte étant *VT*, *FA*, la quinte qui est son complément sera *FA*, *ut*. D'où l'on peut tirer les consequences suivantes. 1°. Que pour avoir les élemens d'un grand intervalle de l'octave 3*T* 2*t* 2*S*, il faut ôter les élemens du petit intervalle qui en est le complément; ainsi ôtant la quarte *T t S*, il restera 2*T t S* pour la quinte. 2°. Que les mêmes varietés qui sont dans les petits intervalles se rencontrent dans les grands qui sont leurs complémens; ainsi les secondes mineures & les tierces majeures étant toutes justes, les septiémes majeures & les sixtes mineures le seront aussi, & les autres petits intervalles étant alterés d'un comma entre certains sons, les grands intervalles qui sont leurs complémens seront alterés entre les mêmes sons renversés; ainsi la quarte *LA*, *re* étant trop forte d'un comma, la quinte *RE*, *LA* sera trop foible d'un comma. C'est-pourquoy il suffit d'examiner dans un Systême les petits intervalles, c'est à dire les secondes, les tierces & les quartes tant majeures que mineures.

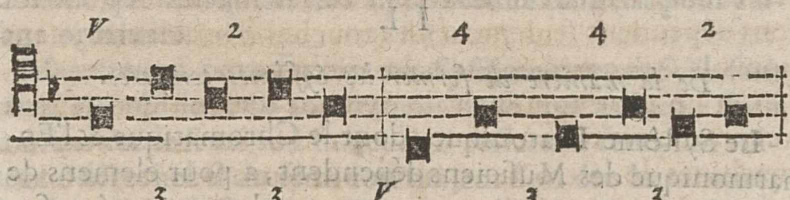
Ce que nous venons de dire regarde le Systême Diatonique juste ; un chant ou un air composé selon ce Systême ne peut être executé que par des Voix ou des Instrumens que je réduits à trois classes. Dans la premiere je renferme les Voix, les Violons & les Instrumens dont la justesse dépend de l'oreille seule. Dans la seconde les Trompettes, les Flutes, les Hautbois, la Basse de Viole, le Theorbe, la Guitarre, & generalement ceux dont le son est reglé par des ressauts, par des trous, ou par des touches, mais qui peut être corrigé par une oreille fine. Dans la troisiéme l'Orgue, le Clavecin & les machines dont les sons dépendent seulement des touches d'un clavier, sans pouvoir être corrigés par celui qui joue.

On ne peut appliquer le Systême Diatonique juste à aucune de ces trois classes. Car, 1°. Si les Instrumens ou machines de la troisiéme classe ont leurs sons reglés selon les raports des nombres marqués dans la Table precedente ; & si aprés un son on doit faire un intervalle qui se trouve alteré d'un comma, par exemple, si aprés *LA* on doit monter d'une quarte en *re*, on ne le pourra pas, car la quarte *LA*, *re* est trop forte d'un comma.

2°. Dans les Instrumens de la premiere & seconde classe on doit penser la même chose par rapport à ceux qui commencent; car dans la premiere classe ils s'accoûtument à fixer les noms *ut*, *re*, *mi*, *fa*, &c. à des sons déterminés, & dans la seconde classe aux sons qui sont reglés par les ressauts, par les trous, ou par les touches des Instrumens ; & alors ils tombent dans l'inconvenient que nous venons de marquer à l'égard des Instrumens de la troisiéme classe, lequel ne peut être au plus corrigé que par les plus habiles.

3°. Les plus habiles même ne peuvent pas suivre le Systême Diatonique juste dans les Voix & les Instrumens de la premiere & seconde classe. Car ils commencent & finissent ordinairement un chant ou un air par la même note, ayant été de la premiere à la derniere par differens intervalles, en montant & en descendant : or si aprés

avoir ôté les mêmes intervalles qui se trouvent en montant & en descendant, il reste d'un côté des tons majeurs, des tierces ou des sixtes mineures, ou enfin des quintes, & de l'autre côté des tons mineurs, des tierces ou des sixtes majeures, ou enfin des quartes ; & si on chante tous ces intervalles avec justesse, la derniere note sera plus haute ou plus basse d'un ou plusieurs comma que la premiere. Prenons pour exemple une élevation d'une Litanie qu'un Religieux envoye au R. P. Buffier, dont les notes principales sont les suivantes.



Intervalles montans.

Intervalles descendans.

Dans ces intervalles la quinte *V* est commune, les autres intervalles montans sont 2, 4, 4, 2, dont les élemens sont 2*T* 2*t* 4*S*. Les descendans sont 3, 3, 3, 3, dont les élemens sont 4*T* 4*S* : ôtant de ces élemens ce qui est de commun, il restera aux intervalles montans 2*T* égaux à 2*t* 2*c*, & aux descendans 2*t* ; de sorte qu'en chantant les intervalles justes, le dernier *ut* sera plus haut que le premier de 2 comma. Si l'*ut* de l'élevation suivante est à l'unisson du dernier *ut* de l'élevation précedente, & si la Litanie a 55 élevations, l'*ut* final de la 55[e] élevation sera plus élevé que le premier *ut* de 110 comma, ou de deux octaves ; ce qui paroît si absurde à ce Religieux, qui d'ailleurs est persuadé que les Chantres chantent juste, qu'il aime mieux croire que les raports des sons qui forment ces intervalles sont autres que ceux qu'on a coûtume de leur donner, par exemple, que la quinte ne consiste pas dans le raport de 2 à 3, mais dans un autre raport qui est tel qu'il aide à sauver l'inconvenient précedent. Mais on peut lui répondre que la justesse de la voix des Chantres n'est pas telle qu'ils ne puissent s'éloigner de la précision

d'un intervalle, de quelque partie d'un comma sans qu'on s'en apperçoive, comme j'ay remarqué avec un Monochorde auquel j'avois appliqué mes Eptamerides, & que j'ay décrit à la page 316 des Memoires de l'Academie de l'année 1701.

Il vaut mieux dire avec M. Hugens * que l'oreille du Musicien conservant l'idée du son du premier *ut*, il y retombe naturellement par un changement imperceptible de ces intervalles qu'on rend par-là un peu alterés, ce qui marque la necessité d'un Systême temperé.

* *Cosmoth oros pag.* 77.

I I.

De la maniere de former les Systêmes temperés.

Le Systême Diatonique, dont le Chromatique & l'Enharmonique des Musiciens dépendent, a pour élemens de son octave 3 *T* 2 *t* 2 *S*; mais pour rendre temperé ce Systême au lieu des tons majeurs & mineurs *Tt*, il faut prendre un ton moyen; alors l'octave sera composé de 5 tons & de 2 semitons: Et pour trouver les raports entre ces tons, ces demi-tons & l'octave, il faut diviser l'octave en parties égales, dont les tons en contiendront un certain nombre, & les demi-tons un autre.

L'octave est l'accord de deux sons, dont le raport des vibrations est de 1 à 2; de sorte que pour diviser l'octave, par exemple, en 43 parties égales, il faut trouver 42 moyennes proportionnelles entre 1 & 2.

Pour trouver des moyennes proportionelles entre deux nombres, il faut avoir recours aux extractions des racines, lesquelles étant inconnuës à la plûpart de ceux qui aiment la Musique, & étant tres-penibles aux autres, elles sont cause que cette theorie est demeurée tres-imparfaite, mais l'usage des logarithmes ôte cette difficulté. C'est pourquoy nous nous en sommes servi pour exprimer les intervalles des sons & pour les partager, ce que nous avons fait d'une maniere differente de M. Hugens dans son Cycle harmonique *.

* *Hist des Ouvrag. des Sçav. Octob.* 1691.

Nous

Nous avons marqué dans nôtre Systême * le raport des sons & la maniere de trouver le logarithme qui marque l'intervalle de ces sons, en nous servant des petites Tables de Vlacq qui sont fort communes. L'on trouve avec ces Tables que l'intervalle de l'octave est exprimé par le logarithme 301.0300 en negligeant la figurative, celui du semi-ton majeur S par 28.0287, du ton mineur t par 45.7575, & du ton majeur T par 51.1525 : la difference de T à t est le comma 5.3950. Nous avons mis un point devant les quatre derniers chiffres, parceque les premiers chiffres qui marquent nos Eptamerides suffisent pour l'usage ordinaire.

* Mem. de l'Ac. 1701. pages 306. & 309.

Maintenant pour former un Systême temperé, il faut avoir en vûë le semi-ton majeur & le ton moyen : si du ton l'on ôte le semi-ton majeur, il restera le semi-ton mineur : derechef si du semi-ton majeur l'on ôte le mineur, il restera leur difference. Soit donc s le semi-ton mineur, c la difference du semi-ton mineur au majeur laquelle répond au comma ; alors $s + c$ sera le semi-ton majeur, & $2s + c$ sera le ton moyen, & $12s + 7c$ sera l'octave qui est composée de 5 tons moyens & de 2 semi-tons majeurs.

Mais pour trouver les raports de c à s, j'ôte le semi-ton majeur $s + c = 28.0287$ du ton $2s + c$ qui est 45.7575 & 51.1525, le reste s sera 17.7288 & 23.1238; ensuite ôtant s de $s + c = 28.0287$, il restera c égal à 10.2999 & à 4.9049.

Comme s & c ont deux valeurs, pour avoir leur plus petit & leur plus grand raport, je divise le plus petit $s =$ 17.7288 par le plus grand $c = 10.2999$, & ensuite le plus grand $s = 23.1238$ par le plus petit $c = 4.9049$; l'on trouvera que c est à s au moins comme 1 à $1\frac{31}{43}$ ou à $1\frac{5}{7}$, & au plus comme 1 à $4\frac{5}{7}$. De sorte que si c est égal à 1, s sera entre $1\frac{5}{7}$ & $4\frac{5}{7}$, l'octave $12s + 7c$ sera entre $27\frac{4}{7}$ & $63\frac{4}{7}$. Si l'on veut avoir le raport de c à s par l'octave, il faut diviser 301.0300 par 10.2999 & par 4.9049 ; alors supposant c égal à 1, l'octave $12s + 7$ sera au moins $29\frac{8}{35}$, & au plus $61\frac{6}{35}$, & s sera entre $1\frac{6}{7}$ & $4\frac{1}{2}$: Mais pour une plus

grande ſimplicité, nous ſuppoſerons le raport de *c* à *s* au moins de 1 à 1 $\frac{2}{3}$, & au plus de 1 à 4 $\frac{2}{3}$, & le raport de *c* à l'octave au moins de 1 à 27, & au plus de 1 à 63.

La ſimplicité d'un Syſtême demande que les valeurs de *c* & de *s* ſoient exprimées en nombres entiers. C'eſt-pourquoy ſi *c* eſt égal à 1, *s* ſera 2, 3 ou 4, & l'octave ſera 31, 43 ou 55. Si *c* eſt égal à 2, *s* ſera 4, 5, 6, 7, 8 ou 9, & l'octave 62, 74, 86, 98, 110 ou 122. Si *c* eſt égal à 3, *s* ſera 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 ou 14, & l'octave 81, 93 105, 117, 129, 141, 153, 165, 177 ou 189, & ainſi de ſuite; où il faut remarquer que lorſque *s* eſt multiple de *c*, le Syſtême retombe dans l'un des premiers qui ſuppoſe *c* égal à 1. Si l'on ſuppoſoit *c* égal à zero & *s* égal à 1, l'octave ſeroit 12, c'eſt à dire qu'elle ſeroit diviſée en 12 ſemi-tons moyens.

III.

Table des Syſtêmes temperés comparés au Syſtême Diatonique juſte.

Les Syſtêmes temperés ſe réduiſent à ceux qui ſuppoſent $c = 1$, $s = 2, 3, 4$, & l'octave diviſée en 31, 43 & 55 parties; parceque les nombres qui marquent les parties de l'octave deviendroient trop grands ſi l'on ſuppoſoit $c = 2, 3, 4, 5$, &c. ce qui eſt oppoſé à la ſimplicité qui doit être dans un Syſtême. Nous y ajoûterons neantmoins le Syſtême qui ſuppoſe $c = o$, & qui diviſe l'octave en 12 ſemi-tons égaux, parce qu'étant fort ſimple il a eu ſes partiſans.

Nous appellerons ces Syſtêmes, *Syſtêmes des ſemi-tons moyens*, *des 31 parties*, *des 43 merides*, & *des 55 commæ*; & afin de faire le choix du plus parfait, nous commencerons par comparer les intervalles temperés de chacun de ces Syſtêmes à ceux *du Syſtême Diatonique juſte*, ce que nous ferons par le moyen de la Table ſuivante.

* Cette Table contient pluſieurs colomnes. Dans la I. ſont les noms *des Intervalles Diatoniques*, dont les conſonances ſont en capitales, & les diſſonances en romaines.

* *Voyez la Table ſuivante.*

Nous y avons ajoûté les caracteres qui les désignent, sçavoir les chiffres Arabes 2, 3, 4, 5, 6, 7, qui marquent les intervalles mineurs, & les chiffres Romains II, III, IV, V, VI, VII, qui marquent les intervalles majeurs : de plus nous appellons les secondes, les tierces & les quartes *petits intervalles*, & les quintes, les sixtes & les septiémes *grands intervalles*. Nous mettons le triton au rang de la quarte majeure, & la fausse quinte au rang de la quinte mineure, à cause de l'analogie qu'elles ont avec les intervalles majeurs & mineurs.

La II. colomne contient *les élemens des intervalles du Systême Diatonique juste*, dans lesquels *S* signifie le semiton majeur, *t* le ton mineur, & *T* le ton majeur : les autres intervalles sont composez de l'assemblage de ces 3 élemens.

La III. colomne contient *les intervalles du Systême Diatonique juste exprimés en logarithmes*, dans lesquels connoissant les logarithmes de *S*, *t*, *T*, on connoîtra les logarithmes des autres intervalles, en prenant les sommes de ces logarithmes en la place des élemens marqués dans la II. colomne.

La IV. contient les élemens *des Systêmes temperés* qu'on trouve aisément par ceux de la colomne II, en mettant *s c* en la place de *S*, & *2s c* en la place de *T* & de *t*.

La V. colomne contient *le Systême temperé des 12 semitons moyens*, qui suppose $c = o$ & $s = 1$, & par consequent l'octave $12s$ divisée en 12 parties égales qu'on appelle semi-tons moyens.

Cette colomne, aussi-bien que les 3 suivantes, est subdivisée en 3 autres colomnes, dont la premiere marque les parties qui composent chaque intervalle de ce Systême, en supposant $s = 1$ & $c = o$ de la colomne IV. La seconde contient l'octave 301·0300, & 1 douziéme partie 25.0858 de l'octave multipliée par les nombres de la premiere colomne. La troisiéme contient les differences des intervalles de ce Systême temperé avec ceux du Systême juste de la III. colomne. Dans ces differences le signe —

TABLE pour comparer les Systêmes temperés

	I. Intervalles Diatoniques.		II. Elemens du Systême juste.	III. Systême Diatonique juste en logarithmes.	IV. Elemens des Systêmes temperés.	V. Systême temperé des 12 semi-tons moyens.		
						Semi-tons.	c = 0. s = 1	Differences.
	VIII.	OCTAVE	3T, 2t, 2s	301.0300	12s 7c	12	301.0300	0.0000
			comma	5.3950	c	0		
Petits Intervalles.	2	Seconde min.	s	28.0287	s c	1	25.0858	-2.9429
	II.	Sec. maj. ou Ton { *min.* / *maj.*	t T	45.7575 51.1525	2s c	2	50.1717	4.4142 -0.9808
	3	TIERCE MIN.	T s	79.1812	3s 2c	3	75.2575	-3.9237
	III.	TIERCE MAJ.	T t	96,9100	4s 2c	4	100.3433	3,4333
	4	QUARTE	T t s	124.9387	5s 3c	5	125.4292	0.4905
	IV.	Triton	2 T t	148.0625	6s 3c	6	150.5150	2.4525
Grands Intervalles.	5	Fausse quinte	T t 2 s	152.9675	6s 4c	6	150.5150	-2.4525
	V,	QUINTE	2 T t s	176.0913	7s 4c	7	175.6008	-0.4905
	6	SIXTE MIN.	2 T t 2 s.	204.1200	8s 5c	8	200.6867	3.4333
	VI.	SIXTE MAJ.	2 T 2 t s	221.8488	9s 5c	9	225.7725	3.9237
	7	sept. { *minime.* / *mineure.*	2 T 2 t 2 s 3 T t 2 s	249.8775 255.2725	10s 6c	10	250.8583	0.9808 -4.4142
	VII.	septiéme maj.	3 T 2 t s	273.0013	11s 6c	11	275.9442	2.9429

avec le Systême Diatonique juste.

VI.			VII.			VIII.		
Systême temperé des 31 parties.			*Systême temperé des 43 merides, ou des 301 eptamer.*			*Systême temperé des 55 comma.*		
Parties.	c = 1 . s = 2	*Differences.*	*Merides.*	c = 1 . s = 3 *Eptamerides.*	*Differences.*	*Comma.*	c = 1 . s = 4	*Differences.*
31	301.0300	0.0000	43	301.0000	0.0300	55	301.0300	0.0000
1	9.7106	4.3156	1	7.0000	1.6050	1	5.4733	0.0783
3	29.1319	1.1032	4	28.0000	-0.0287	5	27.3664	0.6623
5	48.5532	2.7957 -2.5993	7	49.0000	3.2425 -2.1525	9	49.2595	3.5020 1.8931
8	77.6852	-1.4960	11	77.0000	-2.1812	14	76.6258	2.5554
10	97.1064	0.1964	14	98.0000	1.0900	18	98.5188	1.6088
13	126.2382	1.2997	18	126.0000	1.0613	23	125.8853	0.9466
15	145.6597	-2.4028	21	147.0000	-10625	27	147.7784	-0.2841
16	155.3703	2.4028	22	154.0000	1.0325	28	153.2516	0.2841
18	174.7916	-2.2997	25	175.0000	1.0913	32	175.1447	-0.9466
21	203.9236	-0.1964	29	203.0000	-1.1200	37	202.5112	-1.6088
23	223.3448	1.4960	32	224.0000	2.1512	41	224.4042	2.5554
26	252.4768	2.5993 -2.7957	36	252.0000	2.1225 -3.2725	46	251.7705	1.8930 -3.5020
28	271.8981	-1.1032	39	273.0000	-0.0013	50	273.6636	0.6623

marque que les intervalles de ce Systême sont plus petits que ceux du Systême juste.

Ce Systême a son usage chés les Joüeurs d'Instrumens les moins habiles, à cause de sa simplicité & de sa facilité, pouvant transposer les notes *ut*, *re*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, *si*, sur telle touche qu'ils veulent, sans aucun changement dans les intervalles : mais les differences des intervalles de ce Systême avec ceux du Systême Diatonique juste étant trop grandes, les habiles Joüeurs d'Instrumens l'ont rejetté.

La VI. colomne marque *le Systême temperé des* 31 *parties* en supposant $c = 1$ & $s = 2$: elle est subdivisée en 3 colomnes comme la précedente.

M. Hugens aprés avoir trouvé exactement les intervalles de ce Systême dans son Cycle harmonique *, en montre l'excellence contre l'injuste arrest prononcé par le P. Mersenne, & auparavant par Salinas qui ne connoissoit point l'Auteur de ce Systême. Il fait remarquer la simplicité que ce Systême apporte à la theorie des tons, & le peu de difference qu'il a avec le Systême temperé, dont tous se servent, & qui est rapporté par Zarlin, qui suppose la tierce majeure & la sixte mineure justes, mais les autres intervalles augmentés ou diminués d'un quart de comma. Nous avons crû qu'il étoit plus à propos de comparer immediatement les intervalles des Systêmes temperés à ceux du Systême juste qu'à un autre temperé, puisque le juste est la regle des autres.

* *Hist des Ouvrag. des Sçavans.* Oct. 1691. art. X.

La VII. colomne marque nôtre *Systême temperé des* 43 *merides* ou *des* 301 *Eptamerides*, qui suppose l'octave $12s + 7c = 301.0000$, $c = 1$ & $s = 3$, ou bien $c = 7$ & $s = 21$.

Quoique ce Systême se déduise de la formule précedente en diminuant le logarithme de l'octave de 300, il doit neanmoins son origine à un autre principe. Jay trouvé que le semi-ton majeur diminué de 287 se réduisoit à 28.0000, & que 301.0000 & 28.0000 étoient divisibles par 7 : ôtant de l'octave les 2 semitons majeurs 56.0000, il restoit 245.0000 pour la valeur des 5 tons, dont chacun étoit par consequent 49.0000 qui est encore divisible par

7. Divisant donc ces nombres par 7, & retranchant les 4. zeros, l'octave s'est trouvé divisée en 43 parties égales, que j'ay appellé *Merides*, dont chacune est subdivisée naturellement eu 7. parties, que j'ay appellé *Eptamerides*, qui suffisent pour la pratique : mais en faveur de ceux qui aiment la theorie, j'ay encore subdivisé ces Eptamerides en 10 *Decamerides*.

La VIII. colomne contient *le Systême temperé de 55 comma*, qui est celui dont les Musiciens ordinaires se servent. Dans ce Systême *c* est égal à 1 & *s* égal à 4. On appelle comma les parties 5.4733 dans lesquelles l'octave est divisée, parcequ'elles ne different du veritable comma 5.3950 que de 783 qui n'en est que $\frac{1}{69}$.

Je n'ay point mis les Systêmes temperés de 19 ni de 67 parties, parceque tous deux faisant *c* égal à 1, le premier suppose *s* égal à 1 qui est au dessous de 1 $\frac{2}{7}$, & le second suppose *s* égal à 5 qui est au-dessus de 4 $\frac{2}{3}$. Nous avons montré cy-dessus que les valeurs de *s* ne devoient point passer ces deux termes.

Je ne parle point aussi du Systême temperé raporté par Zarlin qui est aussi décrit dans la Lettre de M. Hugens, parcequ'il ne suppose point l'octave divisée en parties égales pour en donner un certain nombre à chaque intervalle, & marquer par-là les raports de ces intervalles entre eux & à l'octave.

Pour déterminer ce que l'on doit penser de la justesse de chaque Systême temperé, il faut jetter les yeux sur les differences marquées dans les troisiémes colomnes de chaque Systême temperé, dans lesquelles le signe — marque les differences défaillantes, ce q i arrive lorsque l'intervalle temperé est plus petit que le juste de la colomne III, & les differences qui n'ont point de signes sont excedantes, ce qui arrive lorsque l'intervalle temperé est plus grand que le juste.

L'on sçait que les logarithmes dont nous nous servons ne sont pas absolument justes, parcequ'ils sont presque tous incommensurables ; mais que plus le nombre des

chiffres eſt grand moins l'erreur eſt grande, & que cet erreur ne monte pas à la moitié de l'unité du dernier chiffre, parceque ſi les chiffres qu'on retranche ſont plus petits que la moitié de cette unité, on les neglige, & que s'ils ſont plus grands, on augmente le derniet chiffre de 1.

Pour juger des erreurs qui viennent de la part des logarithmes, ou des differences marquées dans les troiſiémes colomnes de chaque Syſtême, il faut les comparer à quelque choſe de connu par les Muſiciens, ſçavoir 1°. A nos Eptamerides, perceq'elles commencent à être connuës dans les monochordes que l'on fait. Ces Eptamerides ſont preſque la cinquiéme partie du comma. 2°. Au comma 5.3950 qui eſt la difference du ton mineur au ton majeur. 3°. A l'Octave 301.0300 qui eſt l'intervalle le plus connu. 4°. Aux vibrations que font les ſons dont nous examinons l'intervalle.

I. Si l'on ſe ſert, comme nous avons fait, de tous les 7 chiffres marquez dans les logarithmes des petites Tables de Vlacq, l'erreur qui n'eſt au plus que de $\frac{1}{2}$ de l'unité du dernier chiffre, eſt moindre que $\frac{1}{20000}$ de nos Eptamerides, que $\frac{-1}{107900}$ d'un comma, que $\frac{1}{6020600}$ d'une octave, ou enfin qu'une vibration ſur 8685800, ce qui n'eſt abſolument d'aucune conſequence.

Si l'on retranche les 3 derniers chiffres de ces logarithmes, l'erreur dans les autres qui forment nos Décamerides n'eſt au plus que $\frac{1}{20}$ d'une Eptameride, $\frac{1}{108}$ d'un comma, $\frac{1}{6021}$ de l'octave, & 1 vibration ſur 8685.

Enfin ſi l'on retranche les 4 derniers chiffres comme nous avons fait pour en former nos Eptamerides, l'erreur ne ſera au plus que $\frac{1}{2}$ Eptameride, ou $\frac{1}{11}$ d'un comma, ou $\frac{1}{602}$ d'une octave, ou 1 ſur 870 vibrations : ce degré de préciſion ſuffit pour la pratique.

II. Il eſt aiſé de juger de la difference des intervalles temperés aux intervalſes juſtes par les Eptamerides, parceque nous les avons marquées dans les troiſiémes colomnes de chaque Syſtême par le chiffre qui eſt devant le point : ceux qui ſont aprés le point marquent une partie d'une

d'une Eptameride divisée en 10000. C'est ainsi que nous voyons que la quinte du Systême de 31 est trop foible d'une Eptameride & $\frac{997}{10000}$ ou $\frac{3}{10}$ de plus, cette comparaison des differences aux Eptamerides est la plus simple.

Si l'on veut sçavoir quelle partie du comma est une difference, il faut diviser le comma 5.3950 par cette difference ; ainsi l'on voit que la précedente difference 1.2997. est 4 fois dans le comma où est $\frac{1}{4}$ du comma.

De même si l'on divise l'octave 301.0300 par cette difference 1.2997, l'on trouvera que cette difference sera $\frac{1}{232}$ de l'octave.

Enfin si l'on divise 4343000 vibrations par la même difference 1.2997, l'on trouvera que la difference sera de 1 vibration sur 334 vibrations que doit faire l'un des sons qui forment l'intervalle.

III. Si l'on compare les grands intervalles de tous les Systêmes aux petits, l'on trouvera, 1°. Que la somme des 2 intervalles également éloignés des extrêmes fait l'octave 301.0300, (ou 301.0000 dans la VII colomne), parcequ'ils sont complémens l'un de l'autre à l'octave.

2°. Qu'un intervalle & son complément ont la même difference, excepté que dans l'un elle est excedante, & dans l'autre elle est défaillante : néanmoins celles de la VII colomne ne sont pas tout à fait les mêmes, leur somme ou leur difference étant 300, qu'on peut negliger, parceque 300 n'est que $\frac{1}{33}$ d'une Eptameride.

3°. La seconde majeure étant double dans la III colomne, sa difference à celle des autres colomnes sera double, & la somme de ces differences sera le comma 5.3950. La même chose arrivera à la septiéme mineure qui est son complément.

On voit par-là que pour trouver le Systême temperé le plus exact, il suffit d'examiner les petits intervalles, puisque les grands ont les mêmes differences.

IV. Si l'on compare le même intervalle dans tous les Systêmes temperés, pourvû que l'on en ôte le Systême de 12 de la colomne V, l'on fera les remarques sui-

vantes sur les autres Systêmes de 31, de 43 & de 55.

1°. Que l'intervale est le plus petit dans l'un des Systêmes extrêmes, & le plus grand dans l'autre, & que le Systême 43 tient le milieu; ainsi la quarte est la plus petite dans le Systême 55, & la plus grande dans le Systême 31.

2°. Cette analogie se trouvera de même dans tous les Systêmes temperés possibles. Supposons, par exemple, *c* égal à 3. 1°. Si *s* est égal à 6, 9, 12 multiples de 3, ces Systêmes seront, comme nous avons dit, les mêmes que les trois Systêmes précedens de 31, de 43 & de 55, qui supposent *c* égal à 1 & *s* égal à 2, 3, 4, & par consequent les differences seront aussi les mêmes. 2°. Si *s* est 25, 26 ou tout autre nombre entre 24 & 36, ou entre 36 & 48, les differences de ces nouveaux Systêmes iront en augmentant ou en diminuant par ordre entre les differences qui sont dans les Systêmes de 31, de 43 & de 55. 3°. Enfin si *s* est 5 qui est au-dessous de 6, ou 13, 14 qui sont au-dessus de 12, les differences suivront la même analogie, c'est-à-dire, elles continuëront d'augmenter ou de diminuer à proportion de ce que *s* s'éloignera des extrêmes 6 & 12.

3°. Les differences sont défaillantes dans le triton & la tierce mineure, & excedantes dans la quarte & la tierce majeure. A l'égard de la seconde mineure elle est défaillante dans les Systêmes de 55 & de 43, & excedante dans le Systême de 31. La seconde majeure a une difference excedante, & l'autre défaillante. Le contraire arrive dans les differences des grands intervalles.

4°. Les differences les plus petites sont aux quartes & aux quintes dans le Systême de 55, aux tierces & aux sixtes dans le Systême de 31, & à la seconde mineure & septiéme majeure dans le Systême de 43.

IV.

Du choix du Systême temperé.

I. Nous avons trouvé que les termes de la valeur de *s*

étoient entre $1\frac{2}{3}$ & $4, \frac{2}{3}$ ainsi nous rejettons les Systêmes temperés dont le raport de *c* à *s* est au-dessous de 1 à $1\frac{2}{3}$, & au-dessus de 1 à $4, \frac{2}{3}$ & nous n'admettons que ceux dont le raport est de 3 à quelque nombre entre 5 & 14.

L'on voit par-là que le Systême des 12 semi-tons moyens doit être rejetté, d'autant plus que les differences des tierces & des sixtes sont environ les $\frac{2}{3}$ d'un comma.

II. Un Systême temperé doit être simple, & pour cela il doit diviser l'octave dans un petit nombre de parties, en rendant les differences des intervalles temperés à ceux qui sont justes, les moindres qu'il est possible. C'est pourquoy il faut prendre l'un des Systêmes qui supposent *c* égal à 1, & *s* égal à 2, 3, 4, c'est-à-dire l'un des Systêmes de 31, de 43 & de 55, & rejetter ceux qui supposent *c* égal à 2, 3, 4, 5, &c.

III. L'usage montre dans la Musique que des consonances temperées ou également alterées ne choquent pas tant l'oreille que des consonances plus alterées mêlées avec d'autres plus justes, & c'est en cela que le Systême juste devient insupportable par les consonances alterées d'un comma mêlées avec les autres qui sont justes. C'est-pourquoy le Systême de 43 qui tient un milieu entre les deux autres de 31 & de 55 leur est préferable; car dans ce Systême de 43 la tierce majeure, les quartes, les quintes & la sixte mineure ont pour difference 1 Eptameride assez précise, n'ayant pas $\frac{1}{8}$ d'Eptameride de plus.

La tierce mineure & la sixte majeure ont à la verité $2\frac{1}{6}$ d'Eptameride de difference : mais l'experience montre qu'une grande difference est plus supportable dans les consonances, dont le rapport est exprimé par de grands nombres, comme dans la tierce mineure qui est de 5 à 6, que dans les intervalles dont les rapports sont exprimés par de petits nombres, comme dans la quinte qui est de 2 à 3.

IV. Pour confirmer le choix que nous faisons du Systême des 43 merides, nous apporterons les raisons suivantes.

1. En ôtant 300 de l'octave 301.0300, on réduit notre Systême à des nombres si simples qu'on en peut retrancher les 4 derniers zeros, & le reste donne justement nos Eptamerides.

Ces 300 que nous retranchons de l'octave sont de nulle consequence; car ils ne sont que $\frac{1}{13}$ d'une Eptameride, ou $\frac{1}{100}$ d'un comma qui n'est nullement sensible.

2. Ces Eptamerides qui se trouvent divisibles par 7, nous donnent nos Merides; de sorte que cet avantage nous donne des parties qui se divisent naturellement en d'autres parties, ce qui ne se rencontre point dans les autres Systêmes.

3. Nos Merides multipliées par 7 forment nos Eptamerides, qui sont des logarithmes avec lesquels on trouve tout d'un coup dans les Tables ordinaires le nombre des vibrations du son le plus aigu des deux qui forment l'intervalle marqué par ces Eptamerides, en supposant que le plus grave en fasse 10000, & que les logarithmes ayent 4 pour figurative; ainsi la quinte étant de 25 Merides ou de 175 Eptamerides, on trouvera dans les grandes Tables de Vlacq, ou par les petites Tables, que 4.1750000 est le logarithme du nombre des 14963 vibrations du son aigu, & par consequent que le raport de deux sons qui font une quinte temperée ont leurs vibrations dans le raport de 10000 à 14963.

Le même avantage arrive lorsqu'on joint les Décamerides aux Eptamerides.

Dans les autres Systêmes il faut faire plusieurs operations pour trouver ce raport, par exemple, dans le Systême de 31, la quinte étant de 18 parties, il faut faire cette analogie comme 31 est à 18; ainsi 3010300 est à 1747916 & 4.1747916 est le logarithme de 14955, ce qui demande une multiplication & une division.

4. Nos Eptamerides sont telles qu'en ajoûtant 1 ou 2 à nos Merides, on restituë l'intervalle juste avec une précision telle que l'erreur n'est pas de $\frac{1}{6}$ d'Eptameride, ou de $\frac{1}{30}$ d'un comma, ou d'une vibration sur 2590; ainsi ajoûtant une Eptameride à la quinte qui est de 25 Merides,

elle devient juste. Cette précision sera dix fois plus grande si on y ajoûte nos décamerides.

M. Hugens n'a point eu en vûë de donner cet avantage au Systême des 31 parties, & il ne s'y trouve pas si naturellement, non plus qu'au Systême des 55 comma.

5. Le temperament de notre Systême paroît plus naturel que celui des deux autres, en ce que l'octave & le semiton majeur ne causant point l'inconvenient qui se trouve dans le Systême juste, mais seulement les tons majeurs & mineurs, nous n'alterons point sensiblement l'octave & le semi-ton, & nous prenons un milieu arithmetique entre les 3 tons majeurs & les 2 mineurs.

Nous concluons donc que le Systême des 43 Merides est le plus parfait & le seul qu'on doit retenir pour profiter de tous les avantages qu'on peut tirer des Systêmes temperés dans la Musique & même dans toute l'Acoustique ; ce que nous avons amplement expliqué dans les Mémoires de l'Academie des Sciences des années 1701 & 1702.

Nous croïons devoir ajoûter que le jugement de l'Auteur du Supplément du Journal des Sçavans du dernier Mars 1707 est porté trop legerement, lorsqu'il dit : *Que le Systême de M. Sauveur pour la division du Monochorde, n'est proprement qu'une extension de celui de M. Hugens, qu'il a intitulé Cycle Harmonique.* Pourquoy l'appelle-t-il *Systême de M. Hugens?* qui le reconnoît être d'un autre ; & en tout cas pourquoy le Systême de 43 est-il une extension ou une imitation de celui de 31 plutôt que l'un & l'autre de celui de 55 ? Il devroit plutôt dire que ces trois Systêmes sont des extensions ou des conclusions de la formule $12s+7c$ à laquelle M. Hugens n'a peut-être pas pensé, & je puis dire comme lui, *qu'on pourra me croire*, qu'en imaginant mon Systême je ne pensois point à celui qu'on attribuë à M. Hugens. L'Auteur du Journal ajoûte, qu'*à la verité M. Hugens n'a divisé l'octave qu'en* 31 *intervalles égaux .... & M. Sauveur l'a divisé en* 40, [il faut écrire 43] *parties qu'il appelle Merides, mais cette difference est infiniment legere.* On peut dire avec même raison que la

difference du Systême de M. Hugens à celui des 55 comma est aussi infiniment legere, & cet Auteur sembleroit insinuer par là que la naissance du Systême de 43 n'est l'effet que du caprice ou d'un esprit qui veut se singulariser, & qu'on peut se servir indifferemment de tous ces Systêmes : L'on voit par les raisons que j'ai apportées ce que l'on doit penser là-dessus. On ne sçauroit trop souhaiter que ceux qui font profession de parler des Ouvrages d'autrui gardent la plus exacte moderation dans le jugement qu'ils en portent, pour ne pas priver le public de tous les avantages qu'il peut tirer des découvertes qui se font dans les Sciences.

DES MOUVEMENS

Variés à volonté, comparés entr'eux & avec les uniformes.

PAR M. VARIGNON.

1707. 6. Juillet.

DAns les Mémoires de 1693. j'ai donné une Regle générale des Mouvemens accélérés suivant les puissances des temps, en voici présentement pour toutes les variations possibles de vitesses reglées sur telles affections des temps qu'on voudra, avec la maniere de comparer tous ces mouvemens, soit accélérés, soit retardés, soit tantôt l'un & tantôt l'autre, entr'eux & avec les uniformes.

DEFINITION I.

Par le mot d'*Instant* nous entendrons ici une particule de temps infiniment petite, ou (pour parler comme quelques modernes depuis M. Descartes) indéfiniment petite, c'est-à-dire, moindre que quelque grandeur assignable de temps que ce soit : C'est ce qu'en langage des Anciens l'on appelleroit *minor quavis quantitate data.* C'est aussi ce qu'on entend par les *Elémens* d'un corps ou d'un espace,

& par les *points* dont on dit quelquefois que ce corps ou cet espace est composé.

DEFINITION II.

Quoique dans le mouvement il n'y ait de réel ou d'absolu que la masse ou quantité de matiére du corps mû, l'espace qu'il parcourt, la force qui le lui fait parcourir, & le tems qu'il y emploïe, on ne laisse pas d'ordinaire d'y concevoir encore une autre chose qu'on appelle *vitesse*. Par ce mot on entend le raport de l'espace au temps emploïé à le parcourir : de sorte que plus cet espace est grand par raport à ce tems, ou ce tems petit par raport à cet espace, plus dit-on qu'a été grande la vitesse avec laquelle il aura été parcouru.

COROLLAIRE.

Suivant ce langage on voit qu'en prenant e pour l'espace parcouru, & t pour le tems emploïé à le parcourir, la fraction $\frac{e}{t}$ exprimera tellement la vitesse de ce mouvement, qu'elle en sera la mesure précise pendant toute sa durée, si cette vitesse y est toûjours la même ; & $\frac{de}{dt}$, pendant chaque instant dt de sa durée, qu'elle qu'en soit la vitesse, en prenant ici d pour la caractéristique d'un infiniment petit.

Il est ici à remarquer que l'espace & le tems étant des grandeurs hétérogenes, ce n'est point proprement elles qu'on compare ensemble dans le raport qu'on appelle vitesse, *mais seulement les grandeurs homogenes qui les expriment, lesquelles sont ici, & seront toûjours dans la suite, ou deux lignes, ou deux nombres, ou deux telles autres grandeurs homogenes qu'on voudra.*

DEFINITION III.

On appelle ici en général *Mouvement varié* ou de *vitesses variées*, celui dont les vitesses croissent ou décroissent de quelque maniére ou suivant quelque proportion que ce soit : On le dit *accéléré* ou *croissant*, tant qu'elles croissent ou augmentent ; & *retardé* ou *décroissant*, tant

qu'elles décroiſſent ou diminuënt : La viteſſe en ſera auſſi dite *accélérée* dans le premier cas, & *retardée* dans le ſecond. La quantité dont elle augmentera à chaque inſtant, ſera auſſi appellée ſon *accélération* ou ſon *accroiſſement inſtantanée*; & la quantité dont elle diminuëra à chaque inſtant, ſera de même appellée ſon *retardement* ou ſon *décroiſſement inſtantanée*. Nous appellerons auſſi *viteſſe entiere inſtantanée*, ou ſimplement *viteſſe*, tout ce que le corps mû en aura à chaque inſtant de ſon mouvement : je dis *ſimplement viteſſe*, toute viteſſe étant inſtantanée.

DEFINITION IV.

Un mouvement, ſoit toûjours accéléré, ſoit toûjours retardé, ſoit tantôt accéléré, & tantôt retardé, en un mot varié ou de viteſſes variées de quelque maniére que ce ſoit, ſera dit dans la ſuite *varié* ou *varier continuëment*, ou bien auſſi de *viteſſe continuëment variée*, lorſque les accroiſſemens ou les décroiſſemens inſtantanées s'en feront de ſuite dans les inſtans non interrompus, & ſeront tous de même genre, par exemple tous finis, tous infiniment petits du premier genre, tous infiniment petits du ſecond, &c. non-ſeulement les accroiſſemens entr'eux, & les décroiſſemens auſſi entr'eux, mais encore les accroiſſemens de même genre que les décroiſſemens, quelques rapports qu'ils aïent d'ailleurs entr'eux. Au contraire un mouvement ou des viteſſes ſeront dites *varier diſcontinuëment* ou *par ſauts*, lorſque les accroiſſemens ou les décroiſſemens, ou les uns & les autres, n'en ſeront plus ainſi de même genre, ni dans des inſtans de ſuite & non interrompus.

DEFINITION V.

De même un mouvement ou des viteſſes qui croiſſent toûjours ſans décroître, ou qui décroiſſent toûjours ſans croître, ſeront dites *croître* ou *décroître continuëment* lorſque leurs accroiſſemens ou leurs décroiſſemens inſtantanés ſeront tous de même genre & ſans interruption. Ces accroiſſemens ou décroiſſemens de même genre, faits ainſi de ſuite dans des inſtans non interrompus, ſuivant quelque

quelque proportion qu'ils se fassent, seront aussi appellés dans la suite *accroissemens* ou *décroissemens continus*. Au contraire lorsque les vitesses croîtront ou décroîtront autrement, on les dira *croître* ou *décroître discontinuëment* ou *par sauts*; & leurs accroissemens ou décroissemens instantanés seront aussi pour lors appellés *discontinus* ou *par sauts*.

Suivant le même langage un mouvement sera dit *continuëment accéléré* ou *croître continuëment*, lorsque les vitesses en croîtront toutes continuëment; & *continuëment retardé* ou *décroître continuëment*, lorsqu'elles décroîtront toutes continuëment.

DEFINITION VI.

Un mouvement continuëment accéléré sera dit aussi *uniformément* ou *arithmétiquement accéléré* lorsque les accélérations ou les accroissemens continus des vitesses en seront tous égaux entr'eux; & s'il est continuëment retardé, on le dira aussi *uniformément* ou *arithmetiquement retardé* lorsque les retardemens ou décroissemens continus de vitesses en seront pareillement tous égaux entr'eux.

DEFINITION VII.

On appelle d'ordinaire *Mouvement uniforme* celui dont la vitesse est toûjours la même. Mais parceque les parties d'un même corps peuvent avoir des vitesses uniformes toutes differentes, comme lorsqu'il se meut en roulant, ou même seulement en glissant en ligne courbe, on prend d'ordinaire pour sa vitesse celle de son centre de gravité, laquelle est la même que celle de chacune de ses parties lorsqu'il se meut seulement en glissant & en ligne droite, & ainsi du chemin qu'il parcourt. C'est aussi de cette façon que nous prendrons tout cela dans la suite.

PROPOSITION GÉNÉRALE.

La somme des vitesses entiéres instantanées d'un corps mû avec quelque variation continuë de vitesses que ce soit, est toûjours proportionnelle à la longueur du chemin qu'elles lui font parcourir l'une aprés l'autre par instans.

DEMONSTRATION.

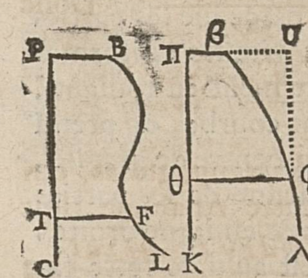
Soit e cet espace parcouru pendant le tems t, & de le parcouru pendant chaque instant dt, avec une vitesse instantanée appellée u. Le Corol. de la Déf. 2. donnera $u = \frac{de}{dt}$, ou $u\,dt = de$. Donc $\int u\,dt = e$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE I.

Suivant cela si l'on appelle u, υ, les vitesses entiéres instantanées de deux corps quelconques C, K, mûs de mouvemens continuëment variés aussi quelconques pendant les tems t, θ; & e, ϵ, les espaces ou longueurs qu'ils parcourent pendant ces tems : l'on aura toûjours ici $\int u\,dt . \int \upsilon\,d\theta :: e . \epsilon$.

COROLLAIRE II.

Cela étant, si l'on suppose deux Courbes BFL, $\beta\phi\lambda$; dont les ordonnées TF, $\theta\phi$, expriment ce que les corps C, K, ont de vitesse actuelle (u, υ) à la fin des tems (t, θ) exprimés de même par les abscisses PT, $\pi\theta$, des axes PC, πK, de ces Courbes ; & ainsi des autres coordonnées correspondantes de ces mêmes Courbes ; le Corollaire 1. donnera les espaces $PBFT (\int u\,dt)$, $\pi\beta\phi\theta$ $(\int \upsilon\,d\theta)$, comme les longueurs e, ϵ, parcouruës par les corps C, K, pendant les tems $PT (t)$, $\pi\theta$ (θ) : c'est à dire en général, $PBFT . \pi\beta\phi\theta : e . \epsilon$.



COROLLAIRE III.

Il suit encore de ces deux Corollaires que si la viteſſe υ du corps *K* eſt conſtante & toûjours la même, comme lorſqu'il ſe meut d'un mouvement uniforme quelconque, ayant alors $\int \upsilon d\theta = \upsilon\theta$, & l'eſpace $\pi\beta\phi\theta$ changé en parallelogramme $\pi U\phi\theta$; ſi l'on ſuppoſe encore le corps *C* mû d'une viteſſe u continuëment variée quelconque, il ſuit (dis-je) de ces deux Corollaires que l'on aura toûjours ici $\int udt \,.\, \upsilon\theta :: e \,.\, \varepsilon$. Et $PBFT \,.\, \pi U\phi\theta :: e \,.\, \varepsilon$.

Voici preſentement quelques éxemples de ces trois Corollaires : nous allons commencer par les deux premiers, juſqu'aux Regles 10. *&* 11. *qui ſe déduiront de même du dernier*

EXEMPLE I.

Trouver le raport des eſpaces e, ε, *parcourus par deux corps* C, K, *pendant les tems* t, θ, *avec des viteſſes* u, υ, *variées de la maniére que les expriment les deux équations*

$$u = \frac{a^n \sqrt{tt + 2at}}{\overline{a+t}^{\,n}}, \quad \upsilon = \frac{\theta^v \sqrt{\theta\theta + aa}}{a^v},$$

dont les quantités a, n, v, *ſont conſtantes, & le reſte variable.*

SOLUT. Suivant ces deux équations l'on aura $\int u\,dt = \int \frac{a^n dt \sqrt{tt + 2at}}{\overline{a+t}^{\,n}}$, & $\int \upsilon\, d\theta = \int \frac{\theta^v d\theta \sqrt{\theta\theta + aa}}{a^v}$. Donc (*Corol.* 1.)

$$\int \frac{a^n dt \sqrt{tt + 2at}}{\overline{a+t}^{\,n}} \,.\, \int \frac{\theta^v d\theta \sqrt{\theta\theta + aa}}{a^v} :: e \,.\, \varepsilon.$$

Pour trouver preſentement les deux intégrales qui font les deux premiers termes de cette Analogie, ſoit $a + t = x$, ou $t = x - a$: l'on aura $\frac{a^n dt \sqrt{tt + 2at}}{\overline{a+t}^{\,n}} = \frac{a^n dx \sqrt{xx - aa}}{x^n}$. Soit de plus $xx = \frac{a^3}{a-z}$, ou $x = a^{\frac{3}{2}} \times \overline{a-z}^{\,-\frac{1}{2}}$: l'on aura $dx = \frac{1}{2} a^{\frac{3}{2}} \times \overline{a-z}^{\,-\frac{3}{2}} \times dz$, &

$x^n = a^{\frac{3n}{2}} \times \overline{a-z}^{-\frac{n}{2}}$. Donc $\frac{a^n dx}{x^n} \sqrt{xx-aa} =$

$$= \frac{\frac{1}{2} a^{\frac{5}{2}+n} \times \overline{a-z}^{-\frac{3}{2}} \times dz \sqrt{\frac{a^3}{a-z} - aa}}{a^{\frac{3n}{2}} \times \overline{a-z}^{-\frac{n}{2}}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2} a^{\frac{3-n}{2}} \times \overline{a-z}^{\frac{n-3}{2}} \times dz \sqrt{a^3 - a^3 + aaz}}{\overline{a-z}^{\frac{1}{2}}} =$$

$= \frac{1}{2} a^{\frac{5-n}{2}} \times \overline{a-z}^{\frac{n-4}{2}} \times dz \sqrt{z}$ intégrable tant que *n* sera un nombre entier & positif pair plus grand que 2.

Soit aussi $\theta\theta + aa = yy$, ou $\theta = \overline{yy-aa}^{\frac{1}{2}}$: l'on aura $d\theta = ydy \times \overline{yy-aa}^{-\frac{1}{2}}$, & $\theta^v = \overline{yy-aa}^{\frac{v}{2}}$. Donc $\frac{\theta^v d\theta \sqrt{\theta\theta + aa}}{a^v}$

$= \frac{yydy \times \overline{yy-aa}^{\frac{v-1}{2}}}{a^v}$ intégrable aussi tant que *a* sera un nombre entier & positif impair quelconque.

Donc suivant l'Analogie trouvée d'abord, l'on aura ici en général $\int \frac{a^{\frac{5-n}{2}} \times \overline{a-z}^{\frac{n-4}{2}} \times dz\sqrt{z}}{2} . \int \frac{yydy \times \overline{yy-aa}^{\frac{v-1}{2}}}{a^v} :: e. \ e.$ dont les deux premiers termes sont (ainsi qu'on le vient de dire) intégrables tant que *n* est un nombre entier & positif pair plus grand que 2, & *v* un nombre entier & positif impair quelconque. Donc aussi,

1°. Si l'on suppose $n = 4$, & $v = 1$: cette supposition donnant $\int \frac{a^{\frac{5-n}{2}} \times \overline{a-z}^{\frac{n-4}{2}} \times dz\sqrt{z}}{2} = \int \frac{a^{\frac{1}{2}} \times \overline{a-z}^{\,0} \times z^{\frac{1}{2}} dz}{2} =$

$= \int \frac{a^{\frac{1}{2}} z^{\frac{1}{2}} dz}{2} = \frac{1}{3} a^{\frac{1}{2}} z^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3} z \sqrt{az}$ (à cause qu'on a supposé ci-dessus $xx = \frac{a^3}{a-z}$, ou $z = \frac{axx-a^3}{xx}$) $= \frac{axx-a^3}{3xx} \sqrt{\frac{aaxx-a^4}{xx}}$

$= \frac{aaxx-a^4}{3x^3} \sqrt{xx-aa} =$ (à cause qu'on a aussi supposé ci-dessus $a + t = x$, ou $tt + 2at = xx - aa$) $=$

$= \frac{aatt + 2a^3t}{4 \times \overline{v+t}^3} \sqrt{tt + 2at}$; & $\int \frac{yydy \times \overline{yy - aa}^{\frac{v-1}{2}}}{a^v} =$
$= \int \frac{yydy\, \overline{yy - aa}^0}{a} = \int \frac{yydy}{a} = \frac{y^3 - a^3}{3a}$ (à cause qu'on a supposé ci-dessus $\theta\theta + aa = yy$) $= \frac{\theta\theta + aa}{3a} \sqrt{\theta\theta + aa} - \frac{1}{3}aa$: l'on aura ici $\frac{aatt + 2a^3t}{\overline{a+t}^3} \sqrt{tt + 2at} . \frac{\theta\theta + aa}{a} \sqrt{\theta\theta + aa} - aa :: e . \varepsilon$, c'est à dire, les espaces e, ε. parcourus par les corps C, K, pendant les tems t, θ, en raison des deux premiers termes de cette Analogie.

2°. Si $n = 6$, & $v = 3$, cette hypothêse donnant $\int \frac{a^{\frac{5-n}{2}} \times \overline{a-z}^{\frac{n-4}{2}} \times dz \sqrt{z}}{2} = \int \frac{a^{-\frac{1}{2}} \times \overline{a-z} \times dz \sqrt{z}}{2} = \int \frac{az^{\frac{1}{2}} dz - z^{\frac{3}{2}} dz}{2a^{\frac{1}{2}}}$
$= \frac{\frac{2}{3}az^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{5}z^{\frac{5}{2}}}{2a^{\frac{1}{2}}} = \frac{5az - 3zz}{15} \sqrt{\frac{z}{a}}$ (à cause de $xx = \frac{a^3}{a-z}$, ou de $z = \frac{axx - a^3}{xx}$) $= \frac{5aaxx - 5a^4}{15xx} - \frac{3}{15} \times \frac{\overline{axx - a^3}^2}{x^4} \times \sqrt{\frac{xx - aa}{xx}}$) $=$
$= \frac{2aax^4 + a^4xx - 3a^6}{15x^5} \sqrt{xx - aa}$ (à cause de $a + t = x$, ou de $tt + 2at = xx - aa$) $= \frac{2aa \times \overline{a+t}^4 + a^4 \times \overline{a+t}^2 - 3a^6}{15 \times \overline{a+t}^5} \sqrt{tt + 2at}$
$= \frac{10a^5t + 13a^4tt + 8a^3t^3 + 2aat^4}{15 \times \overline{a+t}^5} \sqrt{tt + 2at}$; & $\int \frac{yydy \times \overline{yy - aa}^{\frac{v-1}{2}}}{a^v}$
$= \int \frac{yydy \times \overline{yy - aa}}{a^3} = \int \frac{y^4dy - aayydy}{a^3} = \frac{\frac{1}{5}y^5 - \frac{1}{3}aay^3}{a^3} + \frac{2}{15}aa = \frac{3y^5 - 5aay^3 + 2a^5}{15a^3}$
(à cause de $\theta\theta + aa = yy$) $= \frac{3 \times \overline{\theta\theta + aa}^2 - 5aa \times \overline{\theta\theta + aa}}{15a^3} \sqrt{\theta\theta + aa} + \frac{2}{15}aa$
$= \frac{3\theta^4 + aa\theta\theta - 2a^4}{15a^3} \sqrt{\theta\theta + aa} + \frac{2}{15}aa$: l'on aura pareillement ici
$\frac{10a^5t + 13a^4tt + 8a^3t^3 + 2aat^4}{\overline{a+t}^5} \sqrt{tt + 2at} . \frac{3\theta^4 + aa\theta\theta - 2a^4}{a^3} \sqrt{\theta\theta + aa} + 2aa ::$
$e . \varepsilon$. c'est à dire que les espaces e, ε, parcourus encore par les corps C, K, pendant les tems t, θ, seront presentement ici en raison des deux premiers termes de cette Analogie.

On pourroit de même trouver les raports de ces longueurs parcouruës dans plusieurs autres cas des équations proposées ; mais ces deux suffisent pour faire voir la maniére de les trouver tous à l'infini en suivant le chemin qu'on vient de tenir pour ces deux-ci.

REMARQUE.

1°. Soit l'hyperbole équilatére $PHMN$, dont le demi-axe transverse soit $\pi P = a$, les abscisses $PT = t$, & les appliquées MT : l'on aura $MT = \sqrt{tt + 2at}$ pour son équation ; & en faisant $\overline{\pi T}^{n}$ $(\overline{a + t}^{n})$. $\overline{\pi P}^{n}$ (a^{n}) : : MT $(\sqrt{tt + 2at})$. $TF = \frac{a^{n}\sqrt{tt + 2at}}{\overline{a + t}^{n}}$.



Si l'on donne le nom de u à TF, cette Analogie donnera la premiere $u = \frac{a^{n}\sqrt{tt + 2at}}{\overline{a + t}^{n}}$ des deux équations proposées. D'où l'on voit que la Courbe PEL qui passera par tous les points F ainsi trouvés, sera celle de cette équation ; & conséquemment aussi que l'espace PFT sera $= \int \frac{a^{n}dt\sqrt{tt + 2at}}{\overline{a + t}^{n}}$.

2°. Si l'on suppose la même hyperbole équilatére $PHMN$, dont l'axe conjugué πK ait ses abscisses $\pi\theta = \theta$, & θH pour ses appliquées extérieures paralleles à πT ; l'on aura aussi $\theta H = \sqrt{\theta\theta + aa}$ pour son équation ; & en faisant $\overline{\pi P}^{v}$ (a^{v}). $\overline{\pi\theta}^{v}$ (θ^{v}) : : θH $(\sqrt{\theta\theta + aa})$. $\theta\phi = \frac{\theta^{v}\sqrt{\theta\theta + aa}}{a^{v}}$.
Si l'on donne le nom de v à $\theta\phi$, cette Analogie donnera la seconde $v = \frac{\theta^{v}\sqrt{\theta\theta + aa}}{a^{v}}$ des équations proposées. D'où l'on voit que la Courbe $\pi\phi$ qui passera par tous les points ϕ ainsi trouvés, sera celle de cette équation ; & conséquemment aussi que l'espace $\pi\phi\theta$ sera $= \int \frac{\theta^{v}d\theta\sqrt{\theta\theta + aa}}{a^{v}}$

Donc ſuivant l'Analogie générale $\int \frac{a^n dt \sqrt{tt + 2at}}{\overline{a+t}^n}$.

$\int \frac{\theta^v d\theta \sqrt{\theta\theta + aa}}{a^v}$: : e. ε. de la Solution de l'Exemple précédent ; l'on aura pareillement en général PFT. $\Pi\phi\theta$: : e. ε. conformément au Corol. 2. de la Propoſition. Et ſuiavnt cette même Solution les aires PFT, $\Pi\phi\theta$, ſeront quarrables tant que n ſera un nombre entier poſitif pair plus grand que 2, & v un nombre entier poſitif impair quelconque.

Il eſt encore à remarquer que l'hyperbole $PHMN$, qui a donné naiſſance aux deux Courbes précedentes PFL, $\Pi\phi$, leur en doit donner d'oppoſées qui leur ſoient ſemblables, comme elle a la ſienne, & autant de branches qu'elle en a : c'eſt une choſe trop aiſée à déduire de leurs équations pour s'arrêter ici à le faire voir.

EXEMPLE II.

Soient preſentement les viteſſes u, v, *des corps* C, K, *à la fin des tems* t, θ, *variées de la maniére que les expriment les deux équations* $u = \frac{t^{n-1}}{t^{2n} + a^{2n}}$, $v = \frac{\theta^{v-1}}{\theta^{2v} - a^{2v}}$, *dont les grandeurs* a, n, v, *ſont encore conſtantes, & le reſte variable : On demande les eſpaces ou longueurs* e, ε, *parcouruës pendant ces tems avec des viteſſes ainſi variées.*

SOLUT. Suivant ces deux équations l'on aura ici $\int u\,dt = \int \frac{t^{n-1}dt}{t^{2n} + a^{2n}}$, & $\int v\,d\theta = \int \frac{\theta^{v-1}d\theta}{\theta^{2v} - a^{2v}}$. Donc (*Corol.* 1.) $\int \frac{t^{n-1}dt}{t^{2n} + a^{2n}} . \int \frac{t^{v-1}d\theta}{\theta^{2a} - a^{2v}}$: : e. ε.

Pour trouver preſentement les deux intégrales qui font les deux premiers termes de cette Analogie,

1°. Soit $t^{2n} = a^{2n-2} \times xx$; & par conſequent $t = a^{\frac{n-1}{n}} x^{\frac{1}{n}}$: ce qui donne $dt = \frac{1}{n} a^{\frac{n-1}{n}} x^{\frac{1-n}{n}} dx$, & $t^{n-1} = a^{\overline{\frac{n-1}{n}}^2} x^{\frac{n-1}{n}}$. Donc

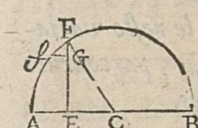
$$\frac{t^{n-1}dt}{t^{2n}+a^{2n}} = \frac{\frac{1}{n}a^{\overline{n-1}^2 \cdot \frac{n-1}{n}}dx}{a^{2n-2}\times xx+a^{2n}} = \frac{\frac{1}{n}a^{\frac{nn-2n+1+n-1}{n}}dx}{a^{2n-2}\times xx+a^{2n}} =$$

$= \frac{\frac{1}{n}a^{n-1}dx}{a^{2n-2}\times xx+a^{2n}}$ (en multipliant le haut & le bas de cette fraction par a^{2-2n}) $= \frac{a^{1-n}}{n} \times \frac{dx}{xx+aa}$, dont l'intégrale dépend de la quadrature du cercle.

Pour le voir soit $x = a\sqrt{\frac{2a}{y}-1} = a\sqrt{2ay^{-1}-1}$; & par conséquent $dx = \frac{aay^{-2}dy}{\sqrt{2ay^{-1}-1}}$ positif à cause que x & y croissent alternativement, & $xx+aa = \frac{2a^3}{y} - aa + aa =$ $= \frac{2a^3}{y}$. Donc $\frac{dx}{xx+aa} = \frac{aay^{-2}dy}{\frac{2a^3}{y}\sqrt{2ay^{-1}-1}} = \frac{dy}{2ay\sqrt{2ay^{-1}-1}} =$

$= \frac{1dy}{2a\sqrt{2ay-yy}} = \frac{1}{2aa} \times \frac{ady}{\sqrt{2ay-yy}}$. Donc aussi $\int \frac{\frac{1}{n}a^{1-n}dx}{xx+aa}$ $\left(\int \frac{t^{n-1}dt}{t^{2n}+a^{2n}}\right) = \int \frac{\frac{1}{n}a^{1-n}}{2aa} \times \frac{ady}{\sqrt{2ay-yy}} = \frac{1}{2na^{n+1}} \times \int \frac{ady}{\sqrt{2ay-yy}}$.

Mais si l'on fait le demi-cercle AFB, dont le centre soit O; Ff, un de ses élémens; son diametre $AB = 2a$; ses abscisses $AE = y$, ausquelles fG soit parallele, & rencontre l'ordonnée FE en G : ce demi-cercle donnant EF ($\sqrt{2ay-yy}$). FC (a) :: Gf (dy). $Ff = \frac{ady}{\sqrt{2ay-yy}}$, l'on aura l'arc $BF = \int \frac{ady}{\sqrt{2ay-yy}}$.

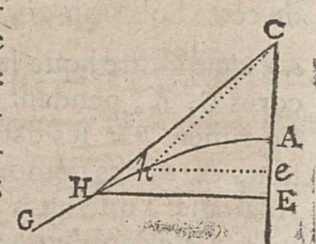


Donc enfin $\int \frac{t^{n-1}dt}{t^{2n}+a^{2n}}$ ($\int udt$) $= \frac{BF}{2na^{n+1}}$, en prenant $AE(y) = \frac{2a^3}{xx+aa} = \frac{2a^{2n+1}}{t^{2n}+a^{2n}}$, suivant les suppositions précédentes de $x = a\sqrt{\frac{2a}{y}-1}$, & de $t^{2n} = a^{2n-2}xx$.

2°. Si l'on suppose presentement $\theta^{2n} = a^{2n-2} \times ss$, comme l'on

l'on a fait $t^{2n} = a^{2n-2} \times xx$ dans le nomb. 1. on trouvera ici $\frac{\theta^{v-1} d\theta}{\theta^{2v} - a^{2v}} = \frac{a^{1-v}}{v} \times \frac{ds}{ss - aa}$, comme l'on a trouvé là $\frac{t^{n-1} dt}{t^{2n} + a^{2n}} = \frac{a^{1-n}}{n} \times \frac{dx}{xx + aa}$. Et si l'on prend ensuite ici $s = a\sqrt{2az^{-1} + 1}$, comme l'on a fait là $x = a\sqrt{2ay^{-1} - 1}$; on trouvera ici $\frac{ds}{ss - aa} = \frac{dz}{2a\sqrt{2az + zz}} = \frac{adz}{2aa\sqrt{2az + zz}}$, comme l'on a trouvé là $\frac{dx}{xx + aa} = \frac{dy}{2a\sqrt{2ay - yy}} = \frac{ady}{2aa\sqrt{2ay - yy}}$. Donc aussi $\int \frac{a^{1-2v}}{v} \times \frac{ds}{ss - aa} \left(\int \frac{\theta^{v-1} d\theta}{\theta^{2v} - a^{2v}} \right) = \int \frac{a^{1-v}}{2vaa} \times \frac{adz}{\sqrt{2az + zz}}$ $= \frac{1}{va^{v+2}} \times \int \frac{aadz}{2\sqrt{2az + zz}}$.

Mais si l'on fait l'hyperbole équilatere AHG, dont le centre soit C; Hh, un de ses élémens; son demi-axe transverse $AC = a$; & ses abscisses $AE = z$: cet hyperbole donnant ses appliquées $HE = \sqrt{2az + zz}$, l'on aura le triangle réctangle $CEH = \frac{a+z}{2}\sqrt{2az + zz}$, & sa difference



$HCh + HheE = \frac{1}{2} dz\sqrt{2az + zz} + \frac{a+z}{2} \times \frac{adz + zdz}{\sqrt{2az + zz}} = \frac{2azdz + zzdz + \frac{1}{2} aadz}{\sqrt{2az + zz}}$: de sorte que si l'on en retranche le quadrilatére élémentaire $HheE = dz\sqrt{2az + zz} = \frac{2azdz + zzdz}{\sqrt{2az + zz}}$, il restera le triligne élémentaire $HCh = \frac{aadz}{2\sqrt{2az + zz}}$. Donc le triligne intégral $HAC = \int \frac{aadz}{2\sqrt{2az + zz}}$; & par conséquent $\frac{1}{va^{v+2}} \times \int \frac{aadz}{2\sqrt{2az + zz}} = \frac{HAC}{va^{v+2}}$.

Mais on vient de trouver $\int \frac{\theta^{v-1} d\theta}{\theta^{2v} - a^{2v}} = \frac{1}{va^{v+2}} \times \int \frac{aadz}{2\sqrt{2az + zz}}$.

Donc enfin $\int \frac{\theta^{\nu-1}d\theta}{\theta^{2\nu}-a^{2\nu}} = \frac{HAC}{\nu a^{\nu+2}}$, en prenant $AE\ (z) =$ $= \frac{2a^3}{ss-aa} = \frac{2a^{2\nu+1}}{\theta^{2\nu}-\nu}$, ſuivant les ſuppoſitions précédentes de $s = a\sqrt{\frac{2a}{z}+1}$, & de $\theta^{2\nu} = a^{2\nu-2} \times ss$.

3°. Preſentement, puiſque (*nomb.* 1.) l'arc circulaire BF donne $\frac{BF}{2na^{n+1}} = \int \frac{t^{n-1}\,dt}{t^{2n}+a^{2n}} = \int udt$, & que (*nomb.* 2.) le triligne hyperbolique HAC donne de même $\frac{HAC}{\nu a^{\nu+2}} =$ $= \int \frac{\theta^{\nu-1}d\theta}{\theta^{2\nu}-a^{2\nu}} = \int \upsilon d\theta$; l'Analogie $\int \frac{t^{n-1}dt}{t^{2n}+a^{2n}} . \int \frac{\theta^{\nu-1}d\theta}{\theta^{2\nu}-a^{2\nu}} :: e . \varepsilon$. que le Corol. 1. de la Prop. a donné au commencement de cette Solution-ci, ſe changera ici en $\frac{BF}{2na^{n+1}} . \frac{HAC}{\nu a^{\nu+2}} ::$ $e . \varepsilon$. c'eſt-à-dire, que les longueurs e, ε, parcouruës par les corps C, K, pendant les tems t, θ, avec les viteſſes u, υ, exprimées par les deux équations ſuppoſées, ſeront toûjours entr'elles comme les deux premiers termes de cette Analogie, quelques valeurs qu'on aſſigne aux expoſans n, ν. *Ce qu'il falloit trouver.*

REMARQUE.

La maniére dont les différentielles $\frac{t^{n-1}dt}{t^{2n}+a^{2n}}$, $\frac{\theta^{\nu-1}d\theta}{\theta^{2\nu}-a^{2\nu}}$, viennent d'être intégrées dans les nomb. 1. & 2. de la Solution précédente, fait évidemment voir en général que l'intégrale d'une différentielle telle que $\frac{x^{n-1}dx}{x^{2n} \pm a^{2n}}$, quelque nombre que n puiſſe ſignifier, dépend toûjours de la quadrature du cercle ou de l'hyperbole : du cercle, lorſque le ſigne douteux $\pm$ ſe prend pour $+$; & de l'hyperbole, lorſqu'il ſe prend pour $-$: c'eſt-à-dire que l'integrale de $\frac{x^{n-1}dx}{x^{2n}+a^{2n}}$ dépend toûjours de la quadrature du cercle,

& que celle de $\frac{x^{n-1}dx}{x^{2n}-a^{2n}}$ dépend de même toûjours de la quadrature de l'hyperbole, ainsi que M. Leibnitz l'a dit dans les Actes de Leipsik de 1702. pag. 219.

EXEMPLE III.

Soient les dernières vitesses instantanées u, υ, *des corps* C, K, *à la fin des tems* t, θ, *telles que les expriment les deux équations* $u = \sqrt[3]{aat+b^3}$, $\upsilon = \sqrt[3]{a^4\theta\theta+2aa\theta b^3+b^6}$: *on demande les espaces ou longueurs* e, ε, *parcouruës pendant ces tems avec des vitesses ainsi variées, les grandeurs* a, b, *étant constantes, & le reste variable.*

SOLUT. Suivant ces deux équations l'on aura ici $\int u\,dt = \int dt\sqrt[3]{aat+b^3}$, $\int \upsilon\,d\theta = \int \frac{d\theta}{a}\sqrt[3]{a^4\theta\theta+2aa\theta b^3+b^6}$; & par conséquent (*Corollaire* I.) $e.\ \varepsilon :: \int dt\sqrt[3]{aat+b^3}.\ \int \frac{d\theta}{a}\sqrt[3]{a^4\theta\theta+2aab^3\theta+b^6}$. Pour avoir ces deux intégrales,

1°. Soit $x = \sqrt[3]{aat+b^3}$: l'on aura $t = \frac{x^3-b^3}{aa}$, & $dt = \frac{3xxdx}{aa}$ & par conséquent aussi $\int dt\sqrt[3]{aat+b^3} = \int \frac{3x^3dx}{aa} = \frac{3x^4}{4aa} - \frac{3b^4}{4aa} = \frac{3aat+3b^3}{4aa}\sqrt[3]{aat+b^3} - \frac{3b^4}{4aa}$.

2°. Soit $y^3 = aa\theta+b^3$: l'on aura $\theta = \frac{y^3-b^3}{aa}$, & $d\theta = \frac{3yydy}{aa}$; & par conséquent aussi $\int \frac{d\theta}{a}\sqrt[3]{a^4\theta\theta+2aa\theta b^3+b^6} = \int \frac{3yydy}{a^3}\sqrt[3]{y^6} = \int \frac{3y^4dy}{a^3} = \frac{3y^5}{5a^3} - \frac{3b^5}{5a^3} = \frac{3aa\theta+3b^3}{5a^3} \times \sqrt[3]{aa\theta+b^3}^2 - \frac{3b^5}{5a^3}$.

Donc on aura ici $\frac{3aat+3b^3}{4aa}\sqrt[3]{aat+b^3} - \frac{3b^4}{4aa}.\ \frac{3aa\theta+3b^3}{5a} \times \sqrt[3]{aa\theta+b^3}^2 - \frac{3b^5}{5a} :: e.\ \varepsilon$. ou $\overline{5aat+5ab^3} \times \sqrt[3]{aat+b^3} - 5ab^4.\ \overline{4aa\theta+4b^3} \times \sqrt[3]{aa\theta+b^3}^2 - 4b^5 :: e.\ \varepsilon$. c'est à-dire, les espaces e, ε, parcourus encore par les corps C, K, pendant les tems t, θ, en raison des deux premiers termes de chacune de ces deux Analogies.

REGLES GENERALES.

Des mouvemens de viteſſes variées ſuivant les puiſſances des tems.

La Propoſition précédente donnera comme ci-deſſus, le raport des eſpaces parcourus dans tel autre exemple qu'on voudra, ſur quelques affections des tems qu'on veüille regler les variations des viteſſes, cette Propoſition les comprenant toutes : de ſorte qu'il n'y aura de difficulté que dans les intégrations qui y pourroient être requiſes, leſquelles ne ſont point de ſon reſſort. Mais comme il eſt fort ordinaire de regler les variations des viteſſes ſur les puiſſances des tems, & que les intégrations y ſont faciles, je me contenteray de raporter ſeulement ici les Regles des mouvemens qui en réſultent.

Noms généraux.

Pour cela ſoient les corps mûs . . . C, K.

Les tems partiaux écoulés depuis le commencement des mouvemens juſqu'à tel inſtant qu'on voudra. . . . t, θ.

Les eſpaces parcourus pendant ces tems. . . . e, ε.

Les viteſſes à la fin de ces tems, ou de ces eſpaces. . . . u, υ.

Les durées totales depuis le commencement de ces mouvemens juſqu'à leurs plus grandes ou moindres viteſſes poſſibles. D, Δ.

Les longueurs parcouruës pendant ces tems entiers. . . . L, Λ.

Les premieres viteſſes de ces mouvemens. . . . V, U.

Les expoſans des tems écoulés, ou de ce qu'il en reſte à écouler juſqu'à la fin des totaux. . . n, ν.

Dans la ſuite lorſqu'on parlera des Tems écoulés, *on les prendra toûjours depuis le commencement des mouvemens juſqu'à tels de leurs inſtans qu'on voudra; & les* Tems à écou-

ter se prendront depuis ces instans jusqu'à ce que les vitesses de ces mouvemens soient devenuës les plus grandes ou les moindres qu'elles puissent être : Ces dernières vitesses *se prendront à la fin des tems écoulés, & les* premières *au commencement de ces mêmes tems.*

REGLE I.

Pour comparer entr'eux les mouvemens variés suivant les puissances des tems écoulés.

$$\frac{ut}{n+1 \times e} = \frac{\upsilon}{v+1 \times \varepsilon}, \text{ ou } \overline{n+1} \times e \upsilon \theta = \overline{v+1} \times \varepsilon ut.$$

Il est manifeste que cette Regle des mouvemens variés suivant les puissances des tems écoulés, laquelle résulte des suppositions $u = t^n$, & $\upsilon = \theta^v$, qui donnent $\int udt = \frac{t^{n+1}}{n+1}$, & $\int \upsilon d\theta = \frac{\theta^{v+1}}{v+1}$, sera des mouvemens accélerées suivant les puissances des tems écoulés, en prenant n & v positives; & qu'elle sera aussi une Regle des mouvemens retardés suivant la raison réciproque de ces mêmes tems, en y prenant au contraire n & v négatives : de sorte qu'elle peut servir non-seulement à comparer entr'eux les mouvemens accélérés, en y prenant n & v positives ; mais aussi à comparer entr'eux les mouvemens retardés, en y prenant n & v négatives, & même les accélérés avec les retardés, en y prenant un de ces exposans n ou v positif & l'autre négatif. Voici seulement un éxemple des accélérés dans l'hypothêse de Galilée touchant la chute des corps.

Dans cette hypothêse les vitesses acquises à la fin des chutes faites en lignes droites, en vertu des seules pesanteurs des corps qui tombent suivant ces lignes, étant comme les tems écoulés depuis le commencement jusqu'à la fin des chutes ; l'on y aura $n = 1 = v$, & $t . \theta :: u . \upsilon = \frac{u\theta}{t}$. Et ces valeurs de n, v, υ, substituées dans la précédente Regle, la changeront pour ici en $\frac{2eu\theta\theta}{t} = 2\varepsilon ut$, ou en

$e\theta\theta = \varepsilon tt$, d'où résulte $e . \varepsilon :: tt . \theta\theta$. c'est-à-dire, que les espaces parcourus doivent être ici comme les quarrés des tems employés à les parcourir, & pareillement aussi comme les quarrés des vitesses aquises à la fin de ces tems, ainsi qu'on le sçait d'ailleurs.

La même chose se peut encore tirer immédiatement de la Regle $\frac{t^{n+1}}{\overline{n+1} \times e} = \frac{\theta^{v+1}}{\overline{v+1}\,\varepsilon}$ résultante de l'Analogie $e . \varepsilon :: \frac{ut}{n+1} . \frac{\upsilon\theta}{v+1} :: \frac{t^{n+1}}{n+1} . \frac{\theta^{v+1}}{v+1}$. puisqu'en faisant $n = 1 = v$, cette Regle donnera tout d'un coup $\frac{t^2}{2e} = \frac{\theta^2}{2\varepsilon}$, ou $e . \varepsilon :: tt . \theta\theta$. comme ci-dessus.

REMARQUE.

Sur les mouvemens variés commencés avec des vitesses finies.

Il est visible que cette derniére Regle & la précédente supposant $u . \upsilon :: t^n . \theta^v$, supposent aussi que les vitesses instantanées u, υ, commencent à zero en croissant de même que les tems t, θ, lorsque n, v, sont positives; & que ces vitesses commencent par être infinies au commencement de ces tems, & décroissent à mesure qu'ils augmentent, lorsque n, v, sont négatives. Voici présentement de pareilles Regles pour le cas où les premieres vitesses seroient finies dans cette même hypothêse des vitesses reglées sur les puissances des tems.

Outre les noms précédens soient r, s, les vitesses aquises pendant les tems t, θ. Il est manifeste que par quelques vitesses finies V, U, que commencent les mouvemens du corps C, K, dont les aquises r, s, commencent à zero, les entiéres instantanées de ces mouvemens seront $V + r = u$, $U + s = \upsilon$, & leurs sommes $\int u\,dt = \int \overline{V + r} \times dt$, $\int \upsilon\, d\theta = \int \overline{U + s} \times d\theta$: de sorte que

I. L'on aura $\int u\,dt = \int \overline{V + t^n} \times dt$, $\int \upsilon\, d\theta = \int \overline{U + \theta^v} \times d\theta$, si l'on suppose seulement $r = t^n$, $s = \theta^v$, c'est-à-dire, les

ſeules vîteſſes acquiſes r, s, en raiſon des puiſſances n, v, des tems écoulés t, θ. Donc cette hypothêſe donnera $\int u dt = \int V \times dt + \int t^n dt = V \times t + \frac{t^{n+1}}{n+1} = \frac{\overline{n+1} \times V \times t + t^{n+1}}{n+1}$ (à cauſe de $r = t^n$) $= \frac{\overline{n+1} \times V + r}{n+1} \times t$ (à cauſe que $u = V + r$ donne $r = t^n - V$) $\frac{n \times V + u}{n+1}$ & $\int v d\theta = \int U \times d\theta + \int \theta^v d\theta = U \times \theta + \frac{\theta^{v+1}}{v+1} = \frac{\overline{v+1} \times U \times \theta + \theta^{v+1}}{v+1}$ (à cauſe de $s = \theta^v$) $= \frac{\overline{v+1} \times U + s}{v+1} \times \theta$ (à cauſe que $v = U + s$ donne $s = v - U$) $= \frac{v \times v + v}{v+1} \times \theta$. Donc (*Cor.* 1. *Prop. gén.*) $e . \varepsilon :: \frac{n \times V + u}{n+1} \times t . \frac{a \times U + v}{v+1} \times \theta$. Ce qui donnera $\frac{n \times V + u}{n+1} \times \frac{t}{e} = \frac{v \times U + v}{v+1} \times \frac{\theta}{\varepsilon}$ pour Regle générale de l'hypothêſe qu'on fait ici.

REGLE II.

De comparaiſon des mouvemens variés commencés par des viteſſes finies, & dont les ſeules acquiſes varieroient ſuivant les puiſſances des tems écoulés.

$$\frac{n \times V + u}{n+1} \times \frac{t}{e} = \frac{v \times v + v}{n+1} \times \frac{\theta}{\varepsilon}.$$

Il eſt à remarquer que ces mouvemens rendus accélérés par n, v, poſitives, deviendroient retardés ſi elles étoient négatives, ainſi qu'on l'a déja remarqué des mouvemens de la Regle 1. Mais avec cette différence que les premiéres viteſſes, que cette hypothêſe de n, v, négatives, rendroit infinies dans l'une & l'autre de ces deux Regles au commencement des tems t, θ, s'étendroient tout à fait aprés des tems infinis dans la premiére, & que dans celle-ci elles ne pourroient jamais devenir moindres que les finies V, U, leſquelles aprés un tems infini reſteroient les derniéres de toutes les poſſibles, au lieu qu'on les y ſuppoſe les premiéres. Ainſi l'hypothêſe de n, v, négative ne ſçauroient s'accorder ici avec la ſuppoſition qu'on y fait que les viteſſes initiales V, U, ſont finies. Voici donc

ſeulement quelques éxemples de cette ſeconde Regle touchant les mouvemens accélérés.

1°. Dans l'hypothêſe de Galilée ſur la peſanteur, laquelle donne $n = 1 = \upsilon$, ſi l'on imagine les corps C, K, jettés directement de haut en bas avec des viteſſes initiales V, U; non-ſeulement la précédente Regle 2. ſe réduira ici á $\frac{V+u}{2} \times \frac{t}{e} = \frac{U+\upsilon}{2} \times \frac{\theta}{\varepsilon}$; mais encore la ſuppoſition de $r = t^n$, $s = \theta^\upsilon$, qui vient de donner cette Regle, donnera ici $t = r = u - V$, $\theta = s = \upsilon - V$. Donc cette Regle ſe changera ici en $\frac{\overline{u+V} \times \overline{u-V}}{e} = \frac{\overline{\upsilon+U} \times \overline{\upsilon-U}}{\varepsilon}$, c'eſt-à-dire, en $\frac{uu-VV}{e} = \frac{\upsilon\upsilon-UU}{\varepsilon}$: D'où réſulte $e . \varepsilon :: uu - VV . \upsilon\upsilon - UU$. c'eſt-à-dire, que les eſpaces parcourus pendant les tems t, θ, doivent être ici comme les différences dont les quarrés des derniéres viteſſes ſurpaſſent les quarrés des premiéres. Ce qui s'accorde parfaitement avec la premiére Regle : auſſi celle-ci la rend-elle en y faiſant $V = 0 = U$, comme dans celle-là.

2°. Si l'on ſuppoſe $n = 2 = \upsilon$, & qu'on imagine encore les corps C, K, jettés avec des viteſſes initiales V, U; non-ſeulement la précédente Regle 2. ſe changera ici en $\frac{2 \times V + u}{3} \times \frac{t}{e} = \frac{2 \times U + u}{3} \times \frac{\theta}{\varepsilon}$; mais encore la ſuppoſition de $t^n = r = u - V$, $\theta^\upsilon = s = \upsilon - U$, donnera ici $t = \sqrt{u - V}$, $\theta = \sqrt{\upsilon - U}$. Donc cette Regle ſe changera ici en $\frac{2 \times V + u \times \sqrt{u-V}}{e} = \frac{2 \times U + \upsilon \times \sqrt{\upsilon - U}}{\varepsilon}$; ce qui donne les eſpaces $e . \varepsilon :: \overline{2 \times V + u} \times \sqrt{u - V} . \overline{2U + \upsilon} \times \sqrt{\upsilon - U}$. Et ainſi des autres valeurs poſitives de n, υ, à l'infini.

II. Voilà pour les mouvemens variés, commencés par des viteſſes finies, & dont les ſeules aquiſes ſuivroient les raiſons des puiſſances quelconques des tems employés à les aquerir Mais ſi (les noms demeurant les mêmes) on ſuppoſe preſentement que les viteſſes entiéres inſtantanées $V + r\ (u)$, $U + s\ (\upsilon)$, ſuivent ici les raiſons des puiſſances n, υ, des tems qui ſeroient requis pour les aquerir depuis zero juſqu'à ces valeurs ; ſoient y, z, les tems pareillement

reillement requis pour aquerir dans cette hypothêse les vitesses V, U, comme si elles eussent commencé à zero ; de sorte que $y+t$, $z+\theta$, soient les tems entiers qui seroient ici requis pour aquerir les vitesses entiéres instantanées $u=V+r$, $v=U+s$, depuis zero jusqu'à elles. La presente hypothêse donnera $u=\overline{y+t}^{n}$, $v=\overline{z+\theta}^{\nu}$; & $\int udt=\int\overline{y+t}^{n}\times dt$, $\int vd\theta=\int\overline{z+\theta}^{\nu}\times d\theta$, en supposant $dy=dt$, $dz=d\theta$. Mais si l'on prend $p=y+t$, & $q=z+\theta$; cette supposition donnant $dp=dy+dt=2dt$, & $dq=dz+d\theta=2d\theta$; ou $\frac{1}{2}dp=dt$, $\frac{1}{2}dq=d\theta$; l'on aura aussi $\int\overline{y+t}^{n}\times dt=\int\frac{p^{n}dp}{2}=\frac{p^{n+1}}{2n+2}=\frac{\overline{y+t}^{n+1}}{2n+2}$, & $\int\overline{z+\theta}^{\nu}\times d\theta$ $=\int\frac{q^{\nu}dq}{2}=\frac{q^{\nu+1}}{2\nu+2}=\frac{\overline{z+\theta}^{\nu+1}}{2\nu+2}$. Donc $\int udt=\frac{\overline{y+t}^{n+1}}{2n+2}$, & $\int vd\theta=\frac{\overline{z+\theta}^{\nu+1}}{2\nu+2}$.

Telles seroient ici les sommes de vitesses entiéres instantanées, qui depuis zero se seroient succedées pendant les tems totaux $y+t$, $z+\theta$: de sorte qu'en faisant $t=o=\theta$, & conséquemment aussi $u=V$, $v=U$, l'on auroit pareillement ici $\int V\times dt=\frac{y^{n+1}}{2n+2}$, & $\int U\times d\theta=$ $=\frac{z^{\nu+1}}{2\nu+2}$, pour les sommes de vitesses qui depuis zero jusqu'à V, U, se seroient succedées d'instant en instant pendant les tems y, z. Donc en retranchant ces sommes des précédentes, l'on aura ici $\int udt=\frac{\overline{y+t}^{n+1}-y^{n+1}}{2n+2}$, & $\int vd\theta=\frac{\overline{z+\theta}^{\nu+1}-z^{\nu+1}}{2\nu+2}$, pour les sommes de vitesses entiéres instantanées $V+r\,(u)$, $U+s\,(v)$, faites des vitesses initiales V, U, & des aquises r, s, pendant les tems t, θ, lesquelles vitesses entiéres instantanées se seroient effectivement succedées pendant ces tems commencés à zero.

Mais l'hypothêse qu'on fait ici de $u(V+r)=\overline{y+t}^{n}$, $\upsilon(U+s)=\overline{z+\theta}^{\nu}$; & conséquemment aussi de $V=y^{n}$, $U=z^{\nu}$; donnant $\overline{y+t}^{n+1}=u^{\frac{n+1}{n}}$, $\overline{z+\theta}^{\nu+1}=\upsilon^{\frac{\nu+1}{\nu}}$, $y^{n+1}=V^{\frac{n+1}{n}}$, $z^{\nu+1}=U^{\frac{\nu+1}{\nu}}$; la substitution de ces valeurs dans les sommes précédentes des vitesses entiéres instantanées $u(V+r)$, $\upsilon(U+s)$, qui se sont succedées pendant les seuls tems t, θ, commencées à zero, donnera pour ces sommes $\int udt=\frac{u^{\frac{n+1}{n}}-V^{\frac{n+1}{n}}}{2n+2}$, $\int \upsilon d\theta=\frac{\upsilon^{\frac{\nu+1}{\nu}}-U^{\frac{\nu+1}{\nu}}}{2\nu+2}$.

Donc (*Cor.* 1. *Prop. gén.*) $e.\varepsilon :: \frac{u^{\frac{n+1}{n}}-V^{\frac{n+1}{n}}}{n+1} . \frac{\upsilon^{\frac{\nu+1}{\nu}}-U^{\frac{\nu+1}{\nu}}}{\nu+1}$.

Ce qui donne $\frac{u^{\frac{n+1}{n}}-V^{\frac{n+1}{n}}}{\overline{n+1}\times e}=\frac{\upsilon^{\frac{\nu+1}{\nu}}-U^{\frac{\nu+1}{\nu}}}{\overline{\nu+1}\times\varepsilon}$ pour Regle générale des mouvemens commencés par des vitesses finies, & dont les entiéres instantanées u, υ, faites de ces initiales V, U, & des aquises r, s, pendant les tems t, θ, seroient variées en raison des puissances des tems requis pour aquerir ainsi ces sommes entiéres depuis zero, comme si les vitesses initiales V, U, commençoient à zero en s'accélérant jusqu'à u, υ.

REGLE III.

De comparaison des mouvemens commencés par des vitesses finies, & variés de maniére que leurs entiéres instantanées, faites de ces initiales & des aquises pendant les tems proposés, suivissent les raisons des puissances quelconques des tems requis pour les aquerir toutes entiéres, comme si les initiales commençoient elles-mêmes à zero.

$$\frac{u^{\frac{n+1}{n}}-V^{\frac{n+1}{n}}}{\overline{n+1}\times e}=\frac{\upsilon^{\frac{\nu+1}{\nu}}-U^{\frac{\nu+1}{\nu}}}{\overline{\nu+1}\times\varepsilon}.$$

Il est manifeste que le cas de n, ν, négatives, est ici possible comme celui de n, ν, positives; que dans le premier les mouvemens seront ici retardés, & accélérés dans

le second, en commençant toûjours dans l'un & dans l'autre par les vitesses initiales V, U, supposées. Ainsi cette troisiéme Regle a cela de conforme avec la premiére, qu'elle convient aux mouvemens retardés comme aux accélérés dans la raison supposée : en voici quelques éxemples.

1°. Si l'on suppose $n = 1 = v$, cette Regle 3. se réduira à $\frac{u^2 - V^2}{2e} = \frac{\upsilon^2 - U^2}{2\varepsilon}$; ce qui donne encore ici $e.\varepsilon :: u^2 - V^2. \upsilon^2 - U^2$. comme dans la Regle 2. nomb. 1. d'où l'on voit qu'en ce cas ces deux Regles se réduisent à la même ; mais elles sont fort différentes dans les autres. Par éxemple,

2o. Si l'on suppose $n = 2 = v$, la précédente Regle 3. se réduira à $\frac{u^{\frac{3}{2}} - V^{\frac{3}{2}}}{3e} = \frac{\upsilon^{\frac{3}{2}} - U^{\frac{3}{2}}}{3\varepsilon}$; ce qui donne ici $e.\varepsilon ::$ $u^{\frac{3}{2}} - V^{\frac{3}{2}}. \upsilon^{\frac{3}{2}} - U^{\frac{3}{2}} :: u\sqrt{u} - V\sqrt{V}. \upsilon\sqrt{\upsilon} - U\sqrt{U}$. Au lieu que la Regle 2. nomb. 2. y donnoit $e.\varepsilon :: \overline{u + 2V} \times \sqrt{u - V}. \overline{\upsilon + 2U} \times \sqrt{\upsilon - U}$. Et ainsi des autres valeurs arbitraires de n, v, à l'infini.

III. Pour ce qui est de l'hypothêse de $V + r = t^n$, $V + s = \theta^v$, elle seroit toûjours impossible, de quelques valeurs qu'on supposât les exposans n, v. Car,

1°. Si on les fait positifs, le cas $t = o$, $\theta = o$, rendroit ici pour lors $V + r = o$, $U + s = o$; & par conséquent $V = o$, $U = o$. Ce qui est contre l'autre hypothêse qu'on fait ici des vitesses initiales V, U, réelles & finies.

2°. Si l'on faisoit n, v, négatives, comme si elles étoient $-n$, $-v$, l'hypothêse précédente se réduiroit à $\overline{V + r} \times t^n = 1$, $\overline{V + s} \times \theta^v = 1$; ce qui dans le cas de $t = o$, $\theta = o$, rendroit V, U, infinies ; ce qui est encore contre l'autre hypothêse qu'on fait ici de ces vitesses initiales seulement finies.

IV. Il est enfin à remarquer qu'en faisant $V = o$, $U = o$, dans les deux derniéres Regles 2. & 3. elles se changeront l'une & l'autre en la premiére où cela se trouve ainsi. Car,

1°. La Regle 2. art. 1. se changera pour lors tout d'un coup en $\frac{ut}{n+1\times e} = \frac{v\theta}{v+1\times\varepsilon}$, qui est la premiére, ainsi qu'on l'a déja remarqué dans le nomb. 1. art. 1.

2o. La Regle 3. art. 2. se changera aussi pour lors en $\frac{u^{\frac{n+1}{n}}}{n+1\times e} = \frac{v^{\frac{v+1}{v}}}{v+1\times\varepsilon}$. Mais cette hypothêse des premiéres vitesses $V=o$, $U=o$, rendant aussi les tems $y=o$, $z=o$, requis (*art.* 2.) pour les aquerir si elles commençoient à zero, la supposition qu'on fait de $u=\overline{y+t}^{n}$, $v=\overline{z+\theta}^{v}$ dans cette Regle 3. art. 2. se réduiroit ici à $u=t^n$, $v=\theta^v$; ce qui donneroit $t=u^{\frac{1}{n}}$, $\theta=v^{\frac{1}{v}}$, & $ut=u^{\frac{1}{n}+1}=u^{\frac{n+1}{n}}$, $v\theta=v^{\frac{1}{v}+1}=v^{\frac{v+1}{v}}$. Donc en substituant ut, $v\theta$, au lieu de leurs valeurs dans la précédente équation $\frac{u^{\frac{n+1}{n}}}{n+1\times e} = \frac{v^{\frac{v+1}{v}}}{v+1\times\varepsilon}$, en laquelle l'hypothêse de $V=o$, $U=o$, vient de changer la Regle 3. elle se changera enfin ici en $\frac{ut}{n+1\times e} = \frac{v\theta}{v+1\times\varepsilon}$, qui est encore la premiére Regle en laquelle il falloit aussi faire voir que la troisiéme se réduit en y supposant $V=o$, $U=o$, comme dans cette premiére Regle.

3°. Puisque (*nomb.* 2.) la supposition presente donne $u=t^n$, $v=\theta^v$, & consequemment aussi $t=u^{\frac{1}{n}}$, $\theta=v^{\frac{1}{v}}$, la substitution de ces valeurs de u, v, t, θ, dans cette premiére Regle $\frac{ut}{n+1\times e} = \frac{v\theta}{v+1\times\varepsilon}$, la changeroit aussi en $\frac{t^{n+1}}{n+1\times e} = \frac{\theta^{v+1}}{v+1\times\varepsilon}$ déja observée dans l'exemple de cette premiére Regle, & en $\frac{u^{\frac{n+1}{n}}}{n+1\times e} = \frac{v^{\frac{v+1}{v}}}{v+1\times\varepsilon}$ qui en feroit encore une troisiéme de l'hypothêse de ces deux-là : toutes trois également déduites de la seconde & de la

troisiéme en y faisant $V=o$, $U=o$, & toutes trois aussi pour la même hypothêse des vitesses entiéres instantanées u, υ, variées suivant les puissances n, v, des tems écoulés t, θ.

4°. Il est encore manifeste que les deux derniéres de ces trois Regles de la même hypothêse de $u=t^n$, $\upsilon=\theta^v$, auroient pû se tirer de même de la premiére, & par-là on en auroit eu trois de cette même hypothêse, la premiére desquelles auroit compris les tems t, θ, avec les vitesses u, υ; la seconde, les seuls tems; & la troisiéme, les seules vitesses : mais ce détail n'a pas paru necessaire, non plus que dans les précédentes Regles 2. & 3. ni dans les suivantes, où l'on l'a aussi négligé. Ceux qui le voudront dans ces autres Regles, le pourront faire à peu prés comme celui ci.

Il est vrai qu'il y a des cas où la variété des Regles résultantes de ce détail pour une même hypothêse, en fournit quelquefois de plus commodes les unes que les autres pour certaines questions faites dans cette hypothêse. Par éxemple, on a vû ci-dessus dans l'application des trois premiéres Regles à l'hypothêse de $n=1=v$, c'est à dire, des vitesses en raison des tems dans la premiére & dans la troisiéme, qu'on fait d'ordinaire avec Galilée dans la chute des corps; on a vû, dis-je, que la premiére & la troisiéme de ces Regles, sont plus commodes que la seconde pour tirer de cette hypothêse le raport des espaces parcourus que Galilée en a déduit, & plusieurs autres en différentes maniéres aprés lui : sçavoir que dans cette hypothêse les espaces parcourus depuis le commencement des chutes, doivent toûjours être entr'eux comme les quarrés des tems emploïés à les parcourir, ou (ce qui revient au même suivant l'hypothêse) comme les quarrés des vitesses aquises à la fin de ces espaces ou de ces tems. Le détail d'où peuvent résulter de telles commodités, se fera (dis-je) dans les autres Regles à peu prés de même qu'on l'a vû dans les trois premiéres : ainsi nous ne nous y arrêterons pas davantage.

Voilà pour les mouvemens variés ſuivant les raiſons dirêctes ou réciproques des puiſſances des tems écoulés. Voici preſentement pour ceux dont les viteſſes ſuivroient de pareilles raiſons des puiſſances de ce qui reſteroit des tems à écouler depuis elles juſqu'à ce qu'elles fuſſent devenuës les plus grandes ou les plus petites qu'elles puiſſent être.

REGLE IV.

Pour comparer entr'eux les mouvemeus variés ſuivant les puiſſances des tems à écouler.

$$\frac{\overline{V-u} \times D + ut}{\overline{n+1} \times e} = \frac{\overline{U-\upsilon} \times \Delta + \upsilon\theta}{\overline{\nu+1} \times \varepsilon}.$$

Cette Regle réſulte des viteſſes u, υ, exprimées par les équations $u = \frac{V}{D^n} \times \overline{D-t}^{\,n}$, $\upsilon = \frac{U}{\Delta^\nu} \times \overline{\Delta-\theta}^{\,\nu}$, leſquelles font aſſez voir que lorſque $t = D$, & $\theta = \Delta$, les derniéres viteſſes u, υ, ſont les plus petites qu'elles puiſſent être dans le cas de n, ν, poſitives, où les mouvemens ſont ici retardés ; & les plus grandes qu'elles puiſſent être dans le cas de n, ν, négatives, où les mouvemens ſont ici accélérés : ces derniéres viteſſes ſe trouvant nulles ou zero à la fin des durées totales D, Δ, dans le premier cas, & infinies dans le ſecond.

Mais ces tems totaux n'étant connus que lorſqu'on les prend pour des durées obſervées d'autres mouvemens de la Regle 1. accélérés dans le premier cas, ou retardés dans le ſecond : ces tems ou durées totales D, Δ, n'étant (dis-je) connus que dans cette hypothêſe, pour les bannir de la Regle précédente, & n'y laiſſer que les temps partiaux t, θ, écoulés depuis les commencemens des mouvemens juſqu'aux viteſſes u, υ, qui ſe trouvent à la fin de ces tems variables : les égalités $u = \frac{V}{D^n} \times \overline{D-t}^{\,n}$, $\upsilon = \frac{U}{\Delta^\nu} \times \overline{\Delta-\theta}^{\,\nu}$, donneront $D = \frac{t \times V^{\frac{1}{n}}}{V^{\frac{1}{n}} - u^{\frac{1}{n}}}$, & $\Delta = \frac{\theta \times U^{\frac{1}{\nu}}}{U^{\frac{1}{\nu}} - \upsilon^{\frac{1}{\nu}}}$; leſquelles

valeurs de D, Δ, ſubſtituées en leurs places dans la précédente Regle 4. la changeront en celle-ci qui ſera auſſi génerale qu'elle.

REGLE V.

Pour comparer encore entr'eux les mouvemens variés ſuivant les puiſſances des tems à écouler.

$$\frac{t}{\overline{n+1} \times e} \times \frac{V^{\frac{n+1}{n}} - u^{\frac{n+1}{n}}}{V^{\frac{1}{n}} - u^{\frac{1}{n}}} = \frac{\theta}{\overline{\nu+1} \times \varepsilon} \times \frac{U^{\frac{\nu+1}{\nu}} - \upsilon^{\frac{\nu+1}{\nu}}}{U^{\frac{1}{\nu}} - \upsilon^{\frac{1}{\nu}}}.$$

Cette Regle eſt encore des mouvemens retardés lorſque n & ν ſont poſitives, & accélérés lorſqu'elles ſont négatives.

Entre une infinité de Carollaires qu'on en pourroit tirer, en voici ſeulement un pour l'hypothêſe de Galilée, où les rétardemens uniformes des corps jettés directement en haut, donnent $n = 1 = \nu$, à cauſe que les viteſſes ainſi retardées, y ſeroient en raiſon des tems à écouler depuis elles juſqu'à leur entiére extinction : ce cas réduiſant la Regle précédente à $\frac{t}{2e} \times \frac{V^2 - u^2}{V - u} = \frac{\theta}{2\varepsilon} \times \frac{U^2 - \upsilon^2}{U - \upsilon}$, ou à $\frac{t}{e} \times \overline{V + u} = \frac{\theta}{\varepsilon} \times \overline{U + \upsilon}$, l'on y auroit $e . \varepsilon :: t \times \overline{V + u} . \theta \times \overline{U + \upsilon}$. c'eſt à dire, les eſpaces ainſi parcourus par les corps C, K, pendant les tems t, θ, en raiſon des produits de ces tems par les ſommes des premiéres & derniéres viteſſes qui ſe trouvent au commencement & à la fin de ces mêmes tems. D'où l'on voit qu'en tems égaux ces eſpaces ſeroient ici comme ces ſommes de viteſſes.

Il eſt pareillement manifeſte que cette même hypothêſe de $n = 1 = \nu$, donneroit ici t, $\theta :: e \times \overline{U + \upsilon} . \varepsilon \times \overline{V + u}$. c'eſt à dire, les tems emploïés à parcourir les eſpaces e, ε, en raiſon des produits de ces eſpaces par les ſommes réciproques des premiéres & des derniéres viteſſes qui ſe trouvent au commencement & à la fin de ces tems : d'où l'on voit auſſi que lorſque ces eſpaces ſont égaux, ces mê-

mes tems ſont en raiſon réciproque de ces ſommes de viteſſes ; & pareillement lorſque ces ſommes de viteſſes ſont égales, les eſpaces parcourus ſont comme les tems emploïés à les parcourir.

Si l'on ſuppoſe preſentement que les tems t, θ, écoulés depuis le commencement des mouvemens, ſoient enfin devenus égaux aux tems ou durées totales D, Δ : cette hypothêſe rendant non-ſeulement $t = D$, & $\theta = \Delta$; mais encore $e = L$, & $\varepsilon = \Lambda$; la quatriéme Regle $\frac{\overline{V - u} \times D + ut}{\overline{n+1} \times e} = \frac{\overline{U - \upsilon} \times \Delta + \upsilon\theta}{\overline{v+1} \times \varepsilon}$ se changera ici en $\frac{V \times D}{\overline{n+1} \times L} = \frac{U \times \Delta}{\overline{v+1} \times \Lambda}$, qui en ſera une ſixiéme pareillement générale des mouvemens dont il s'agit ici, pris preſentement comme complets, c'eſt à dire, depuis leurs commencemens juſqu'à l'entiére extinction de leurs viteſſes dans le cas de n, v, poſitives où ils ſont retardés ; ou bien juſqu'à ce que leurs derniéres viteſſes ſoient devenuës infinies dans le cas de n, v, négatives où ces mouvemens ſeront accélérés.

REGLE VI.

Pour comparer entr'eux les précédens mouvemens retardés ou accélérés, pris preſentement depuis leurs commencemens juſqu'à ce que leurs derniéres viteſſes ſoient devenuës nulles ou infinies.

$$\frac{V \times D}{\overline{n+1}\ L} = \frac{U \times \Delta}{\overline{v+1} \times \Lambda}, \text{ ou } \overline{v+1} \times \Lambda \times V \times D = \overline{n+1} \times L \times U \times \Delta.$$

Cette Regle eſt, dis-je, encore des mouvemens retardés lorſque n & v ſont poſitives, & accélérés lorſquelles ſont négatives.

Entre une infinité de Corollaires qu'on en pourroit encore tirer, voici ſeulement encore celui des mouvemens retardés dans l'hypothêſe de Galilée, qu'on vient de voir (*Regle* 5.) donner ici $n = 1 = v$. Cela étant, il eſt viſible que la preſente Regle 6. donnera ici $\Lambda \times V \times D = L \times U \times \Delta$; d'où réſulte,

1°. $L . \Lambda$:

1°. $L. \Lambda :: V \times D. U \times \Delta.$ c'eſt à dire, les eſpaces parcourus pendant les tems totaux, comme les produits de ces tems par les premiéres viteſſes : de ſorte que ces eſpaces totaux ſeront comme les premiéres viteſſes lorſque les tems totaux ſeront égaux, & comme ces tems totaux lorſque les premiéres viteſſes ſeront égales.

2°. $V. U :: L \times \Delta. \Lambda \times D :: \frac{L}{D}. \frac{\Lambda}{\Delta}.$ c'eſt à dire, les premiéres viteſſes comme les quotiens des eſpaces totaux, ou parcourus pendant les tems totaux, diviſés par ces mêmes tems : de ſorte que ces viteſſes premiéres ſeront comme ces eſpaces lorſque les tems totaux ſeront égaux ; & en raiſon réciproque de ces tems, lorſque les eſpaces parcourus pendant ces tems ſeront égaux entr'eux.

3°. $D. \Delta :: L \times U. \Lambda \times V :: \frac{L}{V}. \frac{\Lambda}{U}.$ c'eſt àdire, les tems totaux comme les quotiens des eſpaces parcourus pendant ces tems, diviſé par les premiéres viteſſes : de ſorte que ces viteſſes étant égales, les tems totaux ſeront comme les eſpaces parcourus pendant ces tems ; & lorſque ces eſpaces ſeront égaux, les tems totaux ſeront en raiſon réciproque des premiéres viteſſes.

Voilà pour les mouvemens variés dont les viteſſes ſuivroient les raiſons diréctes ou réciproques des tems à écouler depuis elles juſqu'à ce qu'elles fuſſent devenuës les plus petites ou les plus grandes qu'elles puiſſent être. On a auſſi vû dans la Regle 1. *& dans le nombre* 3. *de l'art.* 4. *qui ſuit la Regle* 3. *tout ce qui concerne les mouvemens variés dont les viteſſes ſuivroient les raiſons directes ou réciproques des puiſſances des tems écoulés depuis leurs commencemens juſqu'à elles. On a, dis-je, trouvé dans les ſix Regles précédentes la maniére de comparer entr'eux, à volonté, les mouvemens variés de chacune. Voici preſentement pour comparer auſſi à volonté un des mouvemens variés de la premiére Regle avec un de ceux des Regles* 4. 5. *&* 6. *leſquelles ſe trouveront encore dans la ſeconde des Remarques qui ſuivent la troiſiéme Regle.*

REGLE VII.

Pour comparer les mouvemens variés ſuivant les puiſſances des tems écoulés de la Regle 1. *avec les variés ſuivant les puiſſances des tems à écouler de la Regle* 4.

$$\frac{ut}{\overline{n+1}\times e} = \frac{\overline{V-v}\times\Delta + v\theta}{\overline{v+1}\times\varepsilon}.$$

Cette Regle réſulte des viteſſes u, v, exprimées par les équations $u = t^n$, & $v = \frac{V}{\Delta^v}\times\overline{\Delta-\theta}^v$, dont la premiére exprime un mouvement accéléré du corps C, & la ſeconde un retardé du corps K, lorſque les expoſans n & v ſont tous deux poſitifs, comme ici ; mais lorſqu'ils ſont tous deux négatifs, c'eſt au contraire le mouvement du corps C qui eſt retardé, & celui du corps K qui eſt accéléré. Si un de ces expoſans eſt poſitif, & l'autre négatif, ces mouvemens ſeront tous deux accelérés, ou tous deux retardés : accélérés l'un & l'autre, ſi n eſt poſitive, & v négative ; ou retardés l'un & l'autre, ſi n eſt négative, & v poſitive.

Il eſt encore manifeſte par la ſeconde des équations précédentes, que lorſque $\theta = \Delta$, les derniéres viteſſes (v) du corps K ſont les plus petites qu'elles puiſſent être dans le cas de v poſitive, & les plus grandes qu'elles puiſſent être dans le cas de v négative.

Si l'on veut preſentement chaſſer le tems total Δ de la Regle précedente, l'équation $v = \frac{U}{\Delta^v}\times\overline{\Delta-\theta}^v$ donnant $\Delta = \frac{\theta\times U^{\frac{1}{v}}}{U^{\frac{1}{v}} - v^{\frac{1}{v}}}$, cette Regle ſe changera ici en une autre

$$\frac{nt}{\overline{n+1}\times\varepsilon} = \frac{\theta}{\overline{v+1}\times e}\times\frac{U^{\frac{v+1}{v}} - v^{\frac{v+1}{v}}}{U^{\frac{1}{v}} - v^{\frac{1}{v}}},$$

qui ſera auſſi génerale qu'elle.

REGLE VIII.

Pour comparer encore les mouvemens variés ſuivant les puiſſances des tems écoulés, avec les variés ſuivant les puiſſances des tems à écouler, ainſi que dans la précédente Regle 7.

$$\frac{ut}{\overline{n+1} \times e} = \frac{\theta}{\overline{\nu+1} \times \varepsilon} \times \frac{U^{\frac{\nu+1}{\nu}} - \upsilon^{\frac{\nu+1}{\nu}}}{U^{\frac{1}{\nu}} - \upsilon^{\frac{1}{\nu}}}.$$

Ces mouvemens ſeront encore accélérés ou retardés ſelon que n & ν y ſeront poſitives ou négatives ; ainſi que dans la précedente Regle 7.

Entre une infinité de Corollaires qu'on peut tirer de celle-ci en voici ſeulement un pour l'hypothêſe de Galilée, où les accélérations uniformes des corps qui tombent en lignes droites, & les retardemens pareillement uniformes des corps jettés en haut ſuivant les mêmes lignes, donnent $n = 1 = \nu$, à cauſe que les viteſſes en tombant y ſeroient en raiſon des tems écoulés depuis le commencement des chutes juſqu'à ces viteſſes, & celles des corps en montant y ſeroient en raiſon des tems à écouler depuis elles juſqu'à leur entiére extinction : ce cas réduiſant la Regle précédente à $\frac{ut}{2} = \frac{\theta}{2\varepsilon} \times \frac{U^2 - \upsilon^2}{U - \upsilon} = \frac{\theta}{2\varepsilon} \times U + \upsilon$, l'on y auroit $e . \varepsilon :: ut . \theta \times \overline{U + \upsilon}$. c'eſt à dire, les eſpaces ainſi parcourus par les corps C, K, pendant les tems t, θ, en raiſon du produit du premier (t) de ces tems par la viteſſe (u) du corps C aquiſe pendant ce tems, au produit du ſecond tems (θ) par la ſomme ($U + \upsilon$) de la premiére & de la derniére viteſſe dont le corps K ſe meut au commencement & à la fin de ce tems. D'où l'on voit qu'en tems égaux l'eſpace (e) parcouru d'un mouvement accéléré par le corps C, ſeroit à l'eſpace (ε) parcouru d'un mouvement retardé par le corps K, comme la derniére viteſſe (u) du corps C, à la ſomme ($U + \upsilon$) de la premiére & de la derniére viteſſe du corps K.

Il eſt pareillement manifeſte que cette même hypothêſe de $n = 1 = v$, donneroit ici $t . \theta :: e \times \overline{U + v} . \varepsilon u$. c'eſt à dire, les tems emploïés à parcourir les eſpaces e, ε par les corps C, K, en raiſon du produit du premier de ces eſpaces par la ſomme des viteſſes premiére & derniére du corps K, au produit du ſecond de ces mêmes eſpaces par la derniére viteſſe du corps C. D'où l'on voit auſſi que lorſque ces eſpaces ſont égaux, les tems emploïés à les parcourir par les corps C, K, ſont en raiſon réciproque de la derniére des viteſſes du premier de ces corps, à la ſomme faite de la premiére & de la derniére viteſſe du ſecond ; & pareillement que lorſque cette ſomme de viteſſes du corps K, eſt égale à la derniére viteſſe du corps C, les eſpaces parcourus par ces corps, ſont comme les tems emploïés à les parcourir.

Il eſt encore à remarquer que lorſque la derniére viteſſe (v) du corps K eſt devenuë nulle ou infinie, ayant alors $\theta = \Delta$, & $\varepsilon = \Lambda$, la ſeptiéme Regle $\frac{ut}{\overline{n+1} \times e} = \frac{\overline{V - v} \times \Delta + v\theta}{\overline{v+1} \times \varepsilon}$, ſe changera pour lors en $\frac{ut}{\overline{n+1} \times e} = \frac{V \times \Delta}{\overline{v+1} \times \Lambda}$, qui en ſera une neuviéme générale des mouvemens dont il s'agit ici, en prenant celui du corps C comme l'on voudra, & celui du corps K comme complet, c'eſt à dire, depuis ſon commencement juſqu'à l'entiére extinction de ſa viteſſe dans le cas de v poſitive où il eſt retardé ; ou bien juſqu'à ce que ſa derniére viteſſe ſoit devenuë infinie dans le cas de v négative où ce mouvement ſeroit accéléré.

REGLE IX.

Pour comparer les mouvemens variés ſuivant les puiſſances des tems écoulés, avec les variés ſuivant les puiſſances des tems à écouler pris preſentement depuis leur commencement juſqu'à ce que leurs derniéres viteſſes ſoient devenuës nulles ou infinies.

$$\frac{ut}{\overline{n+1} \times e} = \frac{V \times \Delta}{\overline{v+1} \times V}, \text{ ou } \overline{v+1} \times \Lambda \times ut = \overline{n+1} \times e \times U \times \Delta.$$

Cette Regle eſt encore des mouvemens accélérés ou retardés ſelon que n & v y ſeront poſitives ou négatives, comme dans les Regles 7. & 8.

Entre une infinité de Corollaires qu'on pourroit encore tirer de celle-ci, en voici ſeulement encore un dans l'hypothêſe de Galilée, qu'on vient de voir (*Reglé* 8.) donner ici $n = 1 = v$. Cela étant, il eſt viſible que la preſente Regle 9. donnera ici $\Lambda \times ut = e \times U \times \Delta$, d'où réſulte,

1°. $e. \Lambda :: ut. U \times \Delta$. C'eſt à dire, l'eſpace parcouru par le corps C d'un mouvement accéléré, à l'eſpace parcouru par le corps K d'un mouvement retardé juſqu'à l'extinction de ſa viteſſe, comme le produit de la derniére viteſſe du corps C par le tems emploïé à l'acquerir, au produit de la premiére du corps K par le tems total emploïé juſqu'à l'entiere extinction de cette viteſſe. De ſorte que ſi ces tems t, Δ, ſont égaux, les eſpaces e, Λ, parcourus par les corps C, K, ſeront entr'eux comme la derniére viteſſe du premier de ces corps, à la premiére du ſecond.

2°. $t. \Delta :: e \times U. \Lambda \times u$. C'eſt à dire, les tems précédens entr'eux comme les produits des eſpaces parcourus pendant ces tems, multipliés par les viteſſes précédentes réciproquement priſes. De ſorte que ces viteſſes ſeront comme ces eſpaces lorſque les tems précedens ſeront égaux; & en raiſon réciproque de ces tems lorſque les eſpaces ſeront égaux entr'eux.

3°. $u. U :: e \times \Delta. \Lambda \times t$. C'eſt à dire, la derniére viteſſe du mouvement accéléré du corps C, à la premiére du retardé du corps K, en raiſon compoſée de la directe des eſpaces parcourus par ces corps, & de la réciproque des tems qu'ils y ont emploïés, celui du corps K allant juſqu'à l'entiére extinction de la ſienne. De ſorte que ces viteſſes (derniére du corps C, & premiére du corps K) ſeront comme ces eſpaces lorſque ces tems ſeront égaux; & en raiſon réciproque de ces tems, lorſque ces eſpaces ſeront égaux entr'eux.

4°. Enfin l'on aura $e = \Lambda$, lorſque $u = U$, & $t = \Delta$, c'eſt

à dire que lorſque la derniére viteſſe du corps *C* ſera égale à la premiére du corps *K*, & la durée du mouvement accéléré du premier de ces corps, pareillement égale au tems total du mouvement retardé du ſecond juſqu'à l'entiére extinction de ſa viteſſe ; les eſpaces ainſi parcourus par ces corps ſeront alors égaux entr'eux. D'où l'on voit que dans la preſente hypothêſe de Galilée, ſi un corps tombé de quelque hauteur que ce ſoit en vertu de ſa ſeule peſanteur, eſt rejetté en haut ſuivant la même ligne, & avec la viteſſe qu'il avoit acquiſe à la fin de ſa chute, il remontera préciſément à la même hauteur d'où il étoit tombé, dans un tems préciſément égal à celui qu'il avoit mis à tomber, à la fin duquel tems ſa viteſſe d'aſcenſion étant éteinte, il retombera comme auparavant. Ce qui s'accorde avec ce que Galilée en a dit dans le Scholie de la Prop. 23. de ſon Traité *De motu naturaliter accelerato.*

Voilà, ce me ſemble, aſſez d'éxemples de ce que les Corollaires 1. *&* 2. *de la Propoſition générale ſont capables de donner pour la comparaiſon des mouvemens variés à volonté, avec d'autres variés auſſi de la même ou de telle autre maniére qu'on voudra. Voici auſſi quelque choſe de ce que ſon Corol.* 3. *peut donner de même pour la comparaiſon des mouvemens variés avec les uniformes, en ſuppoſant preſentement le corps* K *mû d'un mouvement uniforme quelconque, & le corps* C *mû encore d'un mouvement varié ſuivant une puiſſance auſſi quelconque des tems. Les Regles s'en trouveront encore à la maniére des éxemples précédens, auſſi-bien que pour toute autre variation des viteſſes du corps* C*, reglée ſur tel autre affection des tems qu'on voudra : Les quatre ſuivantes ſuffiront, en y ſuppoſant toûjours les noms généraux qui précédent la premiére Regle.*

REGLE X.

Pour comparer les mouvemens uniformes avec les variés ſuivant les puiſſances des tems écoulés.

$$\frac{ut}{\overline{n+1} \times e} = \frac{v\theta}{\varepsilon}, \text{ ou } ut\varepsilon = \overline{n+1} \times ev\theta.$$

Les mouvemens variés du corps *C* dans cette Regle ;

dans laquelle ou lui suppose $u = t^n$, sont accélérés lorsque n est positive, & des retardés lorsque n est négative.

Elle donne d'abord en général . . . $\left\{\begin{array}{l} u.\upsilon :: \overline{n+1} \times e\theta . \varepsilon t :: \frac{\overline{n+1} \times e}{t} . \frac{\varepsilon}{\theta} . \\ t.\theta :: \overline{n+1} \times e\upsilon . \varepsilon u :: \frac{\overline{n+1} \times e}{u} . \frac{\varepsilon}{\upsilon} . \\ e.\varepsilon :: ut . \overline{n+1} \times \upsilon\theta . \end{array}\right.$

Ce sont-là, dis-je, autant de Corollaires généraux de la Regle dont il s'agit ici : en voici presentement l'application à quelques hypothêses.

1°. Si $u = \upsilon$, l'on aura $t.\theta :: \overline{n+1} \times e.\varepsilon$. ou $e.\varepsilon :: t.\overline{n+1} \times \theta$.

2. Si $t = \theta$, l'on aura $u.\upsilon :: \overline{n+1} \times e.\varepsilon$. ou $e.\varepsilon :: u.\overline{n+1} \times \upsilon$.

3°. Si $e = \varepsilon$, l'on aura $u.\upsilon :: \overline{n+1} \times \theta.t$. ou $t.\theta :: \overline{n+1} \times \upsilon.u$.

4°. Si $u = \upsilon$, & $t = \theta$, l'on aura $\overline{n+1} \times e = \varepsilon$.

5°. Si $u = \upsilon$, & $e = \varepsilon$, l'on aura $t. = \overline{n+1} \times \theta$.

6°. Si $t = \theta$, & $e = \varepsilon$, l'on aura $u = \overline{n+1} \times \upsilon$.

7°. Si $u.\upsilon :: e.\varepsilon$. l'on aura $t = \overline{n+1} \times \theta$.

8°. Si $t.\theta.e.\varepsilon$ l'on aura $u = \overline{n+1} \times \upsilon$.

9°. Si $u.\upsilon :: \theta.t$. l'on aura $\overline{n+1} \times e = \varepsilon$

1°. Si $u.\upsilon :: t.\theta$. l'on aura . . . $\left\{\begin{array}{l} e.\varepsilon :: uu.\overline{n+1} \times \upsilon\upsilon :: tt.\overline{n+1} \times \theta\theta . \\ u.\upsilon :: \sqrt{\overline{n+1} \times e}.\sqrt{\varepsilon} :: t.\theta . \end{array}\right.$

11. Si $u.\upsilon :: \varepsilon.e$. l'on aura . . . $\left\{\begin{array}{l} t.\theta :: \overline{n+1} \times \upsilon\upsilon . uu :: \overline{n+1} \times ee.\varepsilon\varepsilon . \\ u.\upsilon :: \sqrt{\overline{n+1} \times \theta}.\sqrt{t} :: \varepsilon.e . \end{array}\right.$

12°. Si $t.\theta :: \varepsilon.e$. l'on aura . . . $\left\{\begin{array}{l} u.\upsilon :: \overline{n+1} \times \theta\theta . tt :: \overline{n+1} \times ee.\varepsilon\varepsilon . \\ t.\theta :: \sqrt{\overline{n+1} \times \upsilon}.\sqrt{u} :: \varepsilon.e . \end{array}\right.$

Réciproquement si toutes ces égalités ou Analogies concluës des supposées depuis le nomb. 1. jusqu'au nomb. 12. sont vraies, les supposées le sont aussi.

J'apperçois en corrigeant cette épreuve que les suppopsitions des nomb. 4. 5. & 6. ne sont que des cas de celles qui les suivent ; ainsi on les peut passer, l'Imprimeur ne me permettant pas d'en substituer d'autres pour en remplir la place.

REMARQUE.

Il eſt à remarquer que la Regle générale qui vient de donner toutes ces particuliéres, en pourroit encore donner pluſieurs autres pareillement conformes à tout ce qu'on y peut encore faire d'autres hypothêſes touchant les raports de celles qu'on voudra des choſes que cette Regle générale contient ; & tout cela ſans toucher encore à la généralité de l'expoſant *n*. De ſorte que ſi on le veut détailler, chacune des Regles précédentes en fournira encore une infinité d'autres ſelon les différentes valeurs qu'on peut donner ſans fin à ce nombre *n*.

Par éxemple, la Regle $\overline{n+1} \times e = \varepsilon$ du nomb. 4. dans laquelle on ſuppoſe que la viteſſe uniforme & conſtante v du corps *K*, eſt égale à la derniére des accélérées u du corps *C*, & les tems t, θ, des mouvemens de ces corps, auſſi égaux entr'eux ; ſi l'on y détermine de plus l'expoſant n des puiſſances des tems du corps *C*, ſuivant leſquelles les viteſſes (u) de ce corps s'augmentent, cette Regle fournira encore les ſuivantes.

1°. Si $n = 1$, comme dans l'hypothêſe de Galilée, où les viteſſes des mouvemens accélérés ſuivent la raiſon des tems emploïés à les acquerir ; la précédente Regle $\overline{n+1} \times e = \varepsilon$ donnera ici $2e = \varepsilon$ ou $e = \frac{1}{2}\varepsilon$: c'eſt à dire que l'eſpace (e) parcouru d'un mouvement ainſi accéléré, ſera ſeulement la moitié de celui (ε) qui ſeroit parcouru en même tems, ou dans un tems égal, d'une viteſſe uniforme égale à la derniére des accélérés, ainſi que Galilée l'a dit dans la Prop. 1. de ſon Traité *De motu naturaliter accelerato*.

2°. Si $n = 2$, ainſi qu'il arriveroit dans le cas des viteſſes (u) qui croîtroient dans la raiſon des quarrés des tems (t) emploïés à les acquerir ; la Regle précédente $\overline{n+1} \times e = \varepsilon$, donneroit $3e = \varepsilon$, ou $e = \frac{1}{3}\varepsilon$: c'eſt à dire qu'en ce cas l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi accéléré, ſeroit ſeulement le tiers de celui qui ſeroit parcouru en même tems d'une viteſſe uniforme égale à la derniére des accélérés.

3°. Si $n = 3$, ainſi qu'il arriveroit dans le cas des viteſſes qui croîtroient comme les cubes des tems emploïés à les aquerir ; la Regle précédente donneroit de même $4e = \epsilon$, ou $e = \frac{1}{4}\epsilon$: c'eſt à dire qu'en ce cas l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi accéléré, ſeroit ſeulement le quart de celui qui ſeroit parcouru en même tems d'une viteſſe uniforme égale à la derniere des accélérées.

4°. Si $n = 4$, ainſi qu'il arriveroit dans le cas des viteſſes qui croîtroient comme les quatriémes puiſſances des tems emploïés à les aquerir ; la Regle précédente $\overline{n+1} \times e = \epsilon$, donneroit ici $5e = \epsilon$, ou $e = \frac{1}{5}\epsilon$; c'eſt à dire qu'en ce cas l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi accéleré, ſeroit ſeulement la cinquiéme partie de celui qui ſeroit parcouru en même tems d'une viteſſe uniforme égale à la derniere des accélérées. Et ainſi à l'infini de toutes les valeurs entieres poſitives qu'on peut donner ſans fin au nombre indéterminé n.

5°. Si l'on ſuppoſe préſentement $n = \frac{1}{2}$, ainſi qu'il arriveroit dans le cas des viteſſes qui croîtroient comme les racines quarrées des tems emploïés à les aquerir ; la Regle précédente $\overline{n+1} \times e = \epsilon$, donneroit ici $\overline{\frac{1}{2}+1} \times e = \epsilon$: ou $e = \frac{2}{3}\epsilon$: c'eſt à dire qu'en ce cas l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi accéléré, ſeroit les deux tiers de celui qui ſeroit parcouru en même tems d'une viteſſe uniforme égale à la derniere des accélérées.

6°. Si $n = \frac{1}{3}$, ainſi qu'il arriveroit dans le cas des viteſſes qui croîtroient comme des racines cubiques des tems emploïés à les aquerir ; la précédente Regle $\overline{n+1} \times e = \epsilon$, donneroit auſſi $\overline{\frac{1}{3}+1} \times e = \epsilon$, ou $e = \frac{3}{4}\epsilon$: c'eſt à dire qu'en ce cas l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi accéléré, ſeroit les trois quarts de celui qui ſeroit parcouru en même tems d'une viteſſe uniforme égale à la derniere des accélérées.

7°. Si $n = \frac{1}{4}$, ainſi qu'il arriveroit dans le cas des viteſſes qui croîtroient comme les racines quatriémes ou quarrées-quarrées de tems emploïés à les aquerir ; la précédente Regle $\overline{n+1} \times e = \epsilon$, donneroit de même $\overline{\frac{1}{4}+1} \times e = \epsilon$,

ou $e = \frac{4}{5}\varepsilon$: c'eſt à dire qu'en ce cas l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi accéléré, ſeroit égal à quatre cinquiémes de celui qui ſeroit parcouru en même tems d'une viteſſe uniforme égale à la derniére des accélérées.

8°. Si $n = \frac{1}{5}$, ainſi qu'il arriveroit dans le cas des viteſſes qui croîtroient comme les racines cinquiémes des tems emploïés à les aquerir ; la précédente Regle $\overline{n + 1} \times e = \varepsilon$, donneroit encore ici de même $\overline{\frac{1}{5} + 1} \times e = \varepsilon$, ou $e = \frac{5}{6}\varepsilon$: c'eſt à dire qu'en ce cas l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi accéléré, ſeroit égal à cinq ſixiémes de celui qui ſeroit parcouru en même tems d'une viteſſe uniforme égale à la derniére des accélérées. Et ainſi de toutes les autres valeurs rompuës & poſitives qu'on peut donner à l'infini au nombre indéterminé n.

Voilà pour la comparaiſon des mouvemens uniformes ($u = t^0 = 1$) *avec les accélérées dont les viteſſes* ($u = t^n$) *ſuivroient telles puiſſance des tems, qu'on voudroit exprimer par* n *poſitive, ſoit qu'on prit cet expoſant des tems pour un nombre entier ou rompu. Voïons préſentement auſſi quelque choſe de ce que cette comparaiſon donnera lorſque* n *ſera négative, & changera par-là le mouvement accéléré du corps* C *en mouvement retardé, l'équation parabolique* $u = t^n$ *ſe changeant pour lors en l'hyperbolique* $u = t^{-n}$ *ou* $u = \frac{1}{t^n}$, *qui rend toûjours les viteſſes initiales* (u) *infinies, & ne les réduit à zéro qu'après un tems infini.*

Mais parce que l'eſpace e *parcouru par le corps* C, *pendant le tems* t, *d'un mouvement ainſi retardé ſuivant la raiſon réciproque des puiſſances* t^n *des tems, ſeroit infini ou contradictoire pendant quelque tems fini que ce fût, ſi l'expoſant* n *étoit un nombre entier ou une fraction plus grande que l'unité ; nous ne prendrons plus cet expoſant que pour une fraction négative moindre que l'unité dans la Regle* $\overline{n + 1} \times e = \varepsilon$ *dont il s'agit ici ; & même ſeulement pour en faire voir la fécondité, les viteſſes initiales que* n *négative y éxige infinies, étant trop au-deſſus de la nature.*

9°. Soit donc préſentement $n = -\frac{1}{2}$, ainſi qu'il arriveroit dans le cas des viteſſes u du corps C, décroiſſantes ſuivant la raiſon réciproque des racines quarrées de

tems emploïés à leur décroiſſement ; la Regle précédente $\overline{n+1} \times e = \varepsilon$, donneroit pareillement ici $\overline{-\frac{1}{2}+1} \times e = \varepsilon$, ou $e = 2\varepsilon$; ce qui feroit voir qu'en ce cas l'eſpace (e) parcouru d'un mouvement ainſi retardé, ſeroit double de l'eſpace (ε) parcouru pendant un même tems quelconque d'une viteſſe uniforme égale à la derniere des diminuées.

10°. Si $n = -\frac{1}{3}$, ainſi qu'il arriveroit dans le cas des viteſſes décroiſſantes ſuivant la raiſon réciproque des racines cubiques des tems emploïés à leur décroiſſement, la précédente Regle $\overline{n+1} \times e = \varepsilon$, donneroit ici $\overline{1-\frac{1}{3}} \times e = \varepsilon$, ou $2e = \varepsilon$: c'eſt à dire qu'en ce cas le double de l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi retardé ; ſeroit égal au triple de celui qui ſeroit parcouru en même tems d'une viteſſe uniforme égale à la derniére des diminuées.

11°. Si $n = -\frac{1}{4}$, ainſi qu'il arriveroit dans le cas des viteſſes décroiſſantes en raiſon réciproque des quatriémes racines des tems emploïés à leur décroiſſement, la précedente Regle $\overline{n+1} \times e = \varepsilon$, donneroit $\overline{1-\frac{1}{4}} \times e = \varepsilon$, ou $3e = 4\varepsilon$: c'eſt à dire qu'en ce cas le triple de l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi retardé, ſeroit égal au quadruple de celui qui ſeroit parcouru en même tems d'une viteſſe uniforme égale à la derniére des diminuées.

12°. Si $n = \frac{1}{5}$, ainſi qu'il arriveroit dans le cas des viteſſes décroiſſantes en raiſon réciproque des cinquiémes racines des tems emploïés à leur décroiſſement ; la précédente Regle $\overline{n+1} \times e = \varepsilon$, donneroit $\overline{1-\frac{1}{5}} \times e\ \varepsilon$, ou $4e = 5\varepsilon$: c'eſt à dire qu'en ce cas le quadruple de l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi retardé, ſeroit égal au quintuple de celui qui ſeroit parcouru en même tems d'une viteſſe uniforme égale à la derniére des diminuées. Et ainſi de toutes les autres valeurs négatives rompuës moindres que l'unité, qu'on peut donner à l'infini au nombre indéterminé n.

Ce détail de la Regle du nomb. 4. qui précéde la préſente Remarque, fait voir aſſez comment chacune des autres Regles tirées de la dixiéme générale qui les précéde, en peut donner

de même une infinité d'autres ſelon les différentes valeurs qu'on peut donner ſans fin au nombre indéterminé n; *ainſi nous ne nous y arrêterons pas davantage. Nous n'avons détaillé cette Regle du nomb.* 4. *qui précède la préſente Remarque, préférablement aux autres, que pour faire voir qu'outre la Prop.* 1. *du Traité.* De motu naturaliter accelerato *de Galilée, la double hypothèſe des tems égaux, & des dernières viteſſes auſſi égales entr'elles, que cet Auteur fait dans cette Propoſition, nous en pourroit encore donner une infinité d'autres par le moyen de cette ſeule Regle, qui pour cela n'éxige pas même cette double hypothèſe de* $u = \upsilon$ *& de* $t = \theta$, *la ſimple de* $u . \upsilon :: \theta . t$. *ſuffiſant pour en conclure les mêmes choſes avec pluſieurs autres que cette double hypothèſe de Galilée ne donneroit pas.*

REGLE XI.

Pour comparer les mouvemens uniformes avec les variés ſuivant les puiſſances des tems à écouler.

$$\frac{\overline{V - u} \times D + ut}{\overline{n+1} \times e} = \frac{\upsilon\theta}{\varepsilon}.$$

Cette Regle réſulte de la viteſſe uniforme ou conſtante υ du corps K pendant le tems θ, & de celle du corps C exprimée par l'équation $u = \frac{V}{Dn} \times \overline{D - t}^{\,n}$, laquelle fait aſſez voir que lorſque $t = D$, la derniere viteſſe u de ce corps, eſt la plus petite qu'elle puiſſe être dans le cas de n poſitive, où ſon mouvement ſeroit retardé; & la plus grande qu'elle puiſſe être dans le cas de n négative, où le mouvement de ce corps C, ſeroit accéléré: cette dernière viteſſe u ſe trouvant nulle ou zero à la fin du tems total D du mouvement de ce corps dans le premier cas, & infinie dans le ſecond. Mais ce tems total D n'étant connu que de la maniére qu'il a été marqué à la ſuite de la Regle 4. ſi on le veut banir de celle-ci, & n'y laiſſer que les tems partiaux t, θ, écoulés depuis le commencement des mouvemens juſqu'à tels inſtans qu'on voudra, l'équation $u = \frac{V}{Dn} \times \overline{D - t}^{\,n}$ donnant $D = \frac{t \times V^{\frac{1}{n}}}{V^{\frac{1}{n}} - u^{\frac{1}{n}}}$, la ſubſtitution

de cette valeur de D dans la Regle précédente la changera en celle-ci qui sera aussi générale qu'elle.

REGLE XII.

Pour comparer encore les mouvemens uniformes avec les variés suivant les puissances des tems à écouler, ainsi que dans la précédente Regle 11.

$$\frac{t}{\overline{n+1} \times e} \times \frac{V^{\frac{n+1}{n}} - u^{\frac{n+1}{n}}}{V^{\frac{1}{n}} - u^{\frac{1}{n}}} = \frac{\upsilon\theta}{\varepsilon}.$$

Le mouvement varié du corps C, est encore ici retardé lorsque n est positive, & accéléré lorsqu'elle est négative, comme dans la précédente Regle 11. Et si l'on prend présentement le tems écoulé (t) pour la durée entiére (D) de tout le mouvement varié du corps C, jusqu'à sa plus grande ou moindre vitesse possible, cette hypothêse donnant $t = D$, & $e = L$, elle changera encore la Regle 11. en celle-ci.

REGLE XIII.

Pour comparer les mouvemens uniformes avec les variés suivant les puissances des tems à écouler pris presentement depuis leur commencement jusqu'à leurs plus grandes ou moindres vitesses possibles.

$$\frac{V \times D}{\overline{n+1} \times L} = \frac{\upsilon\theta}{\varepsilon}, \text{ ou } V \times D \times \varepsilon = \overline{n+1} \times \upsilon\theta \times L.$$

Le mouvement varié du corps C, est encore ici retardé lorsque n est positive, & accéléré lorsqu'elle est négative, ainsi que dans les précédentes Regles 11. & 12.

Entre une infinité de Corollaires qu'on pourroit tirer de celle-ci à la maniére de ceux qu'on a tiré de la dixiéme, en voici seulement un : C'est que si l'on suppose $V = \upsilon$, & $D = \theta$, elle donnera $\varepsilon = \overline{n+1} \times L$, c'est à dire qu'en ce cas l'espace (ε) parcouru de vitesse uniforme égale à la premiére des variées, comme ci-dessus (*Reg.* 11. & 12.) sera à l'espace (L) parcouru de ce mouvement varié jusqu'à la plus grande ou moindre vitesse

possible : : $n+1$. 1. De sorte que si l'on suppose de plus $n=1$, ainsi qu'il doit arriver lorsque ce mouvement varié est uniformément retardé, comme dans l'hypothêse de Galilée, où les vitesses d'un corps jetté directement en haut décroissent en raison des tems à emploïer jusqu'à leur entiere, extinction, c'est á dire, dans la raison que croissent celles qu'il aquieroit en raison des mêmes tems emploïés à tomber le long de la même ligne d'une hauteur propre à lui donner à la fin de cette ligne la même vitesse qu'il y avoit en partant de bas en haut; l'on auroit $e. L$: : 2. 1. ou $e=2L$. D'où l'on voit que dans cette hypothêse de Galilée, l'espace parcouru d'un mouvement uniformément retardé jusqu'à zero, ne seroit que la moitié de celui qui seroit parcouru en même temps d'une vitesse uniforme égale à la premiére des retardées.

On a vû dans le nomb. 1. de la remarque qui suit la Regle 10. que dans cette même hypothêse de Galilée, l'espace parcouru d'une vitesse uniforme égale à la derniére des accélérés d'une chute faite en vertu de la seule pesanteur, dans un tems égal à celui du mouvement uniforme, seroit aussi double de ce qu'il y en auroit de parcouru dans cette chute. Donc en supposant les tems & les vitesses uniformes égales de part & d'autre, l'on aura pareillement l'espace parcouru d'un mouvement uniformément accéléré en descendant, égal à celui qui seroit parcouru en même tems suivant la même ligne en remontant avec des vitesses uniformément retardées, dont la premiére seroit égale à la derniére des accélérées. D'où l'on voit que suivant l'hypothêse de Galilée un corps tombé en ligne droite, & ensuite jetté en haut suivant la même ligne d'une vitesse égale à la derniére de celles qu'il avoit acquise en tombant, remonteroit précisément à la même hauteur d'où il étoit tombé, & dans un tems égal à celui de sa chute, sa vitesse d'ascension s'éteignant précisément au point où il avoit commencé de tomber. D'où l'on voit aussi que dans cette hypothêse de Galilée, un corps jetté directement en haut emploïeroit à re-

tomber un tems précisément égal à celui qu'il auroit mis à monter, & qu'il auroit à chaque point en retombant la même vitesse qu'il y avoit en montant, ainsi qu'on l'a déja conclu de la Regle 9. nomb. 4.

REMARQUE I.

Il est encore à remarquer que si dans les trois Regles précédentes 11. 12. & 13. lesquelles sont $\frac{\overline{V-u}\times D+ut}{\overline{n+1}\times e}=\frac{\upsilon\theta}{\varepsilon}$, $\frac{t}{\overline{n+1}\times e}\times\frac{V^{\frac{n+1}{n}}-u^{\frac{n+1}{n}}}{V^{\frac{1}{n}}-u^{\frac{1}{n}}}=\frac{\upsilon\theta}{\varepsilon}$, & $\frac{V\times D}{\overline{n+1}\times L}=\frac{\upsilon\theta}{\varepsilon}$; on suppose le corps *C* égal au corps *K*, ou que c'est le même de part & d'autre; & qu'on y prenne υ, U, θ, Δ, ε, Λ, ν, au lieu de u, V, t, D, e, L, n, suivant les noms généraux comme pour comparer le mouvement uniforme du corps *K*, avec un mouvement varié de ce même corps suivant les puissances ν des tems à écouler jusqu'à sa plus grande ou moindre vitesse possible; l'équation $u=\frac{V}{D^{n}}\times\overline{D-t}^{\,n}$, qui avec $\upsilon=\theta^{0}=1$, a donné ces trois Regles, se changeant alors en $\upsilon=\frac{U}{\Delta^{\nu}}\times\overline{\Delta-\theta}^{\,\nu}$, ces mêmes Regles se changeront aussi pour lors en ces trois-ci: $\frac{\overline{U-\upsilon}\times\Delta+\upsilon\varepsilon}{\overline{\nu+1}\times\varepsilon}=\upsilon\theta$, $\frac{\varepsilon}{\overline{\nu+1}\,\varepsilon}\times\frac{U^{\frac{\nu+1}{\nu}}-\upsilon^{\frac{\nu+1}{\nu}}}{U^{\frac{1}{\nu}}-\upsilon^{\frac{1}{\nu}}}=-\upsilon\theta$, & $\frac{U\times\Delta}{\overline{\nu+1}\times\Lambda}=\frac{\upsilon\theta}{\varepsilon}$, lesquelles comparées par ordre avec celles-la; donneront encore ces trois-ci: $\frac{\overline{V-u}\times D+ut}{\overline{n+1}\times e}=\frac{\overline{U-\upsilon}\times\Delta+\upsilon\theta}{\overline{\nu+1}\times\varepsilon}$, $\frac{t}{\overline{n+1}\times e}\times\frac{V^{\frac{n+1}{n}}-u^{\frac{n+1}{n}}}{V^{\frac{1}{n}}-u^{\frac{1}{n}}}=\frac{\theta}{\overline{\nu+1}\times\varepsilon}\times\frac{U^{\frac{\nu+1}{\nu}}-\upsilon^{\frac{\nu+1}{\nu}}}{U^{\frac{1}{\nu}}-\upsilon^{\frac{1}{\nu}}}$, & $\frac{V\times D}{\overline{n+1}\times L}=\frac{U\times\Delta}{\overline{\nu+1}\times\Lambda}$, qui sont les mêmes que les 4. 5. 6. & pour les mêmes usages.

Voila, ce me ſemble, aſſez d'éxemples pour faire ſentir l'uſage immenſe de la Propoſition générale qui les précéde. Nous n'y avons pris les viteſſes que ſuivant les affections des tems, quoique cette Propoſition pût auſſi s'appliquer aux hypothéſes où ces viteſſes ſeroient ſuppoſées ſuivre les affections des eſpaces parcourus ou à parcourir, ſi ces hypothéſes étoient poſſibles: C'eſt ce que nous éxaminerons quelque jour. En attendant voici comment cette même Propoſition générale donne encore les Regles des mouvemens accélérés, qui ſe trouvent dans les Mémoires de 1693. pag. 95.

REMARQUE II.

Outre les noms précédens ſoient m, μ, les maſſes des corps C, K; & f, ϕ, les premieres forces qui en commencent les mouvemens, telles que ſont les peſanteurs dans les corps graves. Soit de plus $f . \phi :: bm . \beta\mu$ quel que ſoit le raport de b à β: l'on aura $f\beta\mu = \phi bm$. Donc en multipliant cette égalité par celle $\varepsilon \times \int udt = e \times \int \upsilon d\theta$ qui réſulte de l'Analogie $\int udt . \int \upsilon d\theta :: e . \varepsilon$. démontrée dans la Propoſition générale, Corol. 1. l'on aura pareillement $f\beta\mu\varepsilon \times \int udt = \phi bme \times \int \upsilon d\theta$. pour Regle générale d'où ſe tire celle des Mémoires de 1693. pag. 95.

Pour le voir, ſoit préſentement $b = \beta$; qu'au lieu de $t\,\theta$, on prenne en général x, y, pour les abſciſſes des axes de Courbes quelconques dont les viteſſes u, υ, ſoient les ordonnées; & qu'on ſuppoſe $u . \upsilon :: x^n . y^n$. au lieu de $u . \upsilon :: t^n . \theta^n$. Et par conſéquent auſſi $\int udt . \int \upsilon d\theta :: x^{n+1} . y^{n+1}$. quelles que ſoient les variables x, y, ſubſtituées au lieu de t, θ; la Regle qu'on vient de trouver, ſe changera ici en $me\phi y^{n+1}, = \mu\varepsilon f x^{n+1}$, laquelle eſt la premiere des deux Regles des Mem. de 1693. pag. 95. où l'on appelloit e, g, f, h, r, s. x, z, v, y, p, ce qu'on appelle ici m, μ, e, ε, f, ϕ, u, υ, x, y, n.

Si l'on conſidere de plus que la ſuppoſition qu'on fait ici de $b = \beta$ dans l'équation $f\beta\mu = \phi bm$ qui ſe trouve au commencement de cette Remarque-ci, rend pareillement $f\mu = \phi m$, la derniere Regle qu'on vient de tirer de la

générale

génerale qui la précéde ſe changera pareillement en $ey^{n}\ {}^{1} = \varepsilon x^{n+1}$: d'où réſulte $ey . \varepsilon x :: x^{n} . y^{n}$ (*hyp.*) :: u, v. Et la ſubſtitution de u, v, au lieu de ey, εx, dans cette derniére Regle, la changera de même en $um\phi y^{n} = v\mu f x^{n}$ qui ſera auſſi la ſeconde des deux Regles des Mémoires de 1693. pag. 95.

Il eſt pourtant à remarquer que l'égalité $\varepsilon \times \int u dt = e \times \int v d\theta$ réſultante de la Propoſition générale, pouvant ſubſiſter ſeule, & ſans être multipliée par la ſuppoſée $f\beta u = \phi b m$, cette multiplication y eſt purement arbitraire, & ce d'autant plus qu'elle pourroit également donner $f\beta\mu e \times \int v d\theta = \phi b m \varepsilon \times \int u dt$, & $f\beta\mu\varepsilon \times \int u dt = \phi b m e \times \int v d\theta$: c'eſt pour cela qu'on ne s'en eſt point ſervi dans ce Mémoire. Il ne faut cependant pas dire que l'introduction des maſſes m, μ, & des peſanteurs ou forces vives f, ϕ, des corps mûs, ſoit pareillement arbitraire dans toutes les Regles de leurs mouvemens : elle eſt indiſpenſable dés qu'on n'y fait aucun uſage de leurs viteſſes, par éxemple dans celle-ci $me \times \int \phi d\theta = \mu\varepsilon \times \int f dt$ qui eſt pour des mouvemens quelconques ; & même dans celle-ci $mu\phi = \mu v f$ qui eſt pour des mouvemens uniformes, dont f, ϕ, ne ſont forces vives qu'aux premiers inſtans, quoiqu'on y faſſe mention des viteſſes, quelles qu'elles ſoient.

REMARQUE III.

Il eſt auſſi à remarquer qu'en faiſant $v = 0$, $U = v$, $\Delta = \theta$, & $\Lambda = \varepsilon$, dans les Regles 1. 4. 6. elles donneront immédiatement les 10. 11. 13. La ſeconde Regle en donnera de même une quatorziéme $\frac{n \times V + u}{n + 1} \times \frac{t}{e} = \frac{v\theta}{\varepsilon}$, laquelle ſera des mouvemens uniformes du corps K, à comparer avec les variés du corps C, commencés par des viteſſes finies dont les ſeules augmentations ſuiviſſent les puiſſances des tems écoulés, comme dans cette Regle 2.

Et ſi l'on vouloit, comme dans la Regle 3. que les viteſſes entiéres du corps C, faites de chaque initiale finie & de ſes augmentations, ſuiviſſent les puiſſances des tems qui ſeroient requis pour aquerir ces ſommes de viteſſes ſi

elles commençoient à zero, l'on auroit encore une quinziéme Regle $\frac{t}{\overline{n+1} \times e} \times \frac{u^{\frac{n+1}{n}} - V^{\frac{n+1}{n}}}{u^{\frac{1}{n}} - V^{\frac{1}{n}}} = \frac{\upsilon\theta}{\varepsilon}$, laquelle serviroit de même à comparer les mouvemens ainsi variés du corps C avec les uniformes du corps K.

Enfin si l'on fait $n = o = v$, $V = u$, $U = \upsilon$, $L = e$, $\Lambda = \varepsilon$, $D = t$, & $\Delta = \theta$; toutes les Regles précédentes de comparaison entr'eux des mouvemens variés, ou avec les uniformes, se réduiront à la seule $\frac{ut}{e} = \frac{\upsilon\theta}{\varepsilon}$ de comparaison des seuls uniformes entr'eux: la plûpart s'y réduiront (dis-je) immédiatement, & les autres par retour à celles-là. Mais c'est assez parler de ces Regles, à l'éxemple desquelles chacun en pourra presentement tirer de la Proposition générale, pour le moins autant d'autres qu'il y voudra faire d'hypothêses différentes des précédentes. Voici donc seulement quelque chose touchant les forces ou pesanteurs propres à produire les mouvemens précédens.

OBSERVATIONS GÉNÉRALES

Sur les Forces ou Pesanteurs propres à produire les mouvemens précédens.

Dans les Mémoires de 1700. 1701. 1703. & 1706. j'ay donné plusieurs Regles pour trouver ces sortes de forces ou pesanteurs, suivant quelques lignes que les corps se meuvent. Mais parceque pour trouver ces forces lorsque ces lignes sont courbes, il faudroit entrer dans la nature des courbures de ces mêmes lignes, lesquelles ne sont point de ce sujet-ci, outre que dans les Mémoires précédens j'ay donné assez d'éxemples de cette recherche pour les mouvemens en lignes courbes, je ne la ferai ici que pour ceux qui seroient en lignes droites suivant les hypothêses précédentes. Pour cela voici seulement deux de ces Regles.

La premiére est pour connoître quelle raison suit cha-

cune de ces forces ou pesanteurs : Cette Regle est $y = \frac{dv}{dt}$, laquelle se trouve dans les Mém. de 1700. pag. 23. où ces forces sont exprimées par y ; les vitesses entiéres qui en résultent, par υ ; & les tems emploïés aux mouvemens en question, par t. Mais parceque nous avons pris par tout dans ce Mémoire-ci u, υ, pour les vitesses des corps C, K ; t, θ, pour les tems ou les durées de leurs mouvemens, à la fin desquelles ces vitesses se trouvent ; & que nous prendrons dans la suite f, ϕ, pour les forces ou pesanteurs cherchées de ces corps, productrices ou accélératrices ou retardatrices de ces vitesses ; cette Regle se changera ici en $f = \frac{du}{dt}$ pour le corps C, & en $\phi = \frac{d\upsilon}{dt}$ pour le corps K.

La seconde Regle que nous emprunterons encore des Mémoires précédens, est pour comparer entr'elles les forces centrales ou pesanteurs de différens corps, c'est à dire, des masses différentes : elle se trouve aussi dans les Mém. de 1700. pag. 235. & dans ceux de 1706. pag. 183. & 186. art. 7. & 10. la voici. Aprés avoir pris dans ces Mémoires m, μ, pour les masses des corps mûs, & le reste comme nous venons de faire, j'y ay trouvé en général que les espaces parcourus en vertu de ces forces vives & actuelles pendant les instans dt, $d\theta$, doivent être entr'eux : : $\mu f dt^2 . m \phi d\theta^2$. Mais ces forces ne produisant que du, $d\upsilon$, de vitesses pendant ces instans dt, d , dans les corps C, K ; les espaces parcourus en vertu de ces forces ou de ces vitesses pendant ces instans, doivent être aussi entr'eux : : $du dt . d\upsilon d\theta$. Donc $du dt . d\upsilon d\theta :: \upsilon f dt^2 . m \phi d\theta^2$. ou $du . d\upsilon :: \upsilon f dt . \mu \phi d\theta$. ce qui donne $m \phi d\theta du = \upsilon f dt d\upsilon$, ou $f . \phi :: \frac{m du}{dt} . \frac{\mu d\upsilon}{d\upsilon}$. pour Regle de comparaison entr'elles des forces centrales ou pesanteurs des corps C, K, mûs en lignes droites.

REGLES

Des Forces ou Pesanteurs cherchées.

$$1^{\circ}.\ \begin{cases} f = \frac{du}{dt} & \text{pour le corps } C. \\ \phi = \frac{dv}{d\theta} & \text{pour le corps } K. \end{cases}$$

$$2^{\circ}.\ f.\ \phi :: \frac{m\,du}{dt} : \frac{\mu\,dv}{d\theta}.\ \text{pour tous les deux.}$$

I. Cela posé, les hypothêses $u = \frac{a^n \sqrt{tt + 2at}}{\overline{a+t}^n}$, $v = \frac{\theta^\nu \sqrt{\theta\theta + aa}}{a^\nu}$ de l'Exemple 1. de la Prop. générale; donnant $\frac{du}{dt} = \frac{a^n}{\overline{a+t}^{n+1}} \times \frac{\overline{a+t}^2 - n \times \overline{tt + 2at}}{\sqrt{tt + 2at}}$, & $\frac{dv}{d\theta} = \frac{\overline{\nu+1} \times \theta^{\nu+1} + \nu aa\theta^{\nu-1}}{a^\nu \times \sqrt{\theta\theta + aa}}$,

1°. Suivant la premiére des deux précédentes Regles des forces ou pesanteurs cherchées, ces forces ou pesanteurs seront ici $f = \frac{a^n}{\overline{a+t}^{n+1}} \times \frac{\overline{a+t}^2 - n \times \overline{tt + 2at}}{\sqrt{tt + 2at}}$ pour le corps C, & $\phi = \frac{\overline{\nu+1} \times \theta^{\nu+1} + \nu aa\theta^{\nu-1}}{a^\nu \times \sqrt{\theta\theta + aa}}$ pour le corps K: c'est à dire que les forces centrales ou pesanteurs f, ϕ, de ces corps, propres à leur donner les vitesses supposées, devroient suivre ici chacune dans chacun d'eux la raison des grandeurs correspondantes liées avec elles par le signe $=$, qui ne signifie ici que des égalités de raisons ou de raports, ces grandeurs n'étant pas homogenes avec ces forces; ce qui soit dit ici une fois pour toutes.

2°. Suivant la seconde des deux précédentes Regles des forces ou pesanteurs cherchées, l'on aura ici $f.\ \phi ::$

$$\frac{ma^n}{\overline{a+t}^{n+1}} \times \frac{\overline{a+t}^2 - n \times \overline{tt + 2at}}{\sqrt{tt + 2at}},\ \frac{\mu}{a^\nu}\ \frac{\overline{\nu+1} \times \theta^{\nu+1} + \nu aa\theta^{\nu-1}}{\sqrt{\theta\theta + aa}}.$$

C'eſt à dire que les forces vives ou peſanteurs requiſes f, ϕ, des corps C, K, dans l'Exemple 1. de la Prop. générale, ſeroient entr'elles comme les termes qui leur répondent dans cette Analogie.

II. Les hypothêſes $u = \frac{t^{n-1}}{t^{2n} + a^{2n}}$, $v = \frac{\theta^{v-1}}{\theta^{2v} - a^{2v}}$, de l'exemple 2. de la Propoſition générale, donnant $\frac{du}{dt} =$
$= \frac{\overline{n-1} \times a^{2n}t^{n} - \overline{n-1} \times t^{3n}}{tt \times \overline{t^{2n} + a^{2n}}^{2}}$, & $\frac{dv}{d\theta} = \frac{\overline{1-v} \times a^{2v}\theta^{v} - \overline{v-1} \times \theta^{3v}}{\theta\theta \times \overline{\theta^{2v} - a^{2v}}^{2}}$,

1°. La prémiére des deux précédentes Regles des forces ou peſanteuts cherchées, donnera ici $f = \frac{\overline{n-1} \times a^{2n}t^{n} - \overline{n-1} \times t^{3n}}{tt \times \overline{t^{2n} + a^{2n}}^{2}}$ pour le corps C, & $\phi = \frac{\overline{1-v} \times a^{2v}\theta^{v} - \overline{v-1} \times \theta^{3v}}{\theta\theta \times \overline{\theta^{2v} - a^{2v}}^{2}}$ pour le corps K : c'eſt à dire que les forces centrales ou peſanteurs f, ϕ, de ces corps, propres à leur donner les mouvemens ſuppoſés, devroient être chacune dans chacun d'eux comme les grandeurs qu'on leur voit ici correſpondantes.

2°. Suivant la ſeconde des deux mêmes Regles, l'on aura pareillement ici $f . \phi :: \frac{m}{tt} \times \frac{\overline{n-1} \times a^{2n}t^{n} - \overline{n-1} \times t^{3n}}{\overline{t^{2n} + a^{2n}}^{2}} . \frac{\mu}{\theta\theta} \times \frac{\overline{1-v} \times a^{2v}\theta^{v} - \overline{v-1} \times \theta^{3v}}{\overline{\theta^{2v} - a^{2v}}^{2}}$. c'eſt à dire que les forces centrales ou peſanteurs ici requiſes f, ϕ; des corps C, K, devroient être entr'elles comme les grandeurs qui leur répondent dans cette Analogie.

III. Les hypothêſes $u = \sqrt[3]{aat + b^3}$, $v = \frac{\sqrt[3]{a^4\theta\theta + 2aa\theta b^3 + b^6}}{a}$, de l'Exemple 3. de la Propoſition générale, donnant $\frac{du}{dt} = \frac{aa}{3\sqrt[3]{\overline{aat + b^3}^2}}$, & $\frac{dv}{d\theta} = \frac{2a^4\theta + 2ab^3}{3\sqrt[3]{\overline{a^4\theta\theta + 2aa\theta b^3 + b^6}^2}}$,

1°. La premiére des deux précédentes Regles des for-

ces ou peſanteurs cherchées, donnera ici $f = \frac{1}{\sqrt[3]{aat+b^3}^{\,2}}$ pour le corps C, & $\varphi = \frac{aa\theta+b^3}{\sqrt[3]{a^4\theta\theta+2aa\theta b+b^6}^{\,2}}$ pour le corps K: c'eſt à dire que les forces centrales, forces vives, ou peſanteurs f, φ, de ces corps, propres à leur donner les mouvemens ſuppoſés, devroient être ici chacune dans chacun d'eux comme les grandeurs qu'on leur voit ici correſpondantes.

2°. Suivant la ſeconde des deux mêmes Regles, l'on aura pareillement ici $f.\varphi :: \frac{ma}{\sqrt[3]{aat+b^2}} . \frac{2\mu aa\theta+2\mu b^3}{\sqrt[3]{a^4\theta\theta+2aa\theta b+b^{6\,2}}}$. c'eſt à dire que les forces centrales ou peſanteurs ici requiſes f, φ, des corps C, K, y devroient être entr'elles comme les termes qui leur répondent dans cette Analogie.

Voilà pour les trois Exemples de la Propoſition générale, voici preſentement pour les Regles qui ont été déduites de cette Propoſition.

IV. Les hypothêſes $u = t^n$, $\upsilon = \theta^{\nu}$, de la premiére Regle des mouvemens précédens, donnant $du = nt^{n-1}dt$, & $d\upsilon = \nu\theta^{\nu-1}d\theta$, l'on y aura $\frac{du}{dt} = nt^{n\,1} = \frac{nu}{t} = nu^{\frac{n-1}{n}}$, & $\frac{d\upsilon}{d\theta} = \nu\theta^{\nu-1} = \frac{\nu\upsilon}{\theta} = \nu\upsilon^{\frac{\nu-1}{\nu}}$. Donc,

1°. Suivant la premiére des deux précédentes Regles des forces ou peſanteurs cherchées, ces forces ou peſanteurs ſeront ici $f = t^{n-1} = \frac{u}{t} = u^{\frac{n-1}{n}}$ pour le corps C, & $f = \theta^{\nu-1} = \frac{\upsilon}{\theta} = \upsilon^{\frac{\nu-1}{\nu}}$ pour le corps K: c'eſt à dire que les forces centrales ou peſanteurs f, φ, de chacun de ces corps dans la Regle 1. des mouvemens précédens, ſuivront la raiſon des grandeurs ici correſpondantes.

2°. Suivant la ſeconde des deux précédentes Regles des forces ou peſanteurs cherchées, l'on aura pareillement ici $f.\varphi :: mnt^{n-1} . \mu\nu\theta^{\nu-1} :: \frac{mnu}{t} . \frac{\mu\nu\upsilon}{\theta} :: mnu^{\frac{n-1}{n}} . \mu\nu\upsilon^{\frac{\nu-1}{\nu}}$. c'eſt à dire que les forces vives ou peſanteurs f, φ, des corps C, K, dans la premiére Regle des mouvemens pré-

cédens, ſeront entr'elles comme les termes qui leur répondent dans ces Analogies.

3°. Voilà en général pour cette premiére Regle des mouvemens. Soit preſentement en particulier $n = 1$, $\nu = 1$, dans les nomb. 1. & 2. du preſent art. 4. ainſi que dans l'hypothêſe de Galilée ſur la peſanteur. Le nomb. 1. donnera $f = 1$, $\phi = 1$; & le nomb. 2. donnera de même $f . \phi :: m . \mu$. c'eſt à dire les peſanteurs f, ϕ, des corps C, K, conſtantes, & entr'elles comme les maſſes de ces corps. Et ainſi de toutes les autres valeurs arbitraires de n, ν, qu'on peut ſuppoſer à l'infini

V. Les hypothêſes de $u = V + t^n$, $\upsilon = U + \theta^\nu$, de la ſeconde Regle des mouvemens précédens, donnant encore $du = n t^{n-1} dt$, & $d\upsilon = \nu \theta^{\nu-1} d\theta$ comme celles de la Reg. 1. art. 4. l'on aura dans ces hypothêſes $\frac{du}{dt} = n t^{n-1}$ $= \frac{nu - nV}{t} = n \times \overline{u - V}^{\frac{n-1}{n}}$, & $\frac{d\upsilon}{d\theta} = \nu \theta^{\nu-1} = \frac{\nu\upsilon - \nu U}{\theta} =$ $= \nu \times \overline{\upsilon - U}^{\frac{\nu-1}{\nu}}$. Donc,

1°. Suivant la premiére des deux précedentes Regles des forces ou peſanteurs cherchées, ces forces ou peſanteurs ſeront ici $f = t^{n-1} = \frac{u - V}{t} = \overline{u - V}^{\frac{n-1}{n}}$ pour le corps C, & $\phi = \theta^{\nu-1} = \frac{\upsilon - U}{\theta} = \overline{\upsilon - U}^{\frac{\nu-1}{\nu}}$ pour le corps K : c'eſt à dire que les forces centrales ou peſanteurs f, ϕ, propres à donner à chacun de ces corps les viteſſes ſuppoſées dans la Regle 2. des mouvemens précédens, doivent ſuivre chacune dans chacun d'eux, la raiſon de la grandeur qu'on lui voit ici correſpondante.

2°. Suivant la ſeconde des deux précédentes Regles des forces ou peſanteurs cherchées, l'on aura pareillement $f . \phi :: mnt^{n-1} . \mu\nu\theta^{\nu-1} :: \frac{mnu - mnV}{t} . \frac{\mu\nu\upsilon - \mu\nu U}{\theta} ::$ $mn \times \overline{u - V}^{\frac{n-1}{n}} . \mu\nu \times \overline{\upsilon - U}^{\frac{\nu-1}{\nu}}$. c'eſt à dire que dans la Regle 2. des mouvemens précédens, les forces ou peſanteurs f, ϕ, des corps C, K, propres à leur donner les vi-

tesses supposées dans cette Regle, devroient toûjours être entr'elles comme les termes qui leur correspondent dans ces Analogies.

3°. Voilà pour le général de cette seconde regle des mouvemens précédens. Soient presentement en particulier $n = 1$, $\nu = 1$, dans les nomb. 1. & 2. du present art. 5. ainsi que dans l'hypothêse de Galilée sur la pesanteur. Le nomb. 1. donnera ici $f = 1$, $\varphi = 1$; & le nomb. 2, donnera de même $f . \varphi :: m . \mu$. c'est à dire encore les pesanteurs f, φ, des corps C, K, ici constantes, & entr'elles comme les masses de ces corps, ainsi que (*art.* 4. *nomb.* 3.) dans la Regle 1. des mouvemens précedens. Et de même de toutes les autres valeurs arbitraires de n, ν, qu'on peut supposer à l'infini.

VI. Les hypothêses $u = \overline{y + t}^n$, $v = \overline{z + \theta}^\nu$, de la Regle 3. des mouvemens précédens, en y prenant y, z, pour les tems qu'il y faudroit pour aquerir les vitesses initiales V, U, si elles commençoient à zero : ces hypothêses, dis-je, donnant $du = \overline{ndy + ndt} \times \overline{y + t}^{n-1}$, & $dv = \overline{\nu dz + \nu d\theta} \times \overline{z + \theta}^{\nu-1}$; ou $du = 2ndt \times \overline{y + t}^{n-1}$, & $dv = 2\nu d\theta \times \overline{z + \theta}^{\nu-1}$, à cause que dans cette Regle 3. on suppose $dy = dt$, & $dz = d\theta$; l'on y aura $\frac{du}{dt} = 2n \times \overline{y + t}^{n-1} = 2nu^{\frac{n-1}{n}}$, & de même $\frac{dv}{d\theta} = 2\nu \times \overline{z + \theta}^{\nu-1} = 2\nu v^{\frac{\nu-1}{\nu}}$, à cause que les hypothêses précédentes donnent $u^{\frac{1}{n}} = y + t$, & $v^{\frac{1}{\nu}} = z + \theta$. Donc,

1°. Suivant la premiére des deux Regles des forces ou pesanteurs cherchées, l'on aura en général $f = u^{\frac{n-1}{n}}$ pour le corps C, & $\varphi = v^{\frac{\nu-1}{\nu}}$ pour le corps K, dans les hypothêses de la Regle 3. des mouvemens précédens.

2°. La seconde des précédentes Regles des forces cherchées, donnera aussi en général dans ces mêmes hypothêses pour ces deux corps ensemble $f . \varphi :: mnu^{\frac{n-1}{n}} . \mu\nu v^{\frac{\nu-1}{\nu}}$.

3°. Il

3°. Il ſuit en particulier de ces deux nomb. 1. & 2. que ſi l'on y fait $n = 1$, & $v = 1$; le premier donnera $f = 1$, $\phi = 1$; & le ſecond : $f. \phi :: m. \mu$ c'eſt-à-dire encore, les forces ou peſanteurs f, ϕ, des corps C, K, conſtantes, & entr'elles comme les maſſes des ces corps, ainſi que (*art.* 4. & 5. *nomb.* 3.) dans les Reg. 1. & 2. des mouvemens précédens.

VII. Les hypothês $u = \frac{V}{D^n} \times \overline{D-t}^n$, $v = \frac{U}{\Delta^v} \times \overline{\Delta - \theta}^v$, des Regles 4. 5. & 6. dans leſquelles les ſeules u, v, t, θ, ſont variables, donnant $\frac{du}{dt} = \frac{-nV}{D^n} \times \overline{D-t}^{n-1} = \frac{-nu}{D-t}$, & $\frac{dv}{d\theta} = \frac{-vU}{\Delta^v} \times \overline{\Delta - \theta}^{v-1} = \frac{-vv}{\Delta - \theta}$,

1°. Suivant la premiere des deux Regles des forces ou peſanteurs cherchées, l'on aura ici encore en général $f = -\overline{D-t}^{n-1} = \frac{-u}{D-t}$ pour la force cherchée ou la peſanteur du corps C, & $\phi = -\overline{\Delta - \theta}^{v-1} = \frac{-v}{\Delta - \theta}$ pour celle du corps K.

2°. Et la ſeconde de ces Regles donnera auſſi en général pour les forces ou peſanteurs de ces deux corps comparées enſemhle, $f \phi :: \frac{-mnV}{D^n} \times \overline{D-t}^{n-1} . \frac{\mu v U}{\Delta^v} \times \overline{\Delta - \theta}^{v-1} :: \frac{-mnu}{D-t} . \frac{-\mu v v}{\Delta - \theta}$.

3°. Il ſuit en particulier de ces deux nomb. 1. & 2. que ſi l'on y fair $n - 1$, $v = 1$, le premier donnera $f = -1$, $\phi = -1$; & le ſecond, $f. \phi :: \frac{-mV}{D} . \frac{\mu U}{\Delta} :: mV\Delta \times . \mu U \times D$. c'eſt-à-dire encore les peſanteurs f, ϕ, des corps C, K, conſtantes, ainſi que ci-deſſus dans les nomb. 3. des ar t. 4. 5. & 6. mais ici entr'elles comme les termes correſp ondans de ces Analogies.

VIII. Les hypothêſes $u = t^n$, $u = \frac{U}{\Delta^v} \times \overline{\Delta - \theta}^{\,v}$ des Regles 7. 8. & 9. des mouvemens précédens donnerons,

1°. Par les nomb. 1. des art. 4. & 7. $f = t^{n-1} = \frac{u}{t} = u^{\frac{n-1}{n}}$ pour la force ou peſanteur cherchée du corps C, & $\phi = -\Delta\theta\,\overline{\Delta - \theta}^{\,v-1} = \frac{v\,\upsilon}{\Delta - \theta}$ pour celle du corps K, dans ces hypothêſes.

2°. Par les nomb. 2. des mêmes art. 4. & 7. l'on aura auſſi $f . \phi :: \frac{m\,n\,u}{t} . \frac{-\mu\,v\,\upsilon}{\Delta - \theta}$. pour Regle génerale de comparaiſon de ces forces ou peſanteurs entr'elles.

IX. Les hypothêſes $u = t^n$, $\upsilon = 1$, de la Regle 10. donneront ſeulement (*art.* 4. *nomb:* 1.) $f = t^{n-1} = \frac{u}{t} = u^{\frac{n-1}{n}}$, pour le corps C; & $\phi = 0$ pour le corps K, la force variatrice (ϕ) du mouvement du corps K, étant ici renduë nulle par l'uniformité ſuppoſée de ce mouvement. Ceci, dis-je, réſulte de l'article 4. en ce que cet article 4. donnant $\phi = v\,\theta^{v-1} = \frac{v\,\upsilon}{\theta} = v\,\upsilon^{\frac{n-1}{v}}$ dans l'hypothêſe de $\upsilon = \theta^v$, qui pour ſe changer ici en $\upsilon = 1$, éxige $v = 0$, il doit auſſi donner ici $\phi = 0$.

Quant à la force inſtantanée, par exemple de projection, qui dés le premier inſtans, & ſans aucune répetition ou addition de viteſſe, donne au corps K toute celle qu'on lui ſuppoſe uniforme, on voit dans les Memoires de 1706. pag. 231. qu'elle eſt incomparable avec la variatrice continuë f, y étant démontrée infinie par raport à cette variatrice ou force centrale.

X. Les hypothêſes $u = \frac{V}{D^n} \times \overline{D - t}^{\,n}$, $\upsilon = 1$, des Regles 11. 12. & 13, donneront ſeulement auſſi (*art.* 7. *nomb.* 1.) $f = -\overline{D - t}^{\,n-1} = \overline{D - t}$, pour le corps C: & encore

$\phi = o$ pout le corps K, ainsi que dans le précédent art. 9. & pour la même raison,

XI. Les hypothêses de $u = V + t^n$, $v = 1$, de la quatorziéme Regle qui se trouve dans la Remarque 3 qui suit la Regle 13. donneront aussi seulement *(art. 5. nomb. 1.)*

$$f = t^{n-1}u = \frac{u - V}{t} = \overline{u - V}^{\frac{n-1}{n}}$$, pour le corps C; & encore

$\phi = o$ pour le corps K, comme dans les précédens art. 9. 10. & encore pour la même raison que dans ces articles.

XII. Les hypothêses de $u = \overline{y + t}^n$, $v = 1$, de la quinziéme Regle qui se trouve encore dans la précédente Remarque 3. donneront seulement aussi (*art. 6. nomb. 1.*)

$f = \frac{n-1}{u^{n}}$ pour le corps C; & $\phi = o$ pour le corps K, & ceci encore pour la même raison que dans les précédens art. 9. 10. & 11.

Voilà quelles doivent être les forces ou pesanteurs propres à produire les mouvemens des exemples & des Regles précédentes; ce qui est ce qui restoit ici à chercher. Et de-là on voit assez comment on pourroit trouver de même ces sortes de forces ou de pesanteurs pour toute autre hypothêse de mouvemens ou de vitesses quelconques.

Au reste il est visible que dans tout ceci on ne fait aucune attention aux résistances des milieux où les corps se meuvent, & qu'on y néglige à l'ordinaire ces résistances comme si ces milieux n'en avoient aucune. Mais on en traitera dans un autre Mémoire où l'on donnera une Regle générale des mouvemens quelconques faits dans des milieux qui leur résistent en raison aussi quelconque.

Pag. 232. lig. 12. au lieu de O, *il faut* C.

OBSERVATIONS
SUR LE SUC NOURRICIER DES PLANTES.

PAR M. RENEAUME.

1707. 28. Juin.

TOus les Botaniſtes qui ont anatomiſé les Plantes avec exactitude, trouvent une grande analogie entr'elles & les animaux: elle ont des parties à peu prés de même ſtructure, des fonctions & des maladies aſſez ſemblables, & les vaiſſeaux qui conſtituënt l'eſſence du corps organiſé, ſont deſtinez dans les Plantes & dans les animaux à des uſages qui ont beaucoup de rapport enſemble; à la circulation prés, qu'on n'a pû encore démontrer dans les Plantes, quoique pluſieurs Auteurs aïent tâché de la perſuader. Pour ſuivre cette analogie je donnai en 1699 un Memoire contenant l'obſervation ſuivante, qui ne fut point imprimé pour lors, & qui ſe lie naturellement avec celles du preſent Memoire.

Reg. de l'Academie 27. Juin 1699.

Les Plantes, auſſi-bien que les animaux, font une déperdition de ſubſtance en deux manieres differentes; ſçavoir par la tranſpiration ſenſible, & par l'inſenſible. La derniere ſe remarque aſſez, lorſqu'en Eſté pendant les grandes chaleurs & ſur la fin du jour, des Plantes qui étoient le matin en bon état, droites & vives, ſont affaiſſées, paroiſſent à demi flétries, & ſe penchent vers la ſurface de la terre: à peu prés comme les animaux & les hommes mêmes, qui fatiguez de la diſſipation que cauſe pendant les brûlantes chaleurs de l'Eſté une trop grande tranſpiration, paroiſſent foibles & languiſſans.

A l'égard de la tranſpiration ſenſible, ce qu'on auroit peine à croire, il a été moins facile de ſe la perſuader J'entens par tranſpira tion ſenſible l'évacuation qui ſe fait

par les pores des feüilles des Plantes, d'une matiere trop grossiere pour s'exhaler & s'évaporer sur le champ. Les premieres fois que je l'ai remarquée, je crus d'abord que ce que j'appercevois d'humide sur les feüilles de quelques arbres, étoit quelques restes de la rosée, & ce n'a été que par plusieurs observations réïterées que je me suis convaincu du contraire : car j'y remarquai, 1°. Que cette humidité étoit onctueuse, gluante & douce. 2°. Qu'elle se trouvoit en plus grande quantité sur les feüilles exposées au Soleil, que sur celles qui étoient à l'ombre. 3°. Ces feüilles paroissoient luisantes en plusieurs endroits, par mouchetures, tantôt comme de petits points sans nombre, tantôt par espaces d'une ligne de diametre, quelquefois plus ; aïant trouvé des feüilles entierement couvertes de cette humidité sur le dessus, c'est à dire cette partie lisse de la feüille qui regarde le Ciel, & qui en est la partie interne, lorsque les boutons ne sont pas encore épanoüis. 4°. La nuit & le matin, surtout avant le lever du Soleil, on n'apperçoit aucun vestige de cette matiere sur les feüilles des Plantes ; & il y a lieu de croire que comme c'est une espece de manne, elle se liquefie par l'humidité, & qu'elle est enlevée & dissipée par la vertu détersive de la rosée ; à peu prés de même que le sont les autres matieres sulphureuses, qui attachées à la surface des corps, y causent des inégalités & empêchent que ces mêmes corps ne reflechissent assez de lumiere pour paroître blancs : car c'est en exposant à la rosée les linges, la cire, le suif & l'yvoire qu'on les blanchit. 5°. Enfin j'ai plusieurs fois observé des abeilles ramassant cette matiere sur les feüilles des arbres, elles s'en chargent de même qu'elles le font de la matiere qu'elles ramassent dans le fond des fleurs qui est d'une même nature, & qui se trouve répanduës sur les surfaces internes du fond de la fleur ; ce qui fait qu'en la ramassant elles ne gâtent point les fleurs. Et c'est la raison pour laquelle le miel, comme l'a remarqué Pline, retient le goût des Plantes sur lesquelles il a été ramassé ; & que dans certains endroits il est exquis,

L. 2. c. 13.

dans d'autres il eſt mediocre, & dans d'autres trés-pernicieux.

Cette manne ſe rencontre en grande quantité ſur les arbres ſuivans: *Acer montanum candidum.* C. B. Pin. *Acer campeſtre & minus.* C. B. P. *Tilia fœmina folio majore.* C. B. P. & *Tilia fœmina folio minore.* C. B. P. J'en ai trouvé ſur une infinité d'autres, dont le dénombrement ſeroit ennuïeux. J'en ai trouvé même ſur pluſieurs Plantes, & il n'y a guere de fleurs qui n'en contienne une bonne quantité: c'eſt dont tout le monde peut s'aſſurer, en ſuçant le fond du tuyau de la plûpart des fleurs d'une ſeule piece, comme celle du Jaſmin, &c. Entre les fleurs celle de la grande Centaurée en eſt le plus abondamment chargée; car lors même qu'elle n'eſt pas encore épanoüie, ſi l'on preſſe les écailles de ſon calice, il en ſort pluſieurs gouttes fort conſiderables, d'une eau trés limpide, un peu gluante, & d'une douceur fort agréable au goût, qui n'eſt autre choſe que la manne détrempée par l'humidité de la roſée.

Si les arbres dont j'ai parlé en produiſoient une aſſez grande quantité, on en pourroit faire uſage; car aïant détrempé beaucoup de feüilles qui en étoient chargées dans de l'eau, & aïant paſſé cette eau, j'en bus, & je trouvai qu'elle étoit purgative. La ſaveur de cette manne eſt d'un doux plus agréable que la manne de Calabre, & approche fort du ſucre. On ne peut douter que cette manne ne ſoit la partie la plus exaltée & la plus travaillée du ſuc nourricier des Plantes, qui lorſque la maſſe des liqueurs vient à être rarefiée par la chaleur, eſt pouſſé juſqu'aux extrémités des branches, & contraint de ſortir par les pores des feüilles qui ſont moins ſerrés que ceux des autres parties. C'eſt ce que l'on voit tous les jours trés-évidemment en Calabre, dont la manne n'eſt autre choſe que le ſuc nourricier du Freſne ſauvage extravaſé, ainſi que l'ont prouvé * *Angelus Palea*, & *Bartholomæus ab Urbe Veteri*, dont les obſervations ont été réïterées par * *Donatus Antonius ab Altomari*, auſquelles on peut joindre

* *Comm, in Meſuam. Can 2. c. 8.*

* *Lib. de Manna differentiis ac viribus &c.*

celle-ci, qui prouve clairement la verité qu'ils avoient avancée. Ajoûtons à cela que suivant l'analyse faite par feu M. Bourdelin, le suc de l'Erable, qui est un des arbres qui est le plus chargé en ce païs de cette manne, tient un milieu entre la manne & le sucre, approchant neanmoins plus du sucre: aussi se sert-on en Canada du suc de cet arbre pour en faire une espece de sucre, & M. Geoffroy a apporté à l'Academie de ce sucre.

1707. 28. Juin.

Un de mes amis qui demeuroit à Grenoble, m'entretenant dans ses Lettres des prétenduës merveilles de Dauphiné, me parla de la manne de Briançon. Il eut besoin de ce que je viens de dire pour se persuader que la manne n'étoit qu'une concretion du suc nourricier des arbres extravasé. Il m'apprit qu'on en trouvoit sur la plûpart des arbres de ce païs, & entr'autres sur les Noyers, quoique quelques Auteurs aïent assuré qu'elle ne se trouvoit que sur le *Larix*. Il ajoûtoit que les habitans de cette Province craignoient fort les années abondantes en manne pour ces arbres, parcequ'ils ont observé que les Noyers qui s'en trouvent le plus chargez, sont sujets à en mourir. Il y a lieu de penser que la grande dissipation du suc nourricier qui se fait, jointe à l'insensible transpiration qui dans cette occasion doit être trés-grande, est la cause de leur perte: car il faut une grande rarefaction pour que le suc nourricier soit contraint de sortir de ses vaisseaux C'est ce qui fait que la manne se trouve en plus ou moins grande quantité, suivant que la chaleur est plus ou moins grande.

Puisqu'il se trouve de la manne sur tant d'arbres differens, on peut croire que ce qui a donné lieu à l'erreur des Anciens, ça été qu'ils ont crû que se trouvant ainsi presque indifferemment sur tant d'arbres differens, c'etoit une chose étrangere à ces arbres, dont ils ont rapporté l'origine à la rosée, & c'est pour cela qu'ils l'ont appellée miel Aërien.

On ne s'étonnera pas que cette éxudation de suc coussée par la rarefaction, occasionne la perte de ces Noyers

dont je viens de parler, si l'on considere la grande quantité de liqueur dont cet arbre a besoin pour sa nourriture, celle qui est emploïée à la nourriture de ses fruits exterieurement charnus & si nombreux. Il semble aussi que tout contribuë à ménager son suc; car son écorce dure & serrée, le tissu ferme de ses feüilles ne laissent presque rien échaper : de plus il y a trés-peu d'insectes qui l'attaquent, comme ils font la plûpart des autres arbres, ausquels leur piqueure cause differentes tumeurs, qui consument une partie assez considerable du suc nourricier; & je ne connois qu'une espece de puceron qui fait quelques legeres plaïes à ses feüilles en y déposant ses œufs; ce qui ne lui cause aucune déperdition de substance.. Peut-être que l'amertume de son suc & l'odeur forte en éloigne les autres : mais rien ne m'a mieux fait connoître la grande quantité de liqueur que cet arbre consume, que l'observation suivante.

On avoit fait abbattre plusieurs Noyers dans une de nos Maisons de campagne, éloignée d'une portée de mousquet de la Ville de Blois : un de ces arbres étoit planté dans un fond au-dessous d'une petite côte : sous ce lieu sont des aqueducs qui conduisent plusieurs sources au grand réservoir de la Ville, qui se distribuë ensuite à huit ou dix fontaines trés-belles. Il restoit encore hors de terre environ quatre pouces du tronc de cet arbre que l'on avoit coupé : je fus fort surpris au Printems de voir que ce reste jetta une telle quantité de liqueur, que d'abord la terre en fut imbibée & toute teinte : l'herbe y crut à l'entour beaucoup plus qu'à l'ordinaire par espaces, selon que l'inégalité du terrain avoit fait couler cette liqueur. Le bout du tronc qui jettoit cette eau étoit couvert d'une écume rougeâtre, sale, comme si la liqueur avoit actuellement fermenté, & toute la liqueur retenoit cette couleur. Toute la partie ligneuse de ce tronc en étoit si humectée, que je doutai pour lors si les seuls vaisseaux qui portent le suc nourricier la fournissoient, ou si elle ne se filtroit point au travers des fibres ligneuses.

L'envie

L'envie de raiſonner me fit examiner ſi ce ne pouvoit point être l'eau de ces ſources qui paſſoit par les racines de cet arbre comme par un filtre : mais l'éloignement des eaux ſoûterraines, qui eſt de plus de dix-hüit pieds, me fit perdre cette penſée. Tous les environs de ce lieu étoient remplis d'une odeur vineuſe, ſi forte qu'on avoit peine à la ſentir long-temps, ſans que la tête en fut incommodée. Cette liqueur continua de couler pendant tout le temps des deux ſéves juſqu'à la fin de l'Eſté : elle changea enſuite de couleur & devint noirâtre, à peu prés ſemblable à la couleur que donne l'envelope charnuë des noix lorſqu'elle ſe pourrit, & dont quelques Teinturiers ſe ſervent. Cette liqueur ne coula plus ſi abondamment ſur la fin. Cet écoulement fut réïteré pendant plus de trois années conſecutives, ſans que ce reſte de tronc ait pouſſé aucuns ſions ou rejettons.

De cette obſervation on peut tirer les conſequences ſuivantes. 1°. Que la racine dans les Plantes, leur tient lieu des parties renfermées dans le ventre de l'animal qui ſont deſtinées à la nutrition, puiſque c'eſt elle qui reçoit la nourriture, qui la prépare, la digere, l'altere, & la change en ſuc nourricier, pour être enſuite diſtribuée à toutes les parties. L'odeur, la couleur & même la ſaveur, marque combien l'alteration que les ſucres ſouffrent dans la racine eſt conſiderable ; ainſi on peut dire qu'elle contient le principe de la vegetation.

2°. Que le tronc & les branches des arbres ont quelque rapport avec les membres exterieurs de l'animal, ſans leſquels il peut bien ſubſiſter, quoique quelquefois leur pourriture & mortification cauſe ſa perte entiere : les rejets que pouſſent les troncs coupez en ſont une preuve aſſez convaincante.

3°. Que c'eſt avec raiſon que les Païſans en taillant & émondant les arbres, abbatant des fuſtayes que l'on veut laiſſer revenir, couvrent de terre ou de boüe les plaïes des arbres & les reſtes des troncs coupez, puiſque par ce moïen ils empêchent qu'il ne leur arrive de pareils écou-

lemens qui les rendroient inutiles, & les mettroient hors d'état de pousser de nouveaux sions. J'ai souvent interrogé les Païsans sur ce sujet, sans en recevoir aucune raison qui pût m'instruire. On peut conjecturer neanmoins que les premiers qui ont mis cette pratique en usage, étoient conduits par quelqu'un qui avoit pû observer quelque chose de semblable à ce que j'ai rapporté.

4°. C'est par cette même raison que l'on fait une espece d'appareil aux plaïes des arbres que l'on a entez ou greffez, sous lequel le suc nourricier montant en abondance au Printems, se trouve resserré & contraint, & est obligé d'enfiler les vaisseaux de la greffe qu'il trouve ouverts, & fait outre cela par son épaississement une espece de cicatrice, dont les bords se gonflant peu à peu viennent enfin à recouvrir entierement la plaïe.

5°. Lorsque la branche d'un arbre est à demi rompuë, & que l'écorce n'en est point entierement separée, si on la rapproche & que l'on y fasse un appareil capable d'arrêter la seve, propre à la défendre des approches de l'air qui pourroit en dessecher l'humidité, ou y causer quelque alteration, comme aux plaïes des animaux dont il est le plus dangereux ennemi ; la branche reprend facilement, & se réünit. C'est dont l'experience m'a souvent convaincu.

6°. Que ce n'étoit nullement la partie ligneuse qui restoit de ce tronc d'arbre coupé, qui filtroit la liqueur dont il a été parlé ; mais que cet arbre qui étoit planté dans un terrain inégal aïant suivi le parallelisme que M. Dodart a si ingenieusement observé, il fut coupé suivant ce plan, & non pas de niveau, de sorte que les vaisseaux qui étoient du côté haut du terrain se répandant sur la surface, abreuvoient la partie ligneuse déja échauffée par le Soleil, & causoient par ce moïen le boüillonnement & l'écume.

7°. Delà on peut inferer que les blessures des arbres dans leur partie ligneuse sont peu considerables, & infiniment moins dangereuses que celles de l'écorce, la-

qu'elle contient & envelope en soi les vaisseaux qui servent à porter le suc nourricier dans toutes les parties de l'arbre; & l'on voit assez le peu de danger qu'il y a de blesser la partie ligneuse d'un arbre par l'exemple des arbres creux, dans lesquels elle est presque toute cariée, comme dans les vieux Chesnes & dans les Saules, qui se trouvent assez souvent presque tous cariés, ne restant de fibres ligneuses qu'autant qu'il en faut pour soûtenir l'écorce, le reste par la carie se change en une matiere terreuse & noirâtre tres-excellente, & d'un grand usage chez les Jardiniers pour élever certains arbrisseaux.

8°. On peut conjecturer que la veritable cause de la perte de ces Noyers de Dauphiné, dont il a été parlé au commencement; ce seroit que la violente rarefaction du suc nourricier dans les vaisseaux de ces arbres, lors de ces années abondantes en manne, feroit une rupture & un déchirement de leurs vaisseaux : comme dans les hemorrhagies des animaux, qui leur occasionneroit une déperdition de substance considerable. Et l'on pourroit comparer la maladie de ces arbres, aux épuisemens que causent les hemorrhagies abondantes, & les sueurs qui les suivent, qui jettent l'animal dans une langueur, & un abbatement qui le consument peu à peu.

Enfin de ces observations on en peut tirer cette consequence, que le suc nourricier des Plantes, aussi-bien que le sang de l'animal, demande une espece d'économie; aussi arrive-t-il que les arbres trop fertiles, & qui à proportion de leur grandeur en dépensent le plus, quoiqu'ils ne l'emploïent qu'à leurs fonctions ordinaires, sont de moindre durée que les autres.

La vigne, par exemple, est de cette nature, & on ne la taille pas seulement pour lui faire posseder du bois en plus grande quantité, mais aussi afin qu'elle ne porte point trop de fruit, comme il arrive aux seps qui n'ont point été taillez, que l'on réserve pour coucher dans les fosses (c'est une maniere de multiplier la vigne) lorsqu'on a oublié à les coucher ou couder. Car l'année suivante ces

brins portent une quantité de fruit trés-considerable ; ce qui fait que quand on neglige deux ou trois ans à la tailler, elle déperit & se perd entierement par la grande consumation qu'elle fait de son suc nourricier pour la production & la nourriture de tout ce fruit. Je ne parle ici que des vignes basses, telles que sont celles de la Champagne, la Bourgogne, l'Orleanois, & celles qui sont le long du cours de la Loire, qui se cultivent d'une maniere toute differente des vignes hautes d'Italie, de Dauphiné, &c.

Ce que je viens de dire n'est que trop connu des Païsans qui cultivent la vigne, entre lesquels il y en a qui lorsqu'ils ont des vignes à ferme, ne manquent guere d'en abuser sur les dernieres années de leurs baux, ou en negligeant de la tailler, ou en la taillant trop longue (ce qu'ils appellent entr'eux *tirer au vin*) afin d'avoir une recolte plus abondante, & par ce moïen ils la ruinent entierement ; ce qui oblige dans les païs de vignobles la plus grande partie des Proprietaires à faire valoir leurs vignes par leurs mains. Il faut que cette friponnerie ne soit pas nouvelle, puisque l'on trouve dans le Digeste une Loi qui la défend expressément sous des peines rigoureuses.

Il y a peu de gens qui ignorent que lorsque la vigne a été taillée, elle répand par les extrémitez des parties coupées une quantité de liqueur assez considerable (c'est ce que l'on entend quand on dit que la vigne pleure) mais peu de gens sçavent l'usage de cet écoulement. Les Dames se servent de cette liqueur pour ôter les taches de rousseurs. Quelques gens en ont fait un usage qui ne regarde point mon sujet. On peut seulement remarquer en passant que la plûpart des larmes miraculeuses sont arrivées à peu prés dans le temps de cet écoulement.

Cette liqueur n'est point tout à fait insipide, elle a seulement une saveur aigrelette peu sensible : elle est plus fluide & moins travaillée que le suc nourricier ordinaire ; & venant peu à peu à s'épaissir, elle referme & cicatrise

les vaiſſeaux ouverts, à peu prés de la même maniere qu'il arrive aux plaïes des animaux, que le ſang réünit ſans autre ſecours; & ces canaux des parties amputées de la vigne ainſi fermez, le ſuc nourricier qui monte en plus grande abondance, étant pouſſé ſucceſſivement par celui qui le ſuit, eſt contraint d'enfiler la route des boutons, contre leſquels toutes ſes parties qui ſont autant de petits coins faiſant effort, elles les étendent & les dévelopent.

L'uſage de cet écoulement eſt donc ce me ſemble de députer ce ſuc & de le déphlegmer: devenant enſuite plus épais, il ſe digere pour donner à la plante une nourriture plus ſolide & plus conſiſtante; autrement ce ſuc qui dans ce temps-là ſe trouve chargé de beaucoup d'acides, comme le goût des Capreoles ou Fourchettes, & même celui du fruit le montre, leſquels ſe trouvant noyez & trop écartez dans une trop grande quantité de liqueur, n'auroient preſque pas d'effet, & ne pourroient agir ſur les souffres qu'ils exaltent & dévelopent, pour donner aux fruits le goût doux & la couleur agreable qu'ils ont dans leur maturité, lorſqu'ils ſont aſſez dévelopez pour embarraſſer la pointe de ces mêmes aigres. Une preuve tres-plauſible de cela, c'eſt que les fruits de la vigne qui n'eſt point taillée, ne ſont jamais ni ſi beaux ni ſi meurs, quoiqu'en plus grand nombre: ils ne meuriſſent même qu'avec peine, & plus tard que les autres.

Il arrive quelque choſe d'aſſez ſemblable à pluſieurs autres Plantes; mais on le remarque plus ſenſiblement dans la plûpart des Plantes qui tracent, dont le fruit ne meurit point ſi on les laiſſe ramper par leurs rejettons; ce qui fait que lorſqu'on en veut avoir de la graine, on eſt obligé de les châtrer, & telles ſont la Pervanche, la Colocaſe, l'Epimedium, &c. Le trop de fleurs & de fruits dont les Plantes ſont chargées, fait qu'ils ne parviennent point en maturité. Il en eſt de même des Fraiſes, des Melons, des Courges & des Citroüilles, lorſqu'on en veut tirer des fruits plus gros & mieux nourris, on les cultive ſoigneuſement, & on les empêche de tracer & de dé-

penſer, pour ainſi dire, une portion conſiderable de leur ſuc nourricier en rejettons, deſquels les fleurs & les fruits en conſumeroient la meilleure partie, & la déroberoient ainſi aux premiers.

Dans les arbres qu'on ne taille point ordinairement, cette députation ſe compenſe par deux moïens. Le premier eſt une tranſpiration inſenſible plus abondante: l'autre eſt le long chemin que ce ſuc eſt obligé de parcourir pour parvenir de la racine à l'extrémité des branches. Auſſi leurs boutons s'épanoüiſſent plus tard, & ce retardement ſert à l'épaiſſiſſement neceſſaire du ſuc nourricier, & j'ai obſervé pluſieurs fois que le ſuc des branches nouvelles eſt un peu gluant, & même ſouvent laicteux; ce qui prouve ſuffiſamment ce que j'ai avancé ci-deſſus, qu'il eſt beſoin que ce ſuc s'épaiſſiſſe pour donner une nourriture plus ſolide.

Enfin l'on croiroit à examiner de prés la vegetation, que la nature agit par ſecouſſes; car on trouve dans un tems tout en mouvement, dans un autre tout eſt tranquile, & dans le tems même qu'elle agit avec plus de force pour la digeſtion & préparation des ſucs, elle nous paroît oiſive. Il ſemble, par exemple, qu'elle ſe propoſe deux termes dans la vegetation, dont le premier eſt la production des feüilles, des branches nouvelles, des fleurs & des embryons du fruit; car c'eſt l'effet de ſon premier mouvement, qui eſt le plus prompt, le plus vif & le plus ſenſible. L'autre eſt l'accroiſſement des fruits, leur maturité, & celle de leurs ſemences; & l'on voit que la ſéve eſt bien plus abondante & roule dans les vaiſſeaux d'un mouvement plus précipité dans le Printemps que dans le milieu de l'Eſté, qui ſont les deux temps où la ſéve eſt plus abondante, & dans un plus grand mouvement que dans toute autre ſaiſon, ce qui fait diſtinguer ces deux temps par les Jardiniers qui leur donnent le nom de premiere & de ſeconde ſéve.

On diroit qu'il y a une eſpece de repos entre l'une & l'autre ſéve: tout eſt neanmoins en mouvement, mais

c'est un mouvement doux & lent, pendant lequel les sucs se digerent plus parfaitement, & souffrent differentes alterations dans toutes les parties de l'arbre, tant par l'action de l'air qui les penetre, que par le mêlange de la rosée dont les feüilles s'abreuvent & s'imbibent, ausquels se joint l'action du Soleil, qui par sa chaleur rafine ces sucs, & leur donne le dernier degré de perfection & de maturité.

Pour peu que l'on blesse l'écorce des arbres dans le temps de la séve, on apperçoit que ses vaisseaux sont fort pleins de suc; & c'est ce qui fait que dans ce temps ils se dépoüillent si facilement de leur peau ou écorce. Le mouvement des liqueurs dans ces vaisseaux est si sensible en ce temps-là, qu'il y a plusieurs arbres qui quand on les blesse jettent le suc fort abondamment. Car sans parler de ceux qui fournissent la manne, la therebentine, les baumes, &c. M. Marchand a plusieurs fois tiré de l'Erable une quantité de son suc suffisante pour en faire l'Analyse; & c'est de ce suc que l'on tire en Canada que l'on fait le sucre dont j'ai parlé ci-dessus: ils s'en servent même en boisson.

Mais on ne remarque pas que le suc nourricier augmente les arbres, à proportion aussi considerablement dans une saison comme dans l'autre. Car dans la derniere séve les arbres croissent trés-peu; à la verité c'est que leur suc est retardé, comme je l'ai dit, par les préparations & alterations qu'il souffre dans les feüilles & dans les fruits, & c'est de ces préparations que dépendent la saveur & le goût des fruits; & il paroît d'autant plus vrai-semblable que c'est dans ces parties que se font ces préparations, qu'il y a quelques arbres dans lesquels elles ont le même goût que le fruit, comme l'Epine vinette, & dans d'autres la couleur, comme dans certaines especes de vignes, ausquelles le suc nourricier ne paroît avoir aucun rapport, ni par son goût, ni par sa couleur.

Ce n'est pas sans fondement que j'ai avancé ci-dessus que l'action de l'air servoit beaucoup à la préparation des sucs; car son action est si forte sur les Plantes, que sa pre-

ſence ou ſon abſence en change entierement le goût. On en a une preuve bien ſenſible dans la chicorée ſauvage, le Piſſant-lit, & autres Plantes que l'on cultive l'Hyver dans les caves, ou que l'on couvre de ſable, leſquelles n'étant point expoſées à l'air paroiſſent toutes blanches, aïant ſeulement les extrémitez d'un jaune de ſouffre ou citron, de même que l'œil ou cœur des Plantes qui ne ſont point encore expoſées à l'air, au lieu d'un verd foncé qui eſt leur couleur ordinaire quand elles jouiſſent de l'air.

Il y a quelque temps que le coin d'un Jardin aïant été couvert & les murs tapiſſez pendant prés de trois ſemaines, de maniere que la lumiere n'y penetroit point les Plantes qui ſe trouverent par cette occaſion privées de l'air; ſçavoir, une Vigne de muſcat, un Maronier d'Inde, & de la Vigne Vierge, &c. qui étoient plantées dans ce lieu: quand on découvrit cet endroit ſe trouverent toutes blanches, & en moins de trois jours l'air par ſon action leur rendit leur premiere couleur, excepté la Vigne Vierge qui ayant le plus ſouffert, prit une couleur rouge telle qu'elle l'a ſur la fin de l'Automne quand les feuilles commencent à tomber.

La même choſe arrive à la Laictuë Romaine & à la Chicorée commune lorſqu'on les lie pour les faire blanchir; aux Cardons d'Eſpagne & aux feüilles d'Artichaud quand on les couvre, & par ce moyen ils perdent leur amertume inſupportable au goût. Le Celery de même qui a un goût deſagreable devient doux.

Enfin pour ſe convaincre de l'uſage des feüilles dans la préparation des ſucs, qui doivent être employez à l'augmentation & à la nourriture des fruits, comme on le vient de dire, il n'y a qu'à ſe reſſouvenir d'une obſervation aſſez connuë, & que tout le monde peut faire. Lorſque les chenilles ſe ſont jettées en grand nombre ſur des arbres fruitiers, comme il arrive certaines années, elles en dévorent & conſument toutes les feüilles, de ſorte que ces arbres ſemblent morts; & j'ai vû de ces arbres aprés avoir fleuri,

venant

venant par cet accident à perdre leurs feüilles, ne produire que des avortons de fruits, ſans cependant perir, & l'année ſuivante reproduire des fleurs & des fruits tout de nouveau. C'eſt ce que j'ay obſervé pluſieurs fois ſur differentes eſpeces de Pommiers, & rien n'eſt plus commun dans les hayes ſur l'Aube-épine. *Meſpilus apii folio ſylveſtris C. B. P.* Car les Chenilles ne mangent point les embryons des fruits qui ſont trop durs, puiſque même elles ne conſument pas toute la feüille, & c'eſt par la même raiſon que les Jardiniers craignent ſi fort que les Tigres ne ſe mettent à leurs Poiriers, particulierement à ceux de Bon-chrêtien, quoique ces inſectes n'en attaquent que les feüilles.

OBSERVATIONS

De quelque Tache conſiderable dans les Satellites de Jupiter.

PAR M. MARALDI.

1707. 13. Juillet.

LE ſoir du 26 Mars de cette année 1707, ayant obſervé Jupiter avec une Lunete de 34 pieds, nous remarquâmes une Tache conſiderable ſur le diſque de cette Planette. Nous commençâmes d'obſerver la Tache à 6 heures 50 minutes du ſoir, environ une demi-heure aprés le coucher du Soleil lorſqu'il faiſoit encore jour. Elle avoit déja paſſé le milieu de Jupiter, & étoit environ aux trois quarts de ſon diametre, faiſant par ſon extremité meridional la bande la plus Septentrionale des trois qui ſont preſentement dans Jupiter. Elle paroiſſoit ronde & noire comme paroiſſent pour l'ordinaire les ombres que les Satellites jettent ſur Jupiter, ce qui nous fit penſer d'abord qu'elle en pouvoit être une. Mais par la ſituation que les Satellites avoient alors à l'égard de Jupiter, & par leur theorie nous reconnûmes que cette Tache ne pouvoit pas être l'ombre d'aucun Satellite ; car de trois

qui paroissoient alors autour de Jupiter, & qui étoient le premier, le second & le troisiéme, il n'y avoit que le second qui fût dans la partie inferieure de son cercle, si éloigné de la conjonction, que son ombre ne pouvoit plus rencontrer Jupiter; & les Tables aussi-bien que l'observation de l'Eclipse du même Satellite que nous fîmes deux jours auparavant, montrent que l'ombre devoit être sortie de Jupiter six heures avant la premiere observation que nous fîmes de la Tache. Elle n'étoit pas nonplus l'ombre du quatriéme, comme nous le verifiâmes non-seulement par les observations que nous fîmes dans la suite, mais aussi par les Tables, suivant lesquelles le quatriéme Satellite devoit être proche de sa conjonction inferieure, à peu prés au même endroit de Jupiter où l'on observoit la Tache; & comme les ombres aprés l'opposition de Jupiter avec le Soleil restent à l'Orient des Satellites à l'égard de la Terre, celle du quatriéme ne devoit se trouver à l'endroit où nous observions la Tache que sept heures aprés, ce que l'on trouve par la theorie du Satellite jointe à celle de Jupiter; & si cette Tache avoit été l'ombre du quatriéme, on auroit dû voir en même temps le Satellite même éloigné de Jupiter prés des deux de ses diametres vers l'Occident, au lieu que par les observations que nous fîmes dans la suite il étoit alors dans Jupiter.

Nous reconnûmes aussi dans la suite que cette Tache n'étoit pas une de celles qui sont sur la surface de Jupiter, & qui font leur revolution autour de son axe, parce qu'elle n'avoit pas les proprietés que l'on observe dans ces sortes de Taches, qui sont de diminuer de grandeur apparente, & de rallentir leur mouvement apparent à mesure qu'elles approchent du bord de Jupiter. Au contraire, autant qu'on peut s'en assurer par les observations que nous fîmes, cette Tache avoit un mouvement égal, & parut toûjours également grande proche du bord de Jupiter, comme à l'endroit où nous commençâmes de l'observer.

On fut enfin persuadé que la Tache étoit dans le Satellite, par la conformité qu'il y avoit dans la situation & dans le mouvement de la Tache & du Satellite ; car la Tache par son mouvement à l'Occident sur le disque de Jupiter frisa , comme nous avons dit, la bande Septentrionale qui se terminoit au bord de Jupiter au même endroit d'où nous vîmes sortir le Satellite ; & quelques minutes aprés que la Tache commença de disparoître au bord en sortant de Jupiter, nous vîmes le Satellite qui en étoit aussi sorti.

Le peu d'intervalle de temps qui s'est passé entre le commencement de la sortie de la Tache hors de Jupiter & la sortie entiere du Satellite, peut venir de la difficulté de distinguer la Tache sur le bord de Jupiter. Peut-être aussi que cette difference de temps vient de la situation que la Tache avoit dans le Satellite ; car si elle occupoit la partie Occidentale du disque du Satellite , & si sa partie claire restoit du côté d'Orient , la Tache devoit sortir de Jupiter un peu de temps avant le Satellite , comme il est arrivé par l'observation, la Tache ayant commencé de sortir au bord de Jupiter à 7 heures 49 minutes , & nous n'apperçûmes le Satellite fort petit qu'à 8 heures 6 minutes , lorsqu'il fut entierement sorti & détaché du bord Oriental de Jupiter , y ayant eu une intervalle de 17 minutes de temps entre le commencement de la sortie de la Tache, & la fin de la sortie du Satellite du bord de Jupiter. Cet intervalle est assez conforme à celui qu'auroit emploïé le diametre entier du quatriéme Satellite à sortir de Jupiter ; de sorte qu'il paroît que le bord précédent de la Tache & le bord suivant du Satellite en faisoient le diametre entier , & qu'ainsi la Tache étoit dans le Satellite.

Nous observâmes une autre Tache considerable dans Jupiter le soir du quatriéme Avril , lorsque le troisiéme Satellite étant dans la partie inferieure de son cercle parcouroit le disque apparent de Jupiter.

Nous reconnûmes que cette Tache qui se voyoit dans

Jupiter étoit dans le troisiéme Satellite, & nous le verifiâmes par des observations semblables á celles qui nous firent connoître que la Tache précedente étoit dans le quatriéme Satellite.

Cette nouvelle Tache paroissoit assez grande avec la Lunete de 17 pieds par laquelle nous l'observâmes toûjours, n'ayant pû employer celle de 34 pieds à cause du vent auquel elle étoit exposée. Elle ne paroissoit ni si noire ni si bien terminée que celle du quatriéme : elle étoit située entre les deux bandes plus Septentrionales de Jupiter, étant un peu plus meridionale que la bande Septentrionale; au lieu que la Tache du quatriéme Satellite avoit été un peu plus Septentrionale que la bande Septentrionale : ce qui doit arriver à cause de la differente latitude des Satellites, qui à l'égard du centre de Jupiter ont presentement une latitude Septentrionale lorsqu'ils sont dans la partie inferieure de leurs cercles, & la latitude Septentrionale du quatriéme Satellite est un peu plus grande que celle du troisiéme.

La Tache étoit déja un peu avancée dans Jupiter lorsque nous commençâmes de l'observer à 7 heures 21 minutes du soir : elle arriva au milieu de sa course dans Jupiter à 7 heures 56 minutes. Nous continuâmes de la voir encore pendant quelque temps, mais nous ne pûmes pas l'observer proche du bord, à cause du vent qui agitoit beaucoup la Lunete. A 9 heures 37 minutes le troisiéme Satellite commença á sortir de Jupiter. A 9 heures & 50 minutes il sortit entierement, ainsi le diametre du troisiéme employa 13 minutes à sortir de Jupiter; la moitié qui est 6 minutes & demie étant ajoûtée à 9 heures 37 minutes commencement de la sortie du Satellite hors de Jupiter, donne 9 heures 43 minutes & demie sortie du centre du Satellite; d'où ayant ôté l'arrivée de la Tache au milieu de Jupiter qui fut à 9 heures 56 minutes, la difference du temps entre l'arrivée de la Tache au milieu de Jupiter, & la sortie du centre du Satellite se trouve de 1 heure 47 minutes. Cet intervalle est égal à quelques mi-

nutes prés à la moitié de la demeure du centre du même Satellite dans Jupiter, que nous trouvâmes par l'observation d'une conjonction semblable du troisiéme Satellite avec Jupiter qui arriva le 11 Avril; ce qui est une nouvelle preuve que la Tache que nous observâmes dans Jupiter, & qui arriva dans sa conjonction à 9 heures 56 minutes, est une Tache du troisiéme Satellite.

Dans la conjonction du même Satellite avec Jupiter qui est arrivée le 11 Avril, sept jours aprés la précedente, nous observâmes l'entrée du Satellite dans Jupiter, & sa sortie de la même Planete; & dans le temps de trois heures & demie que dura le passage du Satellite dans Jupiter. nous n'y pûmes appercevoir aucune Tache, quoique nous fussions attentifs à regarder si celle que nous avions remarquée dans le troisiéme Satellite le 4 Avril ne paroîtroit point de nouveau dans cette conjonction; ce qui fait voir que la Tache qui se trouva dans le Satellite au temps de sa conjonction avec Jupiter le 4 Avril, avoit disparu dans la conjonction suivante qui est arrivée sept jours aprés, c'est à dire le 11 Avril.

Quoiqu'il arrive fort souvent des conjonctions des Satellites avec Jupiter dans la partie inferieure de leurs cercles, & que nous observions ces conjonctions autant que le temps le peut permettre, il est fort rare de pouvoir distinguer les Satellites quand ils parcourent l'Emisphere apparent de Jupiter de la maniere qu'on les observa dans les deux observations du 26 Mars & du 4 Avril.

On voit quelquefois les Satellites proche des bords de Jupiter comme de petites Taches claires un peu apres qu'ils sont entrez sur le bord Oriental, & un peu avant qu'ils sortent du bord Occidental. Loin des bords & vers le milieu de Jupiter la lumiere des Satellites se confond presque toûjours avec celle de cet Astre; ce qui est cause que les Satellites disparoissent & se perdent entierement même avec les Lunetes les plus excellentes. On les distingue seulement lorsque quelque Tache considerable occupe l'Emisphere apparent des Satellites dans les temps

qu'ils parcourent le disque de Jupiter, comme il est arrivé dans ces deux conjonctions, & dans quelques autres du quatriéme, du troisiéme, du second, & même du premier Satellite qui ont été observées en divers autres temps par M. Cassini.

Bien que ces Taches soient supposées dans les Satellites, il ne s'ensuit pas qu'elles doivent faire toûjours les mêmes apparences, & être visibles dans les Satellites dans toutes leur conjonctions inferieures avec Jupiter. Mais ces apparences peuvent varier d'une conjonction du Satellite à l'autre, & peuvent ne retourner les mêmes qu'aprés plusieurs années par le concours de diverses causes rapportées par M. Cassini.

Il se peut faire que les Satellites tournent sur leurs axes par des periodes qui sont encore inconnuës, & qu'ils presentent à la Terre tantôt l'Emisphere taché, tantôt l'Emisphere qui ne l'est pas : peut-être aussi que ces Taches sont de la nature de celles de Jupiter, de Mars & du Soleil, & qu'elles sont sujettes à des variations physiques, de sorte qu'elles augmentent & diminuënt de grandeur; & aprés s'être effacées entierement, elles reviennent aprés quelque tems. Or si par quelqu'une de ces causes, ou par le concours de toutes ensemble, il se rencontre que l'Emisphere apparent du Satellite soit taché considerablement dans le temps qu'il parcourt le disque apparent de Jupiter, le Satellite fera dans Jupiter une apparence de Tache semblable à celles que nous avons observées dernierement dans le troisiéme & daas le quatriéme Satellite : mais si dans le temps de la conjonction du Satellite avec Jupiter l'Emisphere du Satellite exposé à la Terre n'est pas taché, ou si les Taches ne sont pas assez grandes pour être apperçûës avec nos Lunetes; pour lors le Satellite parcourt le disque de Jupiter sans être apperçû.

Ce n'est pas seulement par ces observations des conjonctions que l'on apperçoit quelquefois des Taches considerables dans les Satellites : on conjecture qu'il y en a

aussi par les apparences qu'ils font de leur grandeur, qui est fort variable, sans que cette variation de grandeur puisse être attribuée à la diversité de leur distance, soit à l'égard du Soleil, soit à l'égard de Jupiter, ou à l'égard de la Terre.

Le quatriéme Satellite qui paroît le plus souvent le plus petit de tous les autres, est quelquefois le plus gros, & son ombre, qui vers les quadratures de Jupiter avec le Soleil se voit dans Jupiter pendant que le Satellite en est éloigné, paroît plus grande que le Satellite même qui la cause, quoique cette ombre doive être un peu diminuée par la lumiere de Jupiter dans laquelle on l'apperçoit, & qu'il soit certain par les regles d'Optique que l'ombre doit être plus petite que le Satellite qui la forme.

La grandeur apparente du troisiéme Satellite est aussi variable; car quoiqu'il soit pour l'ordinaire le plus gros de tous les Satellites, il ne laisse pas de diminuer & de paroître égal aux autres, & quelquefois plus petit. La même chose arrive aussi aux deux autres Satellites.

Toutes ces variations s'expliquent facilement par les mêmes hypotheses de M. Cassini, par lesquelles on explique les apparences des Taches que l'on observe dans Jupiter au temps de la conjonction inferieure du Satellite avec Jupiter; car si les Taches considerables que l'on suppose sur la surface des Satellites se trouvent dans leur Emisphere exposé à la Terre, alors ces Taches doivent diminuer la lumiere des Satellites, & par consequent leur grandeur apparente. Au contraire si l'Emisphere des Satellites exposé à la Terre n'est point taché, toutes les parties du Satellite reflechiront à la Terre une plus grande quantité de lumiere, & le Satellite paroîtra plus grand. Il pourra paroître plus ou moins grand suivant que les mêmes Taches seront plus ou moins exposées directement à la Terre.

Les Satellites ne paroissent pas assez grands pour pouvoir distinguer sur leur disque les parties qui sont tachées de celles qui sont plus lumineuse. Il arrive à peu prés aux

Satellites ce que nous obſervons dans certaines Etoiles fixes, qui tantôt augmentent, tantôt diminuënt de grandeur apparente, ſans que nous puiſſions diſtinguer les Taches qui peuvent faire ces variations, à cauſe de la petiteſſe apparente de ces Etoiles. Nous avons encore d'autres exemples de ſemblables apparences dans les Satellites mêmes. On voit diminuer peu à peu la grandeur apparente de ces Satellites à meſure qu'ils entrent dans l'ombre de Jupiter, ſans qu'il ſoit poſſible de diſtinguer par les Lunetes les plus excellentes la phaſe du Satellite qui eſt encore éclairée, de la partie qui eſt plongée dans l'ombre.

Nous n'entreprenons pas de chercher des regles du retour de ces Taches, ni de la révolution des Satellites autour de leurs axes: les obſervations que nous avons juſqu'à preſent n'étant pas ſuffiſantes pour cette recherche. Quand même on auroit un plus grand nombre d'obſervations, & qu'on auroit trouvé quelque regle dans ces retours, nous n'oſerions pas eſperer que dans la ſuite ils duſſent continuer de la maniere.

Depuis tant d'années que l'on obſerve les retours de l'Etoile variable qui eſt dans la conſtellation de la Baleine, on n'a pas pû encore trouver une periode reguliere qui repreſente préciſément toutes les obſervations que nous avons de cette Etoile; & les hypotheſes qui auroient pû ſervir à expliquer pendant quelque temps les variations qui arrivent à la grandeur apparente du cinquiéme Satellite de Saturne, auroit à préſent beſoin de quelque limitation. Ce Satellite qui depuis la premiere découverte faite par M. Caſſini a été inviſible pendant pluſieurs années dans toutes les obſervations que le temps en a permis de faire lorſqu'il approchoit de ſa diſgreſſion Orientale, ayant été obſervé dernierement avec les mêmes Lunetes dont on ſe ſervoit auparavant, a été viſible depuis le mois de Septembre de l'année 1705 juſqu'au mois de Janvier 1706, tant dans la partie Occidentale de ſon orbite où il avoit toûjours été viſible, que dans la partie Orientale de la même orbite où il avoit coûtume de diſparoître.

roître. Ce qui nous doit rendre circonſpects à établir des regles de ces ſortes d'apparences.

OBSERVATION

De la conjonction de Jupiter avec Regulus *ou le Cœur du Lion au mois de Juin* 1707 *à l'Obſervatoire.*

PAR M. DE LA HIRE.

1707. 13. Juillet.

J'Obſervai au mois d'Octobre 1706 la conjonction de Jupiter avec Regulus lorſque Jupiter étoit retrograde, & j'en fis la comparaiſon avec d'autres obſervations ſemblables qui avoient été faites par les Anciens ; je fis voir auſſi que le calcul de mes Tables s'accordoit avec l'obſervation. Voici preſentement l'obſervation de l'autre conjonction de Jupiter à la même étoile, mais Jupiter étant direct.

J'ay obſervé exactement les diſtances entre Jupiter & Regulus, pluſieurs jours avant la conjonction avec le paſſage de Jupiter par le meridien & ſes hauteurs meridiennes ; car dans ce tems-là je ne pouvois pas voir l'étoile dans la Lunete du quart de cercle, à cauſe que vers les 4 heures $\frac{1}{2}$ il faiſoit trop grand jour au tems du paſſage. Mais je ne rapporterai ici que les obſervations qui ſont le plus proche de cette conjection en aſcenſion droite, les autres ne ſervant que de confirmation.

Le 9e Juin à 4h 43′ du ſoir je conclus la déclinaiſon Boreale de Jupiter par ſa hauteur meridienne dans le tems de ſon paſſage par le meridien de 14° 12′ 1″. Le 13e dans le tems de ſon paſſage par le meridien je la trouvai de 14° 0′ 31″, & le 14e dans le même tems de 13° 57′ 16″.

Mais comme la conjonction en aſcenſion droite de Jupiter avec Regulus arriva le 13, j'ai conclu des obſervations cy-deſſus que vers les 8h $\frac{1}{2}$ du ſoir la déclinaiſon de Jupiter devoit être de 13° 59′ 59″, & dans ce tems-là je

pris la difference aſcenſionnelle entre Jupiter & Regulus, que je ne trouvai que de 3″ de tems dont Jupiter étoit plus avancé ſelon l'ordre des ſignes que l'étoile Regulus ; & en même tems j'obſervai avec le Micrometre, que la diſtance entre Jupiter & l'étoile étoit de 36′ 30″, ce qui peut paſſer pour la difference de déclinaiſon entre ces deux Aſtres dans ce tems-là. Par mes Tables je trouve la déclinaiſon de Regulus dans ce même tems de 13° 22′ 52″, qui étant ôtée de 13° 5′ 59″ déclinaiſon de Jupiter, il reſte 37′ 7″, au lieu que l'obſervation immediate avec le Micrometre donne cette diſtance de 36′ 30″, dont la difference n'eſt que de 37″, ce qui n'eſt pas conſiderable.

Maintenant pour déterminer le tems de la conjonction en aſcenſion droite de ces deux Aſtres, j'ai obſervé que le 9ᵉ à hh 55′ du ſoir leur difference aſcenſionnelle étoit de 2′ 9″ de tems ; leur difference de déclinaiſon de 48′ 46″, & leur diſtance de 57′ 58″. Le 10ᵉ à 9h 20′ du ſoir leur difference aſcenſionnelle étoit de 1′ 36″ de tems ; leur difference de déclinaiſon de 47′ 30″, & leur diſtance de 52′ 54″. Le 13ᵉ à 8h 32′ du ſoir leur difference aſcenſionnelle étoit de 3″ de tems ; leur difference de déclinaiſon de 36′ 30″, ce qui étoit auſſi leur diſtance. Le 14ᵉ à 8h 45′ leur difference aſcenſionnelle étoit de 36″ de tems ; leur difference de déclinaiſon de 34′ 32″, & leur diſtance de 35′ 26″. Ainſi en prenant la partie proportionnelle, on aura la conjonction en Aſcenſion droite le 13ᵉ Juin vers les 6h $\frac{3}{4}$ du ſoir.

On peut facilement par ces poſitions déterminer le chemin de Jupiter par rapport à Regulus, & par rapport au meridien qui paſſeroit par Regulus, & par conſequent auſſi la longitude & la latitude de Jupiter dans le tems de cette conjonction. Mais comme j'avois obſervé un peu auparavant ſon paſſage par le meridien & ſa hauteur meridienne, j'ai cru qu'il valoit mieux me ſervir de cette obſervation que de toute autre.

J'ai donc obſervé que Jupiter paſſa au meridien le 13ᵉ Juin à 4h 28′ 23″ du ſoir, & que ſa hauteur meridienne

étoit alors de 55° 11′ 23″. J'ai trouvé que cette observation me donne la longitude de Jupiter au 25° 32′ 35″ ♌, & le calcul par mes Tables me la donne au 25° 35′ 24″ ♌; la difference est donc de 2′ 49″. Pour la latitude l'observation la donne de 1° 3′ 23″ *B*, & le calcul des Tables de 1° 3′ 3″ *B*; la difference est de 20″.

REFLEXIONS
ET
OBSERVATIONS DIVERSES

Sur une vegetation Chimique du Fer, & sur quelques experiences faites à cette occasion avec differentes liqueurs acides & alkalines, & avec differens métaux substituez au Fer.

PAR M. LEMERY le fils.

QUoique le mot de *vegetation* ne convienne proprement qu'aux Plantes, cependant il est en usage parmi les Chimistes pour exprimer certaines cristallisations particulieres, ou un arrangement de quelque matiere que ce puisse être, dont la figure exterieure ressemble sensiblement à celle des Plantes; c'est en ce sens que je me suis servi, & que je me servirai encore du mot de vegetation, comme on le verra par la suite de ce Memoire.

1707. 20. Juillet.

J'ay déja parlé dans un Memoire lû le 13 Novembre 1706 de la vegetation Chimique dont il s'agit, & à laquelle je donnai le nom *d'arbre de Fer* ou *de Mars*, à cause de l'analogie qu'elle a avec une autre vegetation d'argent appellée communément *arbre de Diane*, ou *arbre Philosophique*; mais comme je ne parlois que par occasion de cette experience nouvelle sur le Fer, & que je ne

voulois point perdre de vûë le sujet principal que je traitois, je ne m'étendis point sur tout ce que j'avois observé en repetant un grand nombre de fois & de differentes manieres la même operation, & je remis à une autre fois un détail plus circonstancié d'experiences & de raisonnemens Physiques sur cette matiere. C'est ce détail qui fait la principale partie du present Memoire, ensuite de quoi je rapporterai quelques experiences nouvelles faites à l'occasion des premieres sur differentes liqueurs acides & alkalines substituées à celles que j'emploïe pour la production de nôtre vegetation artificielle, & sur differens métaux substituez au fer.

Personne, que je sçache, n'a plus travaillé & avec un plus grand succés sur les vegetations métalliques que M. Homberg. Nous avons de lui dans les Memoires de Mathematique & de Physique du 30 Novembre 1692 une excellente piece, dans laquelle non-seulement il donne une maniere infiniment plus prompte que la commune de faire *l'arbre de Diane*; mais il enseigne encore de nouvelles methodes pour la production d'autres vegetations semblables, & il explique la formation de toutes ces vegetations par des raisons aussi claires & aussi sensibles que le font les experiences mêmes qu'il propose. Toutes ces vegetations, à l'exception d'une pour laquelle il ne faut qu'une simple amalgamation d'or ou d'argent avec du mercure sans addition d'aucune autre liqueur; toutes ces vegetations, dis-je, quoique faites chacune par des mêlanges & sur des principes differens, conviennent neanmoins en une circonstance, sçavoir qu'elles se forment au milieu d'un liquide & au fond du vaisseau. Pour celle dont il s'agit en ce Memoire, elle doit être regardée comme une espece de vegetation métallique differente de toutes celles de M. Homberg; & en effet elle en differe en plusieurs choses, & particulierement en ce qu'elle se forme au-dessus du liquide qui est même enlevé tout entier au haut du vaisseau, & quelquefois en tres-peu de tems.

Je me sers pour la vegetation dont il s'agit presentement, d'une dissolution de fer, faite par le moïen de l'esprit de nitre. On sçait que le fer jetté sur cet esprit produit une fermentation violente, & que le vaisseau où est contenu ce mêlange s'échauffe si fort qu'il n'est presque pas possible de tenir la main dessus. Ce même mêlange en fermentant se souleve beaucoup, & jette une grande quantité de vapeurs rouges, qui ne m'ont parû être autre chose que quelques esprits nitreux élevez du reste du mêlange à la faveur de la fermentation, qui comme il a été dit produit une chaleur considerable.

Je me suis convaincu de la verité de ce que j'avance, premierement parceque quand on fait distiller du nitre, les nuages rouges qui s'élevent pendant la distillation, sont la matiere même de l'esprit de nitre ; & en effet ces esprits du nitre rarefiez par la chaleur deviennent rouges ; mais à mesure qu'ils se condensent, ils forment une liqueur claire ou jaunâtre qui tombe dans le récipient.

En second lieu pour me convaincre encore davantage de la nature des vapeurs rouges dont il s'agit, immediatement aprés avoir jetté du fer sur de l'esprit de nitre, j'ay placé sur le vaisseau où étoit contenu ce mêlange un chapiteau de verre auquel étoit attachée une fiole qui servoit de récipient ; les vapeurs rouges sont montées d'abord en grande abondance au haut du chapiteau, & elles se sont ensuite condensées en une liqueur claire qui a coulée dans le récipient. Cette liqueur dissout le fer comme l'esprit de nitre ordinaire ; mais j'ay remarqué par plusieurs experiences réïterées, que les vegetations où cette liqueur étoit entrée se faisoient plus promptement, & étoient plus belles & plus distinctes que celles où l'on n'emploïoit que l'esprit de nitre ordinaire, sans retenir les vapeurs rouges qui s'en élevent pendant sa fermentation avec le fer. Peut-être que la liqueur produite de ces vapeurs est la partie de l'esprit de nitre la plus subtile & la plus déliée ; peut être aussi que cette liqueur en s'élevant sous la forme de vapeurs rouges de dessus le fer, a

enlevé avec elle quelques-uns des souffres les plus volatiles & les plus exaltez de ce métal. En effet, mon Pere a fait voir que quand le fer a été touché par un acide vitriolique, la vapeur qui s'éleve pour lors est veritablement sulphureuse & inflammable, & ce souffre vient certainement du fer. On peut donc conjecturer avec quelque fondement que les vapeurs rouges de l'esprit de nitre qui viennent de dessus le même métal, en enlevent aussi avec elles quelques souffres, qui étant mêlez intimement à la liqueur qui en résulte, la rendent plus efficace que l'esprit de nitre ordinaire pour les vegetations où on l'emploïe.

Suivant ce même raisonnement je me suis imaginé que si l'on pouvoit avoir un esprit de nitre encore plus chargé des parties sulphureuses du fer, que la liqueur produite des vapeurs rouges élevées de dessus ce métal, cet esprit seroit aussi plus propre à faire la vegetation dont il s'agit. Dans cette vûë j'ay fait l'experience suivante.

J'ay dissous dans de bon esprit de nitre autant de fer qu'il en a pû contenir; j'ay ensuite separé par la distillation cet esprit de nitre, du fer qu'il tenoit en dissolution, & j'ay eu une liqueur claire moins âcre, & moins forte que l'esprit de nitre ordinaire.

Je juge que cette liqueur contient une bonne partie des souffres du fer; premierement parceque, comme il a déja été dit, la vapeur qui s'éleve du fer penetré par des acides est veritablement sulphureuse, & même elle le doit être d'autant plus que les acides ont penetré plus avant dans le corps du métal. Secondement parceque j'ay déja prouvé dans un Memoire lû le 14 Avril 1706, que quand on a separé du fer les acides qui s'y étoient introduits, de quelque nature que fussent ces acides, on ne retrouve plus le fer tel qu'il étoit auparavant, c'est à dire qu'il est bien moins sulphureux & inflammable, ce qu'il est aisé de reconnoître par plusieurs épreuves indiquées dans ce même Memoire. Troisiémement parceque j'ay encore prouvé dans le même Memoire que les acides versez sur le fer

n'agiſſent principalement que ſur ſa partie huileuſe à laquelle ils s'uniſſent tres-intimement ; de ſorte que quand on chaſſe enſuite par le moïen du feu ces acides, des pores du métal, ils donnent, particulierement s'ils ſont vitrioliques, une odeur inſupportable de ſouffre commun, ce qui marque qu'ils ont enlevé avec eux le principe auquel ils s'étoient unis, & qu'on ne retrouve plus dans le fer du moins en auſſi grande quantité qu'il y étoit auparavant.

Il ſuit aſſez naturellement de toutes ces raiſons que l'eſprit de nitre que j'ay retiré de deſſus le fer par la diſtillation, en a enlevé avec lui ce qu'il y avoit de plus inflammable, & par conſequent que l'eſprit & le métal ſont devenus par cette operation differens de ce qu'ils étoient auparavant.

J'ay emploïé cet eſprit au lieu de l'eſprit de nitre ordinaire, & j'ay fait avec cette liqueur pluſieurs vegetations infiniment plus belles, plus promptes & plus diſtinctes qu'avec quelqu'autre eſprit de nitre que ce puiſſe être. On en a deſſiné une entr'autres faite avec cette liqueur qui ſurpaſſe de beaucoup en beauté un nombre tres-conſiderable d'autres vegetations faites de pluſieurs manieres avec d'excellent eſprit de nitre ordinaire. Cette vegetation ſe voit aprés une autre dans le Tome de 1706. pag. 418.

Je ne ſçache rien autre choſe à quoy attribuer cette difference qu'au ſouffre du fer dont s'eſt chargé l'eſprit de nitre retiré de deſſus ce métal ; & effectivement j'eſpere qu'on verra par la ſuite de ce Memoire que le ſouffre du fer eſt vrai-ſemblablement le principal agent de nôtre vegetation métallique, & qu'ainſi plus il s'en rencontre, plus la vegetation doit être belle.

Le fer diſſous par l'eſprit de nitre communique à la liqueur une couleur rouge, & une conſiſtance plus ou moins graſſe & ſirupeuſe, ſuivant qu'il y eſt entré en plus ou moins grande quantité. Je dirai ici par occaſion que le fer ne donne pas ſeulement cette conſiſtance à l'eſprit

de nitre, il la donne encore à d'autres acides par le mélange desquels il m'est souvent arrivé de faire une matiere tout à fait semblable par sa consistance à de la veritable graisse : de sorte que quand on étendoit cette matiere sur la main, l'eau qu'on y versoit ensuite ne la moüilloit point, mais glissoit dessus en petites boules, comme elle fait sur un corps enduit d'une substance huileuse ou graisseuse. Cet effet du fer peut servir à confirmer une chose déja bien averée, sçavoir qu'il est tres-sulphureux.

Le fer & l'esprit de nitre mêlez ensemble font, comme il a déja été dit, une liqueur rouge qui conserve ordinairement sa fluidité & sa couleur. Cependant il m'est arrivé qu'aprés avoir dissous du fer par de bon esprit de nitre, & avoir laissé la dissolution dans un vaisseau de grez couvert, elle s'est tout à fait réduite en cristaux blancs qui ne l'étoient pourtant pas tant que le nitre ordinaire, mais qui l'étoient beaucoup. Ces cristaux se sont conservez long-tems dans le même état ; ensuite ils se sont insensiblement résouts en une liqueur rouge, & telle qu'elle étoit auparavant. J'ay fait avec cette liqueur deux vegetations extraordinaires, dont il sera parlé dans la suite.

Je rapporterai encore par occasion une observation que j'ay faite un tres-grand nombre de fois sur la limaille de fer versée sur de l'esprit de nitre. C'est que cette limaille ne s'y dissout pas toûjours toute entiere, & qu'il en reste assez ordinairement au fond du vaisseau plusieurs grains qui ne se mêlent point à la liqueur, & qui quoique separez de cette liqueur, & reversez sur de nouvel esprit de nitre, résistent toûjours à l'action de ce dissolvant ; cependant ces mêmes grains sont du moins aussi facilement attirez par l'aimant que les grains du fer les plus dissolubles. J'ay déja fait voir dans mon Memoire du 14me Avril 1706 que le machefer en étoit de même, & j'en apportai la raison. Il se pourroit faire qu'il y eût souvent dans la limaille de fer des grains semblables à ceux du machefer, c'est à dire à demi usez, ou privez des souffres qui les rendoient

doient diſſolubles par l'eſprit de nitre ; car il eſt bon de ſe reſſouvenir pour une parfaite intelligence de l'action des acides en general ſur le corps du fer, que j'ay fait voir dans le Memoire qui vient d'être marqué, que quand on a ſuffiſamment dépoüillé le fer des parties huileuſes dont il eſt composé, les acides n'ont plus de priſe ſur ce métal, & que quand il n'en a perdu qu'une certaine quantité, quelques acides le diſſolvent moins aiſément qu'auparavant, & d'autres ne le diſſolvent plus du tout.

En voilà aſſez ſur ce qui regarde la diſſolution du fer par l'eſprit de nitre, je viens preſentement au mêlange de cette diſſolution avec l'huile de tartre.

La premiere fois que je m'aviſai de mêler enſemble ces liqueurs, c'étoit pour avoir un précipité du fer dont je voulois faire une operation curieuſe que M. Homberg m'avoit indiquée. Quand j'eus jetté une certaine quantité d'huile de tartre ſur la diſſolution de fer dont il a été parlé, mis le verre où étoit contenu le mêlange ſur une cheminée, & quelque tems aprés en jettant les yeux deſſus, je fus aſſez ſurpris de voir que preſque toute la liqueur s'étoit élevée au haut du ver ſous une forme de branchage tres-diſtincte. Cette nouveauté m'engagea à examiner de plus prés cette operation, & à la repeter de pluſieurs manieres differentes. Voici ce que j'ay obſervé de plus eſſentiel.

L'huile de tartre verſée ſur la diſſolution du fer y produit une fermentation qui fait ſoulever la liqueur, principalement quand on l'agite. La fermentation ceſſée, la liqueur devient d'un rouge plus foncé qu'elle n'étoit auparavant, & ſes parties paroiſſent être en repos. Cependant il s'entretient ordinairement ſur la ſurface de la liqueur pendant le tems de la vegetation, des bulles d'air. Cette vegetation commence par de petits criſtaux qui s'élevent peu de tems aprés le mêlange des liqueurs dont il a été parlé, juſqu'à une certaine hauteur. Ces criſtaux augmentent toûjours en longueur par d'autres criſtaux qui montent à la faveur & au-delà des premiers, & enfin

de l'aſſemblage de tous ces criſtaux il ſe forme comme des filets tres-déliez ſortant de la ſurface du liquide, & s'étendant de differentes manieres. Ces filets dans leur partie ſuperieure ſe ramifient, & s'arrange de maniere qu'il en reſulte tres-ſouvent des figures d'arbres auſſi diſtinctes que ſi on eut pris ſoin de les y deſſiner contre le verre; mais comme la matiere monte & s'accumule toûjours de plus en plus vers le haut du verre, elle couvre ſi bien les ramifications ſuperieures de ces filets, que les premieres figures d'arbres diſparoiſſent, & il naît en place d'autres figures de fleurs, ou quelquefois de fruits qui ſemblent ſortir de la ſurface interne & externe du verre, à peu prés comme font les feüilles de certaines plantes qui croiſſent le long des murailles, & qui montant juſqu'au haut, retombent ſouvent en dehors & fort bas.

Les filets, dont il a été parlé, groſſiſſent quelquefois aſſez conſiderablement depuis le fond du verre jusqu'à l'endroit où eſt le fort de la vegetation, & où leurs ramifications ne ſont plus viſibles. J'ay vû de ces filets qui étoient devenus auſſi gros que de groſſes plumes à écrire, & creux en dedans, ayant la figure de tuyaux. Ils étoient naturellement arrangez de maniere qu'ils ſembloient ſoûtenir le reſte de la vegetation.

J'ay preſque toûjours remarqué que les criſtaux qui ſe forment d'abord contre les parois du verre, ſont plus durs, plus ſolides, & moins rouges que la matiere qui monte enſuite à la faveur des criſtaux; & en effet cette matiere eſt ordinairement fort graſſe, & même quand elle eſt bien préparée elle ſe fond, & elle ſe réſout à la moindre chaleur; de ſorte que pour peu qu'on la touche avec le doigt, elle ſe réduit en liqueur.

Voilà les obſervations qui ſont communes à toutes les vegetations que j'ay faites de differentes manieres. Je rapporterai enſuite ce que chacune de ces vegetations a de particulier ſuivant la difference du mêlange, aprés avoir rendu raiſon des faits qui viennent d'être remarquez.

L'huile de tartre verſée ſur la diſſolution du fer dont il

s'agit, y produit une fermentation, parceque les pointes acides de l'eſprit de nitre ne ſont pas ſi fortement envelopées par les parties rameuſes du fer, qu'elle ne puiſſent encore agir ſur l'alkali de l'huile de tartre; mais cette fermentation n'eſt pas à beaucoup prés ſi forte, que quand les pointes acides de l'eſprit de nitre ſont tout à fait libres. Car pour lors il arrive un boüillonnement conſiderable qui fait ſoulever la liqueur; enſuite dequoy elle continuë à boüillonner un aſſez long-tems, non-pas ſi violemment que dans le premier inſtant où on verſe de l'huile de tartre, mais cependant aſſez pour qu'il s'en éleve pluſieurs jets qui montent fort haut, & qui continuënt toûjours juſqu'à ce que les pointes acides ſoient tout à fait engagées dans les pores de l'alkali, & aïent fait un veritable ſalpêtre, dont la plus grande partie ſe précipite au fond du vaiſſeau, & le reſte ſe tient ſuſpendu dans un peu de phlegme qui ſurnage, & qui étant laiſſé dans la même ſituation ne s'épuiſe & ne s'évapore, que comme pourroit faire de l'eau commune qu'on auroit miſe dans un verre, c'eſt à dire en un tres-long-tems. De plus ce phlegme en s'élevant entraîne toûjours avec lui un peu du nitre qu'il tenoit en diſſolution, & ce nitre ne pouvant s'élever auſſi haut que l'eau, s'arrête aux parois du verre un peu au-deſſus de la ſurface du liquide, & aprés un long-tems, il ne produit tout au plus contre le verre qu'une plaque tres-mince, qui ne m'a jamais paru avoir aucune forme de vegetation. Enfin quand tout le phlegme s'eſt évaporé, on trouve au fond du verre tout le nitre qui y étoit dés le commencement, & augmenté même d'un peu de celui qui étoit dans le phlegme évaporé; de ſorte que ce qui s'eſt appliqué contre le verre à la faveur du liquide, n'eſt preſque rien en comparaiſon de ce qui eſt au fond du vaiſſeau.

Voilà ce qui ſe paſſe pendant & aprés la fermentation de l'huile de tartre & de l'eſprit de nitre pur; & j'ay été bien aiſe d'en marquer préciſément toutes les circonſtances, afin d'en faire mieux ſentir par cette petite digreſſion

combien ce mêlange differe de celui où le fer est entré, & auquel je reviens présentement.

Dans le cas de nôtre dissolution du fer, peu aprés que le liquide s'est soulevé par le mêlange de l'huile de tartre, il semble qu'il n'y ait plus du tout de fermentation dans la liqueur. Cependant en examinant les bulles d'air qui naissent toûjours & qui s'entretiennent à sa surface, on voit évidemment qu'il y a encore une agitation intestine qui n'est pas assez forte pour envoïer des jets fort hauts, comme dans le cas qui vient d'être marqué, mais qui l'est assez pour chasser continuellement des particules d'air vers la surface du liquide; d'ailleurs l'élevation des cristaux qui forment nôtre vegetation métallique paroît être un effet & un indice de la fermentation qui se passe dans le liquide, & sans laquelle la matiere ne seroit point assez préparée pour pouvoir vegeter, comme on le prouvera dans la suite par une experience sensible, & comme on va tâcher de le faire voir, en expliquant la cause & l'effet de cette seconde fermentation, qui n'est à proprement parler que la suite de la premiere.

Quand donc les pointes acides de la dissolution du fer ont fait leur premier effort dans les pores exterieures de l'alkali de l'huile de tartre, elles ne peuvent plus continuer leur route dans les pores interieures avec autant de vigueur, que si elles étoient parfaitement libres & dégagées. Car les parties du métal ausquelles elles sont unies, non-seulement augmentent leur volume, mais encore les lient & les brident en quelque sorte; c'est ce qui fait que cette fermentation est si lente & si insensible. Cependant sans elle les acides de la dissolution ne penetrant pas assez avant dans les pores de l'alkali de l'huile de tartre, il ne se feroit pas une union assez intime de ces deux sels, pour qu'il en resultat des cristaux nitreux, sans quoy nôtre vegetation ne se peut faire. La preuve de ce que j'avance est dans le mêlange de l'huile de tartre & de l'esprit de nitre pur; car ce n'est pas aprés le premier choc de ces deux corps qui produit dans la liqueur un boüillenno-

ment & un ſoulevement tres-conſiderable que ſe forme le ſalpêtre ; mais c'eſt aprés une fermentation un peu moins violente, qui ſuccedant à l'autre continuë un certain tems, & qui racheve ce qui n'a été d'abord que commencé.

Une autre avantage de cette fermentation inſenſible qui ſe paſſe dans le mêlange de l'huile de tartre & de la diſſolution du fer, c'eſt que les parties de ce métal s'y trouvant placées entre des ſels, dont les uns font un effort continuel pour penetrer les autres & pour s'y unir, elles ſont briſées & attenuées de plus en plus, & parconſequent leur ſouffre ſe dévelope & s'exalte puiſſamment, & diſpoſe davantage le ſel auquel il eſt uni à s'élever, & le rend d'une conſiſtance graſſe & d'une facilité à ſe fondre, qui eſt quelquefois ſi étonnante, que la ſimple chaleur de la main eſt capable de produire cet effet.

Le fer uni intimement au ſalpêtre lui donne encore une qualité eſſentielle à nôtre vegetation, & qu'il n'auroit pas ſans ſon union avec ce métal, c'eſt de pouvoir être ſoûtenu tout entier dans le liquide aprés ſa formation. Cette effet s'explique fort aiſément par ce qui a été dit, & en eſt même une ſuite ; c'eſt que la ſubſtance huileuſe du fer ayant été fortement rarefiée, elle ſe ſoûtient & ſoûtient avec elle ſur le liquide les criſtaux nitreux auſquels elle eſt unie. Car on ſçait que les huiles ne ſe précipitent pas ordinairement au fond de l'eau, mais ſe tiennent à ſa ſurface, & je prouverai dans la ſuite par une experience, que quand les criſtaux de nôtre mêlange ont été privez de la ſubſtance graſſe qui les ſoûtient, ils tombent auſſi-tôt au fond du vaiſſeau ſous la forme dê nitre commun.

Juſqu'ici on conçoit aiſément comment la matiere ſe prépare dans le liquide pour devenir propre à vegeter ; reſte à ſçavoir par quel art elle s'éleve, & c'eſt ce que je vais tâcher de faire entendre.

La fermentation inſenſible qui ſe paſſe dans le mêlange n'eſt pas ſeulemen neceſſaire po ur préparer la matiere

& pour la rendre vegetable, comme il a été dit, elle produit encore dans toute la liqueur une agitation qui pousse continuellement les parties qui sont toutes préparées, & qui ne sont plus sujettes au mouvement de fermentation. Or ces parties ne se précipitant pas au fond du vaisseau, comme il arrive dans le mêlange de l'huile de tartre & de l'esprit de nitre pur, mais se tenant toûjours suspenduës dans le liquide, & vrai-semblablement même à sa surface, elles sont obligées par l'impulsion continuelle qu'elles reçoivent, de glisser insensiblement le long des parois du verre au-dessus de la liqueur où elles se condensent en cristaux par la fraîcheur de l'air.

J'ai déja dit que les cristaux qui s'élevent d'abord sont ordinairement plus solides, moins rouges, & d'une substance moins grasse & moins facile à se fondre que ceux qui montent ensuite : la raison en est évidente, & suit naturellement de ce qui a été dit, C'est que les acides du mêlange qui sont le moins chargez de la substance grasse & onctueuse du fer, s'unissent plus aisément & plus promptement que les autres à l'alkali de l'huile de tartre, & forment plutôt par-là les cristaux nitreux prêts à s'élever par le moïen de la même fermentation qui en prépare d'autres qui doivent suivre les premiers. Je regarde ces premiers cristaux comme la base, & pour ainsi dire la charpente de toute la vegetation ; & ils se trouvent par hazard d'autant plus propres à cet effet, qu'étant moins chargez de la substance sulphureuse du fer, ils ont plus de roideur & de solidité.

La charpente de la vegetation étant achevée, le reste de la liqueur monte ensuite à mesure qu'elle est preste, & par la même mécanique que les premiers cristaux, cependant avec plus de facilité pour deux raisons principales. La premiere c'est que les derniers cristaux contiennent une plus grande quantité des parties sulphureuses de fer, qui, comme il a été dit, ont été tres-rarefiées par la fermentation, & qui rendent les cristaux ausquels elles se sont unies moins compactes, & plus faciles à être enle-

vez qu'ils ne le ſeroient ſans cela. En ſecond lieu les parties du liquide qui ont été préparées les dernieres, trouvent le long du verre des filets tous faits ſur leſquels elles peuvent s'appuïer en montant, & couler avec plus de facilité que ſur la ſurface polie du verre, qui ne les ſoûtiendroit pas autant contre leur propre poids.

Quand la matiere a été autant bien préparée qu'elle le peut être, & que le ſouffre du fer a reçû pendant la fermentation toute l'exaltation neceſſaire, la liqueur monte plus aiſément, & produit une vegetation beaucoup plus belle qu'elle n'auroit fait ſans cela; mais elle ſe condenſe plus difficilement à cauſe de la grande attenuation de ſon ſouffre; & étant parvenuë au haut du verre, une partie ſeulement de la liqueur s'y criſtalliſe, & l'autre ſe répand en dehors, & ſouvent même juſqu'au bas, couvrant le tout d'une vegetation fort agreable.

Quand la vegetation eſt venuë juſqu'à ce point, il arrive quelquefois un effet qui ſurprend, & qui m'a toûjours paru arriver dans ce même tems: c'eſt que tout le reſte de la liqueur contenuë dans le verre, & qui s'élevoit auparavant avec aſſez de douceur, monte tout d'un coup & tres-vîte juſqu'au haut, & deſcend de même juſqu'au bas, de ſorte qu'aprés l'avoir reçûë dans un petit vaiſſeau placé ſous le verre, & l'y avoir enſuite reverſée, & cela pluſieurs fois juſqu'à ce qu'elle fut tout à fait épuiſée, je l'ay ſouvent vûë remonter en moins d'un quart d'heure, ce qu'elle n'auroit pas fait d'elle-même, & ſans la mécanique preſente en vingt-quatre heures; & à chaque fois qu'on reſervoit la liqueur dans le verre & qu'elle remontoit, il s'en criſtalliſoit une partie qui augmentoit la vegetation.

La promptitude avec laquelle la liqueur monte en cette occaſion, prouve que la fermentation qui y regne n'eſt point la ſeule cauſe de cette élevation ſubite; car cette fermentation eſt naturellement trop lente pour produire un effet auſſi prompt: d'ailleurs cet effet extraordinaire n'arrive que ſur la fin de l'operation, & quand la liqueur

eſt tout à fait, ou preſque tout à fait préparée, & par conſequent que la fermentation eſt entierement ceſſée, ou du moins fort diminuée.

Voici donc de quelle maniere je m'imagine que cela ſe fait; mais je ne donne mon explication que comme une conjecture hazardée.

La liqueur qui a coulé le long de la ſurface exterieure du verre, & qui y a produit une vegetation, a formé des traces ou des filets qui répondent à ceux du dedans du verre, & qui étant effectivement plus longs, forment avec les filets interieurs de veritables ſiphons, dont on ſçait que la branche exterieure doit être plus longue que l'interieure. Cela étant, la liqueur monte & s'inſinuë en cette occaſion par la loix du ſiphon le long de ces filets, & au travers de toute la maſſe condenſée qui lui ſert comme de filtre ou d'éponge; & elle le fait avec une force d'autant plus grande, que les parties du liquide qui s'élevent pour lors ſont vrai-ſemblablement plus ſulphureuſes que les précédentes, & par conſequent plus legeres.

Il ne ſe condenſe à chaque fois qu'une partie de la liqueur qui s'eſt élevée, ſoit à cauſe de la rapidité avec laquelle elle eſt emportée, & de ſa grande fluidité qui ne permettent pas à toute cette liqueur de prendre une forme ſolide; ſoit parceque n'aïant pas encore été préparée toute entiere, il ne s'arrête au paſſage que les parties les plus preſtes à ſe criſtaliſer.

Il y a encore pluſieurs choſes à remarquer ſur la maniere dont ſe fait nôtre vegetation ſur les circonſtances neceſſaires pour cela, & enfin ſur les differences particulieres qui dépendent du mêlange; & l'on va voir que toutes ces remarques & experiences particulieres ne ſervent qu'à fonder de plus en plus l'hypotheſe dont je me ſuis ſervi pour expliquer la formation de l'arbre de Mars.

PREMIERE REMARQUE.

L'eſprit de nitre, quelque chargé de fer qu'il puiſſe être, ne vegete point ſans le mêlange de l'huile de tartre, ou de

de quelque liqueur équivalente : la raison en est que pour produire cet effet il faut, 1°. Qu'il se cristallise, & même qu'il se cristallise aisément, ce qui n'arrive que rarement à cet esprit, quelque quantité de fer qu'il contienne, à moins qu'il ne soit joint à l'huile de tartre, qui en cette occasion donne du corps à ses acides. 2°. Pour que la dissolution dont il s'agit végete, il faut outre la cristallisation dont il a été parlé, une fermentation interieure qui exalte davantage le souffre du fer, & qui détermine la liqueur à s'élever insensiblement. Or quand une fois le fer a été dissout par l'esprit de nitre, il n'y a plus de fermentation dans la liqueur, & effectivement elle n'en donne aucune marque : c'est ce qui fait que lors même qu'il lui arrive de prendre aprés un certain tems une forme solide, & de se cristalliser d'elle-même, comme j'ay remarqué au commencement de ce Memoire qu'il arrivoit quelquefois, les cristaux ne s'élevent point, mais ils se tiennent au fond du vaisseau, sans y produire aucune apparence de vegetation. On prouvera dans la suite que ces mêmes cristaux peuvent être rendus vegetables, en y excitant par le mêlange de l'huile de tartre, la fermentation qui est absolument necessaire pour cet effet.

SECONDE REMARQUE.

Pour que la vegetation dont il s'agit puisse se faire, il ne faut pas que l'huile de tartre y entre en assez grande quantité pour fixer tout d'un coup toutes les pointes acides de la dissolution. Il faut au contraire que ces acides tiennent toûjours le dessus, & conservent assez de force pour entretenir la fluidité dans le mêlange, & pour y continuer la fermentation sans laquelle la matiere ne seroit point suffisamment préparée, & demeureroit incapable de produire l'effet qu'on en attend. Tout ce que j'avance va être prouvé & éclairci par les experiences que j'ay faites sur les differentes proportions de l'huile de tartre & de la dissolution du fer.

J'ay mis dans un verre une portion de cette dissolution,

c'eſt à dire plein un petit vaiſſeau qui me ſervoit à meſurer la liqueur avant de la verſer dans le verre. J'ay jetté ſur cette diſſolution une demie portion d'huile de tartre, j'ay broüillé le mêlange, & aprés pluſieurs jours il s'eſt fait une vegetation peu diſtincte & peu élevée.

J'ay mis dans un autre verre parties égales d'huile de tartre, & de la diſſolution. La vegetation s'eſt faite plus haute, moins confuſe, & en moins de tems que la précedente ; mais elle étoit incomparablement moins belle que celle dont il ſera parlé dans la ſuite.

J'ay mis dans un troiſiéme verre deux parties d'huile de tartre ſur une de la diſſolution ; toute la liqueur a perdu tout d'un coup ſa fluidité, & elle s'eſt convertie en une matiere jaunâtre, épaiſſe & ſolide, qui eſt le veritable précipité du fer : cette matiere s'eſt deſſechée au fond du verre, & la vegetation a manqué. J'y ai verſé de l'eau pour la délayer, & pour eſſayer ſi en cet état elle ne vegeteroit point ; mais il ne s'eſt rien fait du moins qui merite d'être rapporté.

L'huile de tartre étant abſolument neceſſaire pour la production de nôtre vegetation métallique, on conçoit aiſément qu'il en faut une certaine quantité pour donner au mêlange la préparation & la conſiſtance dont il a beſoin pour s'élever & pour ſe criſtalliſer. C'eſt ce qui fait que dans le premier cas la vegetation eſt moins belle que dans le ſecond, où il y a moitié davantage d'huile de tartre.

Mais auſſi quand on en verſe aſſez pour produire l'effet qui a été marqué dans la troiſiéme experience, tous les acides de la diſſolution perdent tout d'un coup leur mouvement ; ſoit parceque le poids & la quantité de l'huile de tartre qui eſt un ſel fixe réſous, les accable ſi fortement qu'ils ſont obligez de lui ceder, ſans pouvoir faire aucune réſiſtance, ſoit parceque ces acides ſe trouvent d'abord engagez par les deux bouts dans les pores qu'ils trouvent de toutes parts à leur paſſage, & qui les tenant en cette ſituation les contraignent à s'arrêter

d'autant plus facilement que ces acides sont déja liez à un métal qui sert encore à les retenir, & qui leur ôte la seule force par laquelle ils pourroient se débarrasser.

Or les parties du fer qui d'abord avoient été extraordinairement attenuées par les acides de l'esprit de nitre, & qui jusqu'au mélange de l'huile de tartre avoient été entretenuës dans la même fluidité, à cause du mouvement violent de ces acides, perdent en cette occasion avec eux toute leur agitation; & comme elles sont naturellement rameuses & embarrassantes, elles se lient & s'accrochent aux parties voisines, ce qui contribuë encore à épaissir la liqueur, de la maniere qu'il a été dit.

Cette masse est incapable de vegeter, parceque ses acides ayant été d'abord fixez par le sel de tartre, & ne s'y étant unis que superficiellement, ils n'ont pû continuer leur route dans les pores interieures de ce sel, & par consequent il ne s'est fait ni cristaux nitreux, ni la fermentation necessaire à exalter plus parfaitement le souffre du fer, & à préparer la matiere pour la vegetation.

Suivant ce raisonnement je me suis imaginé que si par quelque moïen les acides de la masse dont on vient de parler pouvoient être débarrassez d'une partie du sel fixe qui les accable, ces acides reprendroient assez de force pour rétablir la fluidité & la couleur rouge de cette masse, & pour continuer la fermentation qui avoit été étouffée dans son commencement, ce qui rendroit la liqueur propre à vegeter.

Dans cette vûë j'ai versé sur le mélange un peu d'esprit de nitre pur; & ces acides nouveaux tombant sur quelques sels alkalis unis aux anciens acides, ils les ont penetrez & agitez violemment, & ils les ont contraints par-là à quitter le corps qu'ils tenoient engagé & arrêté, ce qui a produit tout l'effet que j'en pouvois attendre; car non-seulement la liqueur a vegeté, mais encore j'ay remarqué par plusieurs experiences réïterées, qu'il se fait de plus belles vegetations par cette voïe-là, que par celles dont il a été parlé cy-dessus. Peut-être est-ce parceque

ſur la même quantité de fer que dans les autres il entre plus de ſel, & qu'il en faut toute cette quantité pour bien attenuer le ſouffre du fer contenu dans le mêlange, & pour lui donner l'exaltation neceſſaire. Peut-être auſſi eſt-ce parceque les nouveaux acides qu'on verſe ſur le mêlange, forment d'abord des criſtaux peu chargez de fer, ſolides, & qui ſe condenſent trés-vîte contre les parois du verre; ce qui produit en cette occaſion un appui plus commode & plus aiſé pour le reſte de la liqueur; que dans les autres voïes où l'on ne verſe point d'eſprit de nitre pur, & où ces premiers criſtaux ne ſont ni auſſi ſolides, ni auſſi abondans. En effet, il m'eſt ſouvent arrivé en ſuivant ce même procedé, de trouver trés-peu de tems aprés le mêlange, non-ſeulement toute la ſurface interne du verre garnie des criſtaux dont il s'agit, mais encore un tiſſu formé d'une infinité de petits criſtaux entrelaſſez les uns dans les autres, & étendus ſur la ſurface du liquide, d'où il ſortoit dans la ſuite comme de petites tiges qui s'élevoient en droite ligne, mais qui n'avoient pas aſſez de force pour ſe ſoûtenir.

Je ne marque point icy la quantité d'eſprit de nitre pur qui doit être verſée ſur le mêlange épaiſſi par l'huile de tartre; c'eſt à l'œil qu'on peut s'en aſſurer, & il en faut juſqu'à ce que toute la matiere paroiſſe bien diſſoute, & d'une couleur rouge foncée; mais quand par hazard j'en ai verſé un peu plus qu'il ne falloit, il m'eſt toûjours arrivé de deux choſes l'une, ou que la liqueur a perdu tout d'un coup ſa couleur rouge, & qu'il s'eſt précipité & criſtalliſé au fond du verre une grande quantité de nitre blanc, ou que la liqueur eſt devenuë d'une couleur conſiderablement moins foncée, & qu'il s'eſt criſtalliſé au fond du verre du nitre blanc, mais en moindre quantité que dans le premier cas, & qu'enfin dans l'un & dans l'autre la vegetation a manqué.

Pour concevoir ce fait, il faut conſiderer que l'eſprit de nitre de trop verſé ſur le mêlange dont il s'agit, ne trouvant plus de ſels alkalis à combattre, agit ſur la ſub-

ſtance métallique unie aux criſtaux nitreux du mêlange, & il la diviſe & l'agite ſi fort, qu'il en dérobe & en enleve une partie à ces criſtaux, qui n'étant plus ſoûtenus comme auparavant vers la ſurface du liquide par la partie graſſe & onctueuſe du fer, bien loin de s'élever & de vegeter ſelon la mécanique déja expliquée, ſe précipitent au fond du vaiſſeau, ou en grande quantité s'il ſe trouve dans le mêlange peu de phlegme propre à les ſoûtenir encore, ou en moindre quantité s'il y a davantage de ce phlegme. A l'égard de la couleur roug edu liquide qui ſe perd tout à fait, ou preſque tout à fait, cela vient de l'extenſion & de l'attenuation exceſſive des parties du fer.

J'ay dit au commencement de ce Memoire qu'il m'étoit arrivé de faire avec le fer & l'eſprit de nitre une diſſolution fort rouge & bien conditionnée, qui après un certain tems s'étoit tout à fait condenſée en des criſtaux blanchâtres, & qui étoit revenuë enſuite en liqueur rouge comme elle étoit auparavant. J'ay voulu voir ſi cette diſſolution particuliere étant miſe en œuvre produiroit une vegetation differente des autres. J'y verſai donc aſſez d'huile de tartre pour la réduire en une maſſe épaiſſe, ſur laquelle je jettai de l'eſprit de nitre juſqu'à ce que toute la maſſe fut en liqueur; je la laiſſai en cet état pendant quelques heures, & après ce tems je la trouvai toute differente de ce qu'elle eſt ordinairement; car elle s'étoit condenſée en une matiere ferme, coriaſſe, qui ſe diviſoit difficilement, & qui avoit une peau mince & fort tenace.

Je coupai cette matiere en deux parties, que je mis dans deux verres differens. Je verſai ſur une de ces deux portions de nouvel eſprit de nitre pour la rediſſoudre entierement; elle ſe réduiſit effectivement en liqueur, dont la plus grande partie monta à la maniere ordinaire le long des parois du verre juſqu'au haut; où elle produiſit une belle vegetation: le reſte de la matiere s'éleva du fond du verre preſque juſqu'au haut en droite ligne, & ſans

s'appüier contre les parois du vaiſſeau, formant de cette maniere pluſieurs tiges fortes & ſolides, dont l'extrémité ſuperieure étoit plus rouge que le reſte. Cette vegetation extraordinaire eſt repreſentée dans la premiere Figure.

L'autre portion de la matiere ferme & coriaſſe ſur laquelle je n'avois pas jetté une ſeconde fois de l'eſprit de nitre comme ſur la précedente, & que j'avois au contraire laiſſée dans le même état, jetta peu de tems après pluſieurs petites tiges rouges qui ſembloient ſortir de cette matiere, comme les herbes ſortent de terre, je fis un trou dans un endroit de cette maſſe, j'y verſai de l'eau commune en differentes fois, & chacune des petites tiges dont on vient de parler s'éleva conſiderablement & preſqu'à vûë d'œil à meſure que la maſſe fut humectée. L'eau à chaque fois diſparut très-vîte, & elle occaſionna encore une élevation de quelques parties de la maſſe délayée qui monterent le long des parois du verre, & qui formerent au haut une vegetation. Cette maſſe deſſechée a toûjours conſervé au fond du verre la peau dure & coriaſſe qui l'entoure, & elle reſſemble en l'état où elle eſt à une motte de terre qui ſeroit couverte de differentes ſortes de petites plantes. Cette autre vegetation extraordinaire eſt repreſentée dans la ſeconde Figure.

J'ay ſouvent remarqué que quand on ne verſe point aſſez d'eſprit de nitre pur ſur la diſſolution du fer épaiſſie par l'huile de tartre, la liqueur ſe recondenſe une ſeconde fois peu de tems après le mélange ; parceque les nouveaux acides ne ſuffiſent pas pour débarraſſer entierement les anciens, des ſels alkalis qui ſont de trop dans le mélange, & qui y dominent encore aſſez pour lui ôter de nouveau ſa fluidité qu'il n'avoit acquiſe que pour quelque tems, & par l'agitation que le choc des nouveaux acides avoit communiquée à ſes parties : mais il y a cette difference entre le cas précedent qui vient d'être remarqué & celui-ci, que j'avois jetté dès la premiere fois une quantité plus que ſuffiſante d'eſprit de nitre pur ſur la

masse du cas précedent, & que quoique j'en eusse versé une seconde fois pour achever de la rendre fluide, elle s'étoit encore condensée en partie au fond du verre. D'ailleurs elle étoit beaucoup plus ferme & plus solide que l'autre, & ses tiges étoient beaucoup plus longues, & se soûtenoient infiniment mieux que toutes celles que j'aye jamais vû s'élever de la même maniere; ce qui marque que la dissolution particuliere qui avoit été emploïée en cette occasion, avoit été cause de cet effet, par l'extrême facilité que ses acides avoient naturellement à perdre leur mouvement, & à prendre une forme solide.

Les differences qui se rencontrent ordinairement entre plusieurs vegetations du fer, & pour leur forme & pour le tems qu'elles mettent à se former, ne dépendent pas seulement des proportions differentes des liqueurs necessaires pour cette operation; car souvent en observant les mêmes proportions avec la derniere précision dans deux vegetations, elles ne laissent pas d'être considerablement differentes entr'elles; ce qui vient ou de ce qu'elles ont été faites en des saisons ou en des tems differens, & suivant lesquelles la constitution de l'air favorise plus ou moins la cristallisation de la liqueur; ou de ce que leurs vaisseaux sont d'une forme differente; car la liqueur monte plus ou moins facilement suivant cette circonstance; ou de la force particuliere de l'esprit de nitre emploïé pour chaque vegetation; ou des lieux differens où elles ont été formées; ou enfin d'autres circonstances moins sensibles, & qui ne laissent pas d'apporter un changement notable à l'operation, comme je l'ay souvent remarqué.

Voilà tout ce que j'ay observé de plus particulier dans les differentes manieres de faire vegeter le fer: voïons presentement ce qui se passe quand la vegetation est faite.

D'abord elle est ordinairement moins belle, & moins distincte que peu de tems après, parcequ'elle est trop humide, & que cette humidité en gonflant les parties en empeche la distinction. D'ailleurs elle est un peu trop

haute en couleur, ce qui se dissipe toûjours assez, comme il sera dit. Mais après un certain tems la matiere se desseche à un point, qu'elle devient comme ces fleurs fannées qui ont perdu une grande partie de leur volume. Cette même matiere en se dessechant perd aussi presque toute sa couleur; car de rouge qu'elle est ordinairement, elle devient d'un jaune pâle.

La raison en est qu'outre les humiditez aqueuses qui s'évaporent pendant que la matiere se desseche, & qui peut-être contribuoient à exciter la couleur rouge en donnant action aux acides du mêlange sur les souffres du fer, il y a encore tout lieu de croire qu'insensiblement il s'en dégage, & qu'il s'en échape des parties actives & exaltées, qui sont celles qui produisent la couleur rouge. Voici un fait qui le prouve sensiblement.

J'avois fait quinze ou seize vegetations dans une même chambre, & il arriva que depuis le tems que se formerent ces vegetations, jusqu'à ce qu'elles furent dessechées, il se conserva dans la chambre une odeur si forte que tous ceux qui y entroient en étoient frapez, & que moy-même j'en fus incommodé. Cette odeur diminua beaucoup quand les vegetations furent sechées jusqu'à un certain point, mais elle ne cessa point tout à fait, au contraire elle subsista encore assez long-tems d'une maniere sensible.

Les parties qui en s'exhalant produisent cette odeur, ne sont autre chose que quelques acides les plus volatiles, ou le moins engagez dans le corps du mêlange, & avec eux les souffres ausquels ces acides s'étoient unis dans le fer, & qu'ils enlevent en se separant de la matiere; car j'ay fait voir dans mon Memoire du 14. Avril 1706, & j'ay repeté au commencement de celui-ci, que quand le fer avoit été penetré par des acides: & que ces acides en sortoient ensuite, ils entraînoient toûjours avec eux des souffres de ce metal; ce qui lui apportoit un changement considerable; cette perte des acides & des souffres de notre mêlange paroît encore s'accorder avec les experiences suivantes.

J'ay

J'ay voulu voir si la matiere dessechée d'une ancienne vegetation pourroit vegeter de nouveau ; pour cela j'ay separé cette matiere des parois du verre où elle étoit attachée, & je l'ay mise au fond du même verre que j'ay presque rempli d'eau ; j'ai bien broüillé la matiere dans l'eau pour l'y faire dissoudre, & j'ay laissé ensuite le tout en repos. La liqueur a acquis une couleur jaunâtre, & elle a été un assez long-temps sans rien produire de bien sensible & de bien distinct ; enfin sa couleur est devenuë plus vive, & a tiré sur le rouge, & souvent même en repetant la même experience depuis, je l'ay vûë devenir encore plus rouge & plus vive, & la matiere a commencé alors à monter sensiblement. Quand la liqueur a été tout à fait enlevée, j'ay trouvé au fond du verre une matiere moins grasse au toucher, & plus roide que celle qui étoit montée ; j'y ay versé de nouvelle eau pour la dissoudre, mais la liqueur n'a guére produit autre chose, & pour le temps considerable que les cristaux ont mis à monter, & pour la maniere dont ils se sont arrangez, que ce qu'il a déja été remarqué que le nitre artificiel dissous dans l'eau & sans mélange de fer produisoit, c'est à dire, une plaque mince & unie qui n'avoit aucune apparence de vegetation, & qui n'avoit été formée que par un petit nombre de cristaux faciles à se condenser, & qui se traînoient avec peine le long des parois du verre à mesure que l'eau dans laquelle ils nageoient s'évaporoit, & les soûtenoit en s'élevant.

Il paroît par cette experience que j'ai reïterée un grand nombre de fois, qu'une partie de la matiere d'une ancienne vegetation devient par le temps incapable de vegeter, & que l'autre conserve toûjours cette vertu, ou du moins se raccommode & se rétablit aisément dans cette force par le moïen de l'eau commune. Pour concevoir la raison de ces differens effets, il faut d'abord se ressouvenir de ce qui a été dit dans le présent Mémoire ; sçavoir, que plus on avoit soin de conserver les parties volatiles du mélange, plus la vegetation se faisoit bien &

promptement; qu'il falloit de plus que toutes les parties du mêlange fussent dans une proportion convenable, & une liaison intime. Cela étant, s'il y a lieu de conjecturer que pendant que la matiere d'une ancienne vegetation se desseche, quelques-unes des parties les plus volatiles se dégagent tout à fait, quelques autres se dérangent, les unes plus, les autres moins, on rendra aisément raison de tout ce qui arrive, non-seulement dans l'experience qui vient d'être rapportée, mais encore dans plusieurs autres qui viendront ensuite.

L'eau versée sur la matiere d'une ancienne vegetation, sépare & enleve insensiblement les parties les plus dissolubles du mêlange. Or les parties qui ont le plus de facilité à être soûtenuës dans le liquide, & qui s'y dissolvent effectivement, sont celles qui contiennent une plus grande quantité des principes actifs du mêlange, & particulierement de la substance sulphureuse du fer; ce qui se reconnoît aisément par l'inspection de la matiere qui a vegeté, & de celle qui a resté au fond du vaisseau; car l'une est fort grasse au toucher, & l'autre est roide & bien moins grasse. De plus, j'ai fait voir dans ce Memoire que telle partie nitreuse qui sans le mêlange du fer se précipiteroit au fond du vaisseau, se soûtient avec le fer dans le liquide, dont elle occupe même le dessus.

L'eau donc s'étant chargée de la partie la plus dissoluble & la plus propre à vegeter, il s'y fait une petite fermentation qui se reconnoît, 1°. Par des bulles d'air qui s'entretiennent, & quelquefois même en assez grande quantité sur le liquide. 2°. Parce que ce liquide acquiert une couleur rouge, qui est le dernier effet de la fermentation, & la marque que les parties du mêlange sont suffisamment exaltées pour pouvoir s'élever. Cette fermentation vient apparemment ou de ce que la matiere la plus active & la plus dissoluble a enlevé avec elle dans le liquide quelques parties fixes & grossieres, dont elle se débarrasse & se sépare ensuite par l'agitation que l'eau communique à ses parties; ou de ce que cette matiere ayant souf-

fert quelque alteration dans l'union & l'arrangement de ſes principes pendant qu'elle a été expoſée à l'air, l'eau dans laquelle ils nagent & qui les agite, leur donne occaſion d'agir les uns ſur les autres, de ſe réünir, & de s'exalter aſſez pour pouvoir s'élancer vers la ſurface du liquide, d'où ils montent pour la ſeconde fois juſqu'au haut du verre par la même mécanique & de la même maniere que la premiere fois; avec cette difference néanmoins que cette ſeconde vegetation n'eſt ordinairement ni auſſi belle, ni auſſi prompte qu'elle l'étoit en premier lieu; non-ſeulement parce que les parties du mêlange ne contiennent plus la même quantité de principes vifs & actifs, mais encore parce que la fermentation qui regne dans le liquide n'y peut plus être auſſi forte qu'elle l'étoit la premiere fois.

La matiere fixe qui reſte au fond du vaiſſeau, & qui n'a pû vegeter comme l'autre, eſt la partie du mêlange qui a ſouffert une plus grande alteration, & par la diſſipation, & par le dérangement de ſes principes. La comparaiſon de cette matiére & de ſes effets, avec celle qui eſt beaucoup plus graſſe, & qui a vegeté de la maniere que je le viens d'expliquer, prouve évidemment combien l'union intime du ſouffre du fer aux criſtaux nitreux du mêlange leur eſt neceſſaire, non-ſeulement pour les rendre plus faciles à être ſuſpendus dans le liquide & à s'élever, mais encore pour qu'ils ne produiſent pas une ſimple plaque mince & unie qui n'a aucune forme de vegetation, & au contraire pour que leurs parties plus affinées & plus ſubtiliſées par ce ſouffre qu'elle ne le ſont naturellement, puiſſent s'élancer de differens côtez, & d'une maniere propre à repreſenter des figures de fleurs qui ſemblent ſortir de la ſurface du verre, comme j'ai déja dit, que les feuilles de certaines plantes qui couvrent les murailles paroiſſent en ſortir.

J'ay reconnu par pluſieurs experiences que moins on laiſſoit d'intervalle entre la premiere vegetation de notre mêlange, & ſa ſeconde vegetation faite par le moïen de

l'eau commune, plus cette matiere revegetoit abondamment & distinctement, & moins par consequent il restoit aprés la vegetation de la matiere fixe & incapable de vegeter dont il a été parlé; la raison en est évidente; car les principes du mêlange se dissipent & se dérangent plus ou moins suivant la quantité du temps qu'ils ont eu pour cela.

J'ay encore remarqué que souvent telle matiere étoit capable de vegeter une seconde fois, qui après avoir été dessechée & remise dans l'eau, ne pouvoit plus vegeter une troisiéme. J'en ay vû d'autres qui avoient un peu plus de force, mais cependant dont la troisiéme vegetation étoit peu haute, peu distincte, & formée par des cristaux grossiers, roides & peu sulphureux en comparaison de ce qu'ils étoient auparavant. Enfin quelque force qu'ait la matiere pour pouvoir revegeter, toûjours est-il vrai de dire qu'elle la perd entierement, si après qu'elle a vegeté & qu'elle a été bien dessechée, on s'obstine à la replonger dans l'eau pour lui faire recommencer le même manege; car à chaque fois qu'elle se dissout dans l'eau, j'ay prouvé que son souffre s'exaltoit, & ce souffre s'échappe ensuite d'autant plus facilement pendant que la matiere se desseche, qu'il a été fortement exalté, & qu'il est uni à un acide très-volatile; de sorte qu'à la fin il n'en reste plus au mêlange, ou s'il lui en reste, il est en trop petite quantité pour produire rien de sensible; de plus les parties de la matiere se dérangent toûjours de plus en plus, ce qui la met enfin hors d'état de reproduire son premier effet.

Je finirai mes observations sur les vegetations anciennes, par une experience que j'ai faite un grand nombre de fois, & par laquelle de deux vegetations qui en se sechant avoient perdu toute leur beauté, on en peut faire en beaucoup moins de temps que par toute autre voïe, une nouvelle d'une couleur & d'une construction fort agreable à la vûë. Je choisis pour cela une matiere qui n'ait vegetée qu'une fois; je la sépare du verre où elle étoit atta-

chée, j'y verse de l'eau pour la dissoudre, & quand l'eau a acquis la couleur qui dénote que la matiere est prête à s'élever, je la reverse dans un verre où il y ait une vegetation semblable à la premiere, mais qui n'en ait point été separée. La liqueur trouvant le long des parois du verre des cristaux tout faits, monte par leur moïen beaucoup plutôt qu'elle n'auroit fait, jusqu'au haut du vaisseau où est le fort de la vegetation ancienne, qui lui sert encore d'appui, & sur laquelle la liqueur se condense ordinairement en une belle vegetation, qui couvre & qui fait entierement disparoître l'ancienne vegetation.

Cette experience prouve une chose déja avancée dans ce Memoire; sçavoir, que les cristaux qui se forment d'abord contre les parois du verre au commencement d'une vegetation, servent ensuite de base & d'appui au reste de la liqueur, & font qu'elle s'éleve plus aisément & plus vîte jusqu'au haut du vaisseau.

Il ne me reste plus qu'à rapporter les diverses experiences que j'ai faites, en substituant en differens cas, des alkalis volatiles, aux alkalis fixes qui entrent dans notre mêlange; d'autres acides à ceux du nitre qui y entrent aussi, & enfin d'autres métaux au fer.

Je commence par les alkalis; j'ai jetté très-souvent de l'esprit volatile de sel ammoniac, au lieu d'huile de tartre, sur du fer dissout par l'esprit de nitre: la liqueur a fermenté, s'est soûlevée, & a produit un précipité jaunâtre & épais, que je n'ai jamais pû faire vegeter par aucune des manieres dont le fer vegete avec l'huile de tartre.

Il est aisé de concevoir la raison de cette difference, dès qu'on fait attention à la nature particuliere du sel fixe de tartre, & du sel volatile ammoniac, & aux effets differens qui résultent du mêlange de chacun de ces sels avec l'esprit de nitre.

On convient que le sel de tartre n'est alkali que par sa partie terreuse, qui fixe de maniere ce sel, qu'il est capable de résister à une violence de feu très-considerable. Pour le sel volatile ammoniac, aussi-bien que tous les au-

tres sels volatiles alkalis, il y a tout lieu de croire qu'ils ont été rendus tels, en déposant ce qu'ils avoient de plus terreux & de plus grossier, & s'unissant tres-intimement à des parties huileuses qu'ils trouvent dans le vegetal ou dans l'animal, & qui rendent ces sels susceptibles non-seulement d'élevation à la moindre chaleur, mais encore de fermentation & de combat quand on leur présente des acides.

Pour ce qui est des differens effets de ces deux sels sur l'esprit de nitre pur, j'ai déja dit que quand on mêle ensemble une certaine quantité d'huile de tartre, & de bon esprit de nitre, presque tout le mélange se convertit en un sel solide, qui se précipite & se cristallise au fond du vaisseau, faute d'une assez grande quantité de phlegme pour le soûtenir, & qu'il surnage seulement un peu d'eau chargée du même sel, ce qui est à remarquer; car avant que ces deux liqueurs fussent mêlées ensemble, les acides de l'une & les sels alkalis de l'autre trouvoient séparément assez de phlegme pour se tenir suspenduës.

Quand au contraire on jette de l'esprit de nitre sur de l'esprit de sel ammoniac, la liqueur après avoir violemment fermenté acquiert un goût salé; mais je n'ay jamais vû qu'il se précipitât du sel, il ne se fait point non plus de cristaux longs & solides comme dans l'autre cas, & toute la liqueur peut s'évaporer avec son sel par le même feu qui ne feroit guére autre chose que dessecher les cristaux nitreux formez par l'union de l'esprit de nitre & du sel de tartre.

Cette difference d'effets de l'huile de tartre & de l'esprit volatile de sel ammoniac, suit de la nature qui leur a été attribuée; car le sel de tartre par sa partie terreuse fixe & appesantit en quelque sorte les acides qui s'y sont unis, & il résulte de ce mêlange un nouveau sel trop pesant & trop compacte pour pouvoir être soûtenu tout entier dans le liquide; au lieu que le sel volatile ammoniac par sa partie huileuse qui est naturellement fort legere, fort rarefiée, & fort volatile, se peut aisément soûtenir

dans le liquide avec les acides qui lui ſont joints, & peut-être même contribuer à les rendre encore plus volatiles qu'ils ne le ſont, & plus aiſez à être enlevez par le feu. En effet, ſi l'on évapore par une tres-douce chaleur tout le phlegme de ce mêlange, il reſtera au fond du vaiſſeau un ſel qui étant mis ſur une pele chaude, s'éleve dans l'inſtant même avec une fort grande rapidité, & ſans laiſſer rien ſur la pele.

Tout ceci bien entendu, le ſel ammoniac verſé ſur l'eſprit de nitre chargé de la ſubſtance du fer, ne peut faire vegeter ce mêlange, parce qu'il ne donne point aſſez de corps aux acides pour les réduire, comme fait le ſel de tartre, en des criſtaux longs & ſolides, ſans quoi il a été prouvé dans ce Memoire que la vegetation ne pouvoit ſe faire.

Voilà ce que j'ai remarqué ſur les differens alkalis. Je viens préſentement aux acides, dont j'ai emploïé bien des ſortes en place de l'eſprit de nitre; mais outre que le mêlange où ils ont entré s'eſt toûjours élevé bien moins vîte & moins haut, il n'a encore produit qu'une croûte ſaline qui n'avoit aucune apparence de vegetation. Cette difference vient apparemment de ce que les acides de l'eſprit de nitre étant plus déliez & plus ſulphureux que ceux de tous les autres eſprits acides, le mêlange où ils entrent eſt auſſi plus diſpoſé à s'élever & à s'élancer d'une maniere propre à former des figures de vegetation. On peut même dire que les autres eſprits acides mêlez à celui du nitre, & emploïez dans le même mêlange, empêchent les figures de vegetation qui ſeroient produites ſans cela. Voici ce qui me le fait aſſurer.

J'ai verſé ſur du fer diſſous par l'eſprit de nitre autant d'huile de tartre qu'il en a fallu pour réduire tout le liquide en une maſſe épaiſſe. J'ai rétabli enſuite la fluidité de cette maſſe par une ſuffiſante quantité d'eſprit de vitriol, & la liqueur aprés un aſſez long-temps n'a produit contre la ſurface du verre qu'une croûte jaunâtre, qui s'eſt élevée à la verité en moins de temps, & plus abondamment

que celle qui se forme après le mélange de l'huile de tartre & de l'esprit de nitre pur & sans fer, mais qui n'avoit pas plus l'air d'une vegetation.

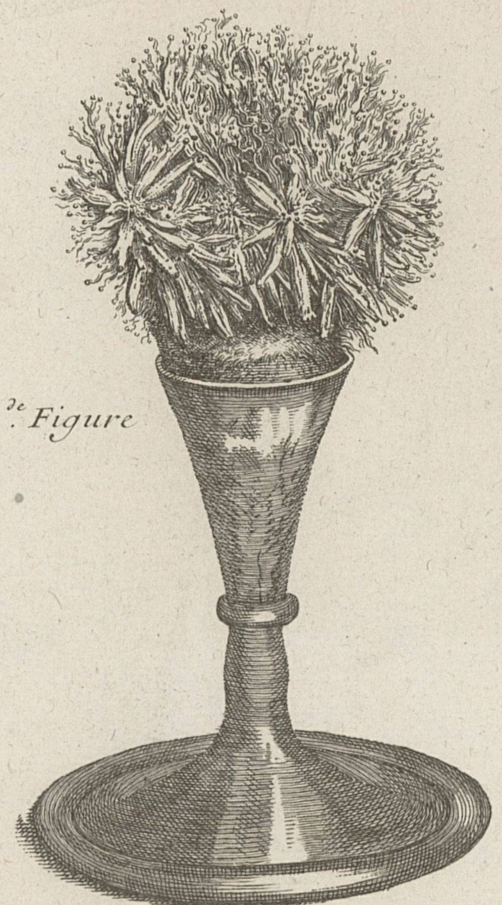
Je me suis encore servi du vinaigre distillé dans la même vûë, & de la même maniere. La liqueur s'est élevée avec beaucoup de peine, & peu haut, & elle n'a produit après bien du temps que quelques cristaux qui s'entre-croisoient confusément les uns & les autres, sans avoir aucune forme de vegetation.

Je finis par les métaux. J'ay essayé si ceux qui se dissolvent par l'esprit de nitre, étant preparez de la même maniere que le fer, produiroient une vegetation semblable. Celui dont j'esperois le plus pour cet effet étoit le cuivre, car on sçait qu'il contient beaucoup de souffre. Cependant après un grand nombre de differentes experiences plusieurs fois reïterées sur ce métal, je n'ay pû réüssir à aucune vegetation sensible, ni même à rien qui en approchât, & le mélange a toûjours demeuré opiniâtrement au fond du verre.

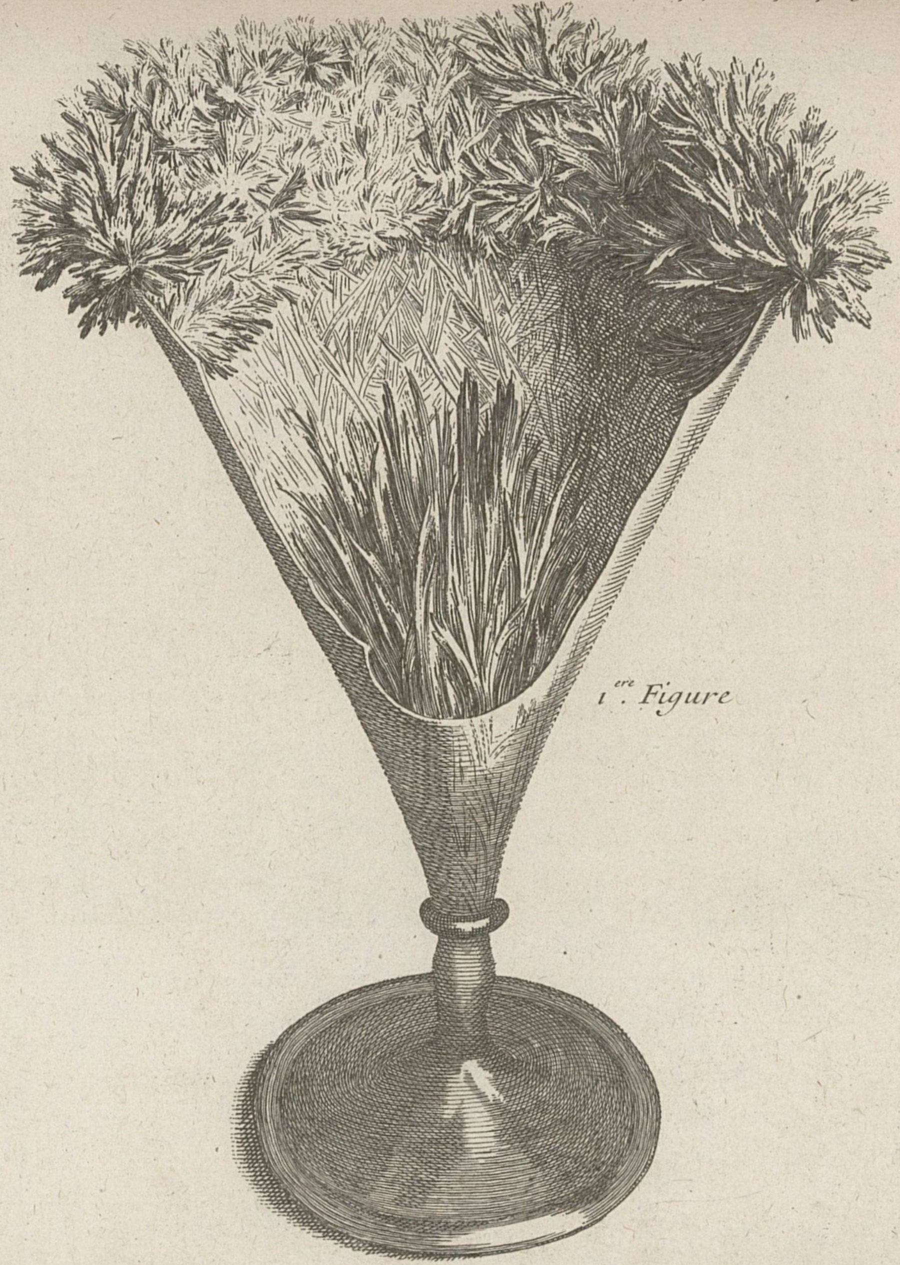
J'ay encore fait une tentative sur le cuivre; mais il est bon d'avertir que je ne l'ai faite qu'une seule fois. J'ai tâché de faire vegeter ensemble une égale partie de cuivre & de fer, & quand la matiere a été préparée, il s'en est élevé si peu de chose, qu'il est visible que le cuivre a empêché en cette occasion la vegetation du fer.

Je ne veux pas conclure de toutes ces experiences que le cuivre soit absolument incapable de vegeter par le procedé dont je me sers pour faire vegeter le fer. Car il se pourroit faire que faute de quelque circonstance insensible, j'eusse manqué le point du mélange necessaire à la vegetation du cuivre, ce que j'ai néanmoins beaucoup de peine à croire; mais du moins j'ai droit de conclure que le fer est beaucoup plus propre pour cet effet que le cuivre, puisqu'il est rare de manquer la vegetation du fer, & qu'il est très-difficile & peut-être même impossible de parvenir à celle du cuivre par la même voïe.

Après le cuivre j'ay travaillé sur le mercure, & je n'ay pas



2de. Figure



1ere. Figure

pas plus réüssi sur l'un que sur l'autre: tout ce qui m'a paru, c'est que quelquefois & aprés un long-tems, il s'élevoit un peu au-dessus de la liqueur, & contre la surface interne du verre, une croûte mince, saline & jaunâtre, qui ne sembloit s'y former qu'à mesure de l'évaporation insensible & naturelle du phlegme du mêlange, & enfin quand tout étoit évaporé, on retrouvoit presque tout le mercure précipité au fond du verre.

J'ay encore fait une experience sur le mercure. Comme il entre avec l'argent dans l'arbre de Diane, j'ay voulu voir si son mêlange avec le fer ne produiroit rien de particulier dans le cas de notre procedé. Quand la liqueur a été bien préparée, tout le fer s'est élevé en peu de tems, & a produit une belle vegetation rouge au haut du verre, & le mercure a demeuré au fond en poudre jaune.

Le bismut étant un corps métallique qui se dissout par l'esprit de nitre, j'ay essayé plusieurs fois s'il pourroit être rendu vegetable par le mêlange de nos liqueurs acides & alkalines, mais toutes mes experiences ont été inutiles. Je n'ay point encore essayé la même chose sur l'argent, mais je ferai cette experience avec plusieurs autres que j'ai à faire sur le même métal.

Au reste comme le souffre du fer se manifeste, se dévelope, & a par consequent plus de force & d'activité que celui des autres métaux, on ne doit pas être surpris si le mêlange où entre le fer differe si fort par ses effets de tous les mêlanges où on lui a substitué d'autres métaux.

QUADRATURES

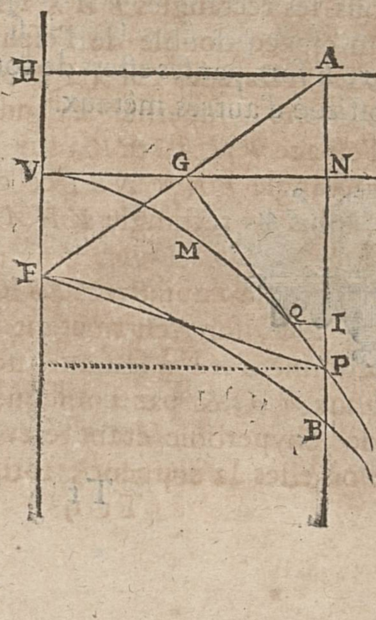
De superficies Cylindriques sur des bases Paraboliques, Elliptiques & Hyperboliques.

PAR M. DE LA HIRE.

1707. 20. Juillet.

MOnsieur Paschal est le premier, que je sçache, qui ait publié & démontré dans ses Lettres sous le nom de *A Dettonville*, que si l'on éleve perpendiculairement sur le plan d'un quart de cercle, tous les sinus aux points de leurs arcs, ils formeront un espace Cylindrique égal au quarré du rayon du cercle. D'où il suit que les cordes d'un demi-cercle étant aussi élevées de même sur leurs arcs du demi-cercle, formeront un espace Cylindrique égal au quarré du diametre du demi-cercle. Mais il me semble qu'on n'a pas examiné si dans les autres Sections Coniques il n'y avoit rien de semblable à cette proprieté du cercle, qui est une des plus utiles & des plus belles que l'on doit à la Geometrie des indivisibles. Voici ce que j'y ai trouvé dans l'examen que j'en ai fait.

THEOREME I.



Soit une Parabole VMP dont l'axe est HF, le foyer F, & la ligne HA perpendiculaire à l'axe en H, ensorte que VH soit égale à VF qui est égale au quart du Parametre de l'axe.

Je dis que si de quelque point A de la ligne HA on mene AF au foyer, & AP parallele à l'axe jusqu'à la Parabole en P, & qu'au

point P on éleve FA perpendiculairement ſur le plan de la Parabole, & qu'on faſſe de même pour tous les points A d'une portion HA déterminée ſur cette ligne ; on aura une portion ou eſpace d'un cylindre droit qui a pour ſa baſe la Parabole VMP, lequel ſera égal à deux fois l'eſpace mixte $VHAPMV$ qui eſt un eſpace connu.

Car ayant mené la touchante VGN par le ſommet V de l'axe de la Parabole, & la touchante PG par le point P, on ſçait par les proprietés de la Parabole, que ces deux touchantes ſe rencontreront en G ſur la ligne FA, & qu'elles formeront l'angle droit FGP, & que FG ſera égale à GA, & VG égale à GN, & enfin les deux triangles rectangles PGF, PGA ſeront égaux.

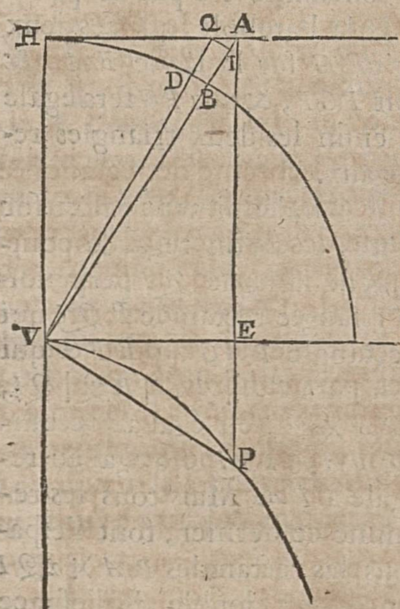
Mais ſi l'on prend la ligne PQ indéfiniment petite ſur la Parabole ou ſur ſa touchante, ce qu'on regarde comme la même ligne, & qu'on mene la ligne QI perpendiculaire à AP, on formera le triangle rectangle PQI qui ſera ſemblable au triangle rectangle PAG ou PFG qui lui eſt égal ; c'eſt-pourquoy on aura $PA | AG || PQ | QI$, d'où il ſuit que le rectangle $PA \times QI$ eſt égal au rectangle $AG \times PQ$; & le rectangle $PA \times 2QI$ ſera égal au rectangle $PQ \times 2AG$ qui eſt égale à FA. Mais tous les rectangles enſemble formés comme ce dernier, font l'eſpace cylindrique propoſé ; & tous les rectangles $PA \times 2QI$ qui leur ſont égaux, font un eſpace double de l'eſpace $VHAPMV$, à cauſe que tous les rectangles $PA \times QI$ ſont égaux enſemble à cet eſpace ; donc la ſuperficie cylindrique propoſée eſt double de l'eſpace $VHAPMV$, qui eſt un eſpace égal au tiers du rectangle $VN \times NP$, ce qui eſt connu dans la Parabole, plus le rectangle $VHAN$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Mais ſi l'on décrit une hyperbole équilatere FB qui ait HF pour la moitié de ſon axe, ſon centre étant en H, on ſçait que toutes les ordonnées AB à ſon axe indéterminé HA, ſeront égales aux FA, & par conſequent toutes les ordonnées AB de l'hyperbole étant élevées aux points P de la Parabole où elles la coupent, forme-

ront le même espace cylindrique que nous venons d'examiner.

THEOREME II.

Soit une Parabole *VP* dont l'axe est *VH*, & que *VH* soit égale au parametre. Par le point *H* soit mené *HA* perpendiculaire à l'axe *VH*, & par quel point on voudra *A* de la ligne *HA* soit mené *AV* au sommet *V* de la Parabole, & soit *VE* touchante en *V*. Enfin du point *V* pour centre & pour rayon le parametre *VH* soit décrit le cercle *HDB* qui coupe en *B* la ligne *VA*. Si au point *B* du cercle on éleve perpendiculairement sur le plan de la Parabole la ligne *AP*, & qu'on fasse la même chose pour tous les points de la partie *HA* de la ligne *HA*.



Je dis que l'espace de la superficie cylindrique formée par toutes les *AP* sur les points *B*, sera égale au rectangle *VHAE*.

1°. Si l'on mene la ligne *VP* du sommet *V* au point *P*, je dis que le triangle *AVP* sera rectangle en *V*, & semblable au triangle rectangle *VHA*. Car à cause de la Parabole, le rectangle $PE \times EA$ qui est le parametre, sera égal au quarré de *VE*, donc $PE \mid EV \parallel EV \mid EA$; & par consequent le triangle *AVP* est rectangle en *V*. Mais aussi l'angle *VAP* étant égal à l'angle *AVH*, le triangle rectangle *HAV* sera semblable au triangle rectangle *VAP*. On aura donc $PA \mid VA \parallel VA \mid VH$.

2°. Si l'on prend *AQ* indéfiniment petite sur *AH* &

qu'on mene *QDV*, & du point *Q* si l'on mene la perpendiculaire *QI* sur *VA*, le petit triangle *QIA* sera semblable au triangle *AVP* : c'est-pourquoy *AP* | *AV* || *AQ* | *QI*. Mais *AV* | *VB* ou *VH* son égale || *QI* | *DB* ; donc *ex æquo* *AP* | *VH* || *AQ* | *BD* ; donc le rectangle *AP* × *BD* sera égal au rectangle *VH* × *AQ*. Ce sera la même chose pour toutes les parties indéfiniment petites de la ligne *HA*. Mais toutes les *AP* × les arcs *BD* qui forment l'espace cylindrique proposé, seront égales à toutes les *AQ* × *VH* qui forment le rectangle *VHAE*. *Ce qu'il falloit démontrer.*

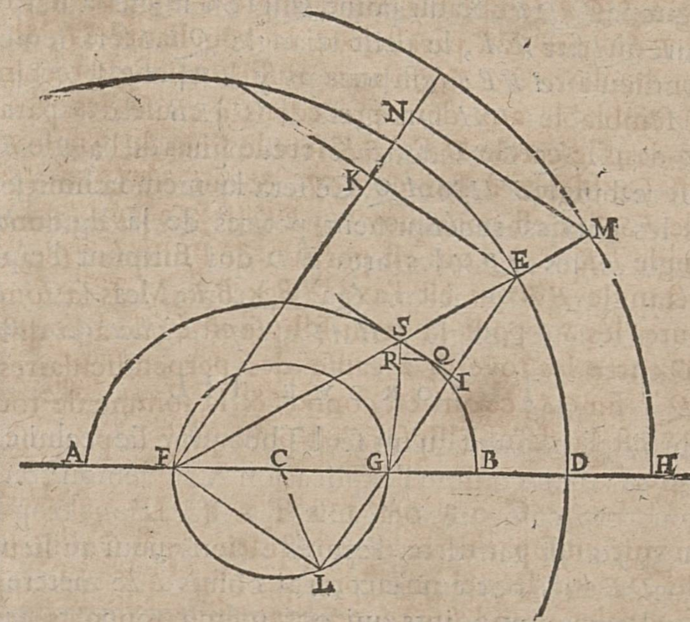
THEOREME III.

J'aurois pû ne faire qu'un seul Theoreme de celui-ci & du suiv nt ; mais comme l'explication & la démonstration seroient trop composées à cause des distinctions trop frequentes, j'en ai fait deux separés : mais pour faire voir l'analogie qu'ils ont entr'eux, j'ai observé de mettre les mêmes lettres aux points qui ont même rapport, outre qu'il y a quelques proprietés particulieres à l'un & à l'autre.

Si sur une ligne droite *AB* il y a deux points *FG* également éloignés de *A* & de *B*, & de plus sur *AB* prolongée vers *D* si l'on prend la grandeur *BD* égale à *BG*, & que du point *F* pour centre & pour rayon *FD* on décrive le cercle *DE*, & que du point *G* ayant mené quelque ligne *GE* jusqu'au cercle en *E* & ensuite *FE*, si l'on divise *GE* en deux également en *I*, la ligne *SI* perpendiculaire à *GE* rencontrera *FE* en un point *S* qui sera sur une Ellipse laquelle aura *AB* pour son grand axe & qui sera égale à *FE*, & la ligne *SI* touchera l'Ellipse en *S*.

Cette proposition est évidente ; car si l'on mene *GS*, elle sera égale à *ES*, & par consequent *FS*, *GS* seront ensemble égales à l'axe *AB*, qui est une proprieté des foyers *FG* de l Ellipse.

Ce qu'il y a de remarquable ici, c'est que le cercle *DE* où se termine la ligne *GE* menée du foyer *G*, fait le même office dans l'Ellipse que dans la Parabole, la ligne



droite perpendiculaire à l'axe, & qui le rencontre dans un point autant éloigné du sommet qu'en est le foyer; ce qui est aussi de même ici où le cercle *DE* rencontre l'axe en *D*, ensorte que *BD* est égale à *BG*: mais dans la Parabole l'autre foyer comme *F* étant à distance infinie, aussi le cercle *DE* qui auroit son centre à distance infinie devient une ligne droite.

Je dis maintenant que si par tous les points *S* de la demi-Ellipse *ASB* on éleve des perpendiculaires à son plan, lesquelles soient les sinus des angles *FEG* ou *EGS* qui sont égaux entr'eux, & qui sont les moitiés des angles *FSG* à l'Ellipse sur les foyers *FG*, en posant pour rayon du cercle des sinus l'axe *AB* ou *FE*; tous ces sinus formeront un espace sur le Cylindre droit qui a pour base la demi-Ellipse *ASB*, lequel sera égal au rectangle fait de l'axe *AB* & de la distance *FG* entre les foyers.

Si de quelque point *Q* pris sur la touchante indéfiniment proche du point *S* qu'on peut considerer aussi sur la Courbe, on mene *QR* perpendiculaire à *GS*, on aura le

triangle SQR ſemblable au triangle GSI; & ſi par le point E on tire EK parallele à la touchante SI, & FK perpendiculaire à EK, on aura auſſi le triangle rectangle EFK ſemblable aux deux précedens à cauſe des paralleles, & dans le cercle DE, EK ſera le ſinus de l'angle EFK qui eſt ſemblable à l'angle SGI, & qui eſt la moitié de l'angle FSG: c'eſt-pourquoy $FE | EK || QS | SR$; donc le rectangle $EK \times QS$ qui eſt portion de l'Ellipſe, ſera égal au rectangle FE qui eſt l'axe $AB \times BR$. Mais la ſomme de toutes les SR pour la demi-Ellipſe eſt égale à la diſtance FG entre les foyers, à cauſe des perpendiculaires ou arcs QR ſur GS, ce qui eſt connu, & la ſomme de toutes les QS eſt la demi-Ellipſe; c'eſt-pourquoy la propoſition eſt vraïe.

COROLLAIRE I.

On voit auſſi par cette démonſtration que ſi au lieu du cercle DE ſur lequel on a pris les ſinus EK des angles EFK, on les prend ſur tout autre cercle, ou plus grand comme ſur HM, ou plus petit, on dira toûjours la même choſe; car alors ce nouveau cercle HM étant concentrique à DE, & ayant prolongé s'il eſt neceſſaire FE en M, on aura le triangle rectangle FMN formé par le rayon FM & par le ſinus MN de l'angle EFK, ſemblable au triangle rectangle FEK; d'où l'on concluëra, comme on a fait, que l'eſpace cylindrique fait par tous les ſinus MN ſur les arcs S de la demi-Ellipſe leſquels leur correſpondent, ſera égal au rectangle fait du rayon FM ou FH, & de la même diſtance FG entre les foyers.

COROLLAIRE II.

Si l'on prolonge EG du côté de G juſqu'au cercle DE, on formera l'autre demi-Ellipſe dont on concluëra la même choſe que ci-devant.

COROLLAIRE III.

Si ſur FG pour diametre on décrit le cercle FLG, & que EG prolongée ou non le rencontre en L, la corde

FL qui eſt perpendiculaire à *GL*, ſera égale au ſinus *EK*; car les deux lignes *EL*, *FK* ſont paralleles, & les angles *FKE*, *FLG* ſont droits : c'eſt pourquoy toutes les cordes *FL* ſeront égales aux ſinus *EK*; ainſi ce que nous avons dit des ſinus *EK* ſe pouvoit dire des cordes *FL*; mais il faut remarquer que pour la demi-Ellipſe on auroit les cordes de tout le cercle entier *FLG*.

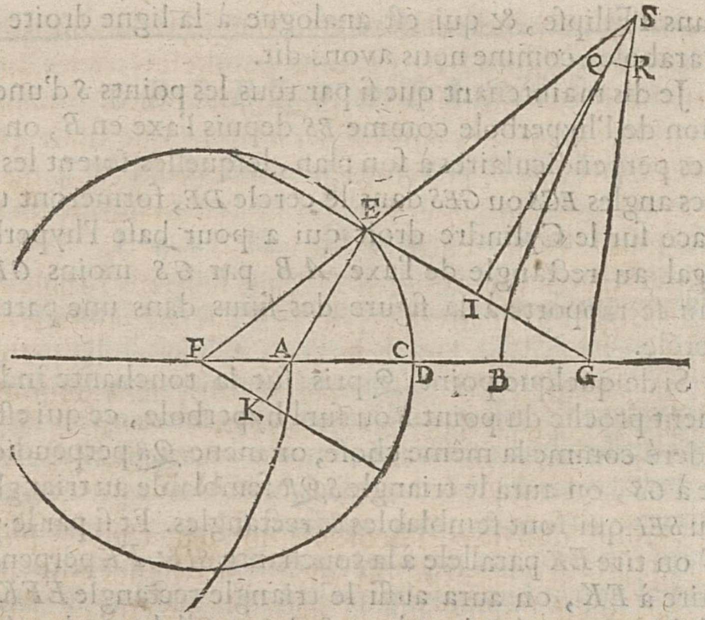
On voit auſſi que la corde *FL* qui ſoûtient l'angle *FGL* égal à l'angle *EGD* dans le cercle *FLG*, ſera égale au ſinus de l'angle *FEG* dans le cercle *DE*; & par conſequent le ſinus de l'angle *FEG* dans le cercle *DE*, ſera double du ſinus de l'angle *EGD* dans le cercle *FLG*.

COROLLAIRE IV.

Il s'enſuit auſſi de ce Theoreme que ſi de tous les points *E* du demi-cercle *DE* on mene des lignes aux deux foyers, l'une *EF* qui coupe la demi-Ellipſe en *S*, & l'autre *EG* qui rencontre le cercle *FLG* en *L*, & ſi aux points *L* & *S* on éleve perpendiculairement la même corde *FL* qui eſt dans le cercle *FLG*, celle d'un angle *FCL* double de l'angle *EGD*, il ſe formera ſur le cercle entier *FLG* une ſurface cylindrique égale à deux fois le quarré de *FG*, ce qui eſt connu, & par cette propoſition il s'en formera une autre ſur la demi-Ellipſe, qui eſt égale au rectangle $FE \times FG$; donc à cauſe de *FG* commune, le double quarré étant au rectangle comme 2*FG* à *FE*, les deux ſurfaces cylindriques ſeront dans la même raiſon de 2*FG* à *FE* ou *FD*.

THEOREME IV.

Si ſur une ligne droite indéterminée on prend une grandeur *AB* telle qu'on voudra, & deux points *FG* également éloignés de *AB* & au dehors, & ſi l'on prend encore la grandeur *BD* ſur *AB* & égale à *BG*, & que du point *F* pour centre & pour rayon *FD* qui eſt égale à *AB*, on décrive le cercle *DE*; du point *G* ayant mené quelque ligne *GE* juſqu'au cercle *DE* en *E*, & enſuite *FE* prolongée



longée tant qu'il sera necessaire, si l'on divise *GE* en deux également en *I*, & qu'au point *I* on éleve sur *GE* la perpendiculaire *IS* jusqu'à la rencontre de *FE* en *S*; ce point *S* sera un de ceux d'une hyperbole *SB*, qui a pour son axe déterminé la ligne *AB*, & pour ses foyers les points *FG*, & la ligne *IS* touchera cette hyperbole en *S*.

Cette proposition est évidente par les proprietés des foyers de l'hyperbole; car dans cette construction la difference des lignes *FS*, *GS* sera toûjours égale à l'axe *AB* égal à *FE*. Mais il faut remarquer que si la ligne *GE* touchoit le cercle *DE*, alors la ligne *FE* seroit parallele à *IS*, qui seroit dans ce cas l'une des asymptotes, & que la partie du cercle *DE* entre le point touchant & le point *D* formeroit la moitié de l'hyperbole *BS*, & le reste du demi-cercle au-dessus de *AB* formeroit la moitié de l'hyperbole opposée au-dessous de l'axe *AB*; & enfin l'autre moitié du cercle *DE* au-dessous de l'axe formeroit le reste de ces deux hyperboles.

Ce cercle *DE* fait le même office dans l'hyperbole que

dans l'Ellipse, & qui est analogue à la ligne droite de la Parabole, comme nous avons dit.

Je dis maintenant que si par tous les points *S* d'une portion de l'hyperbole comme *BS* depuis l'axe en *B*, on éleve des perpendiculaires à son plan, lesquelles soient les sinus des angles *EGS* ou *GES* dans le cercle *DE*, formeront un espace sur le Cylindre droit qui a pour base l'hyperbole, égal au rectangle de l'axe *AB* par *GS* moins *GB*; ce qui se rapporte à la figure des sinus dans une partie du cercle.

Si de quelque point *Q* pris sur la touchante indéfiniment proche du point *S* ou sur l'hyperbole, ce qui est consideré comme la même chose, on mene *QR* perpendiculaire à *GS*, on aura le triangle *SQR* semblable au triangle *SGI* ou *SEI* qui sont semblables & rectangles. Et si par le point *E* on tire *EK* parallele à la touchante *SI* & *FK* perpendiculaire à *EK*, on aura aussi le triangle rectangle *EFK* semblables aux précedens à cause des paralleles; & dans le cercle *DE* la ligne *EK* sera le sinus de l'angle *EFK* semblable à l'angle *SEI* ou *SGI*, qui est la moitié du supplément de l'angle *FSG*: c'est-pourquoy *FE* ou *AB* | *EK* ‖ *QS* | *SR*, & par conséquent le rectangle *AB* x *SR* sera égal au rectangle *EK* x *QS* qui est portion de l'hyperbole. Mais la somme de toutes les *SR* pour l'arc de l'hyperbole *BS*, est égale à *GS* moins *GB*, ce qui est connu; & la somme de toutes les *QS* est l'arc hyperbolique *BS*: donc ce qui étoit proposé est vrai.

On pourra tirer de cette proposition des Corollaires semblables à ceux qu'on a tirés pour l'Ellipse.

OBSERVATIONS
SUR LES ARAIGNÉES.
PAR M. HOMBERG.

1707.

LA couleur & la figure extraordinaire d'une certaine espece d'Araignées que j'ay rencontrée dans un Jardin à Toulon parmi les fleurs de Tubereuses qui y étoient en grande quantité, m'a donné la curiosité d'en examiner avec soin la figure exterieure, & ensuite aussi celle de toutes autres especes d'Araignées que j'ay pû rencontrer. Je me suis servi d'un Microscope pour découvrir certaines parties dont les yeux seuls ne sont pas capables de s'appercevoir ; & je les ay fait dessiner plus grandes que le naturel, pour les representer comme elles m'ont parû en les regardant au Microscope.

Je ne donneray icy que la description de six des principales especes de ces Insectes que j'ay vûës, & ausquelles toutes les autres qui me sont connuës se peuvent rapporter.

Les six differentes especes sont, 1°. L'Araignée domestique, c'est à dire celle qui fait sa toile sur les murs & dans les coins des appartemens. 2°. L'Araignée des Jardins, c'est à dire celle qui fait une toile en l'air à peu prés ronde, d'un tissu peu serré, & qui se niche pendant le jour au centre de cette toile. 3°. L'Araignée noire des Caves, ou qui demeure dans les trous des vieux murs. 4°. L'Araignée vagabonde, ou qui ne se tient pas tranquilement dans un nid comme les autres Araignées. 5°. L'Araignée des champs qui a des jambes fort longues, & qu'on appelle ordinairement des Faucheurs, & 6°. L'Araignée enragée, ou la fameuse Tarantule.

J'ay crû qu'il seroit à propos de faire d'abord une description qui convienne en general à toutes les especes

d'Araignées, & de faire remarquer ensuite les caracteres particuliers de chacune de ses especes que je viens d'énoncer. Je ne prétends pas faire icy une description exacte de la structure de toutes les parties exterieures de cet Insecte; je rapporteray seulement ce que l'on n'en peut pas bien découvrir par la simple inspection & sans le secours du Microscope.

Tout le corps de l'Araignée se peut diviser en partie anterieure, en partie posterieure & en pattes. La partie anterieure contient la poitrine & la tête, la posterieure est son ventre. Ces deux parties tiennent ensemble par un étranglement ou par un anneau fort petit. La plûpart des Araignées ont la partie anterieure ou la tête & la poitrine couverte d'une croûte dure ou écailleuse, & le ventre ou sa partie posterieure est toûjours couverte d'une peau souple. Les pattes tiennent à la poitrine, & sont dures comme toute la partie anterieure. Cette structure est differente de celle de plusieurs autres Insectes rampans & volans; par exemple, les Demoiselles & plusieurs autres ont le ventre & la poitrine attachez ensemble tout d'une venuë & sans étranglement, nonobstant que la poitrine soit couverte d'une croûte dure, & le ventre d'une peau souple; mais leur tête tient à la poitrine par un étranglement fort étroit. Les Fourmis, les Guespes & la plûpart des Mouches ont la poitrine attachée au ventre par un étranglement, & la tête attachée à la poitrine par un autre étranglement.

Toutes les Araignées sont couvertes de poils, aussi-bien leurs parties dures que les souples.

Elles ont sur differens endroits de la tête plusieurs yeux fort bien marquez, de differentes grosseurs, differens en nombres, & differemment placez.

Ces yeux sont tous sans paupieres, & couverts d'une croûte dure, polie & transparente.

Elles ont dans la partie anterieure de la tête une espece de serre ou de tenaille, semblable en quelque façon aux serres ou aux pattes d'Ecrevisses, qui fait avec le front de

cet animal tout le devant de sa tête. (*Voyez les Figures* 1. 2. *&* 3.) Cette tenaille consiste en deux branches un peu plates, couvertes d'une croûte dure : elles sont attachées perpendiculairement à la partie inferieure du front, par une peau souple qui leur sert d'articulation ou de charniere, pour ouvrir & fermer ces tenailles. Ces branches sont garnies de pointes fort dures aux deux bords qui se joignent : elles servent à attraper leur proïe, & à la tenir auprés de leur bouche qui est derriere ces tenailles, pour en tirer ce qui leur sert de nourriture.

Les branches de ces tenailles ont à leurs extremitez inferieures chacune un ongle crochu, ressemblant en quelque façon aux ongles d'un Chat. Ces ongles sont grands, fort durs & articulez ; de sorte que l'animal les peut remuer de haut en bas & de bas en haut, sans qu'il ait besoin de remuer les branches de ces tenailles. Il y a apparence que ces ongles servent pour fermer le bas des tenailles & pour embrasser la proïe, afin qu'elle n'échape pas des serres ; car moïennant ces ongles l'ouverture des serres ou des tenailles fait un triangle clos de toutes parts, qui sans cela n'auroit que les deux côtez. (*Voyez la Fig.* 3.) Ces ongles étant articulez peuvent servir aussi pour hausser & pour baisser la proïe que l'Araignée tient dans ses tenailles.

Toutes les Araignées ont huit jambes articulées de même que les jambes des Ecrevisses : elles ont à l'extremité de chaque jambe deux grands ongles crochus & articulez.

Il y a à l'extremité de chaque jambe, entre les deux ongles, un paquet comme une éponge un peu moüillée, semblable à celui que l'on observe aux extremitez des pattes des Mouches. Ce paquet spongieux sert apparemment aux mêmes fins que celui des Mouches, pour marcher les jambes en haut contre des corps polis comme une glace de miroir, où l'usage des crochets des extremitez de leurs pattes n'a pas de lieu : mais ces éponges fournissant une liqueur un peu gluante, suffisent pour les y

coller. Cette liqueur gluante tarit avec l'âge aussi bien aux Araignées qu'aux Mouches, de sorte qu'elles ne peuvent pas marcher long-tems de bas en haut contre une glace de miroir ; & même une vieille Araignée ou une vieille Mouche étant tombée par hazard dans une jatte de pourcelaine un peu profonde, elle n'en sçauroit sortir, & elle est obligée d'y mourir de faim.

Il arrive à peu prés la même chose aux Araignées pour la matiere qui fournit leur toile. Une vieille Araignée n'a plus de cette matiere dans son corps, & elle ne sçauroit refaire sa toile rompuë ou emportée ; il faut qu'elle chasse une plus foible Araignée de sa même espece, pour recouvrer un nid où elle puisse habiter, comme je l'ay observé plusieurs fois. Peut-être que la liqueur des extremitez des pattes est la même que celle dont se fait la toile, ou lui est analogue, puisqu'avec l'âge elles tarissent à peu prés de même. Nous en parlerons plus amplement en son lieu.

Les Araignées ont outre les huit jambes dont nous venons de parler, & qui leur servent pour marcher, encore deux autres jambes plus proches de la tête, avec lesquelles elles ne marchent pas, mais qui leur servent de bras & de mains, pour placer & pour retourner leur proïe qu'elles tiennent dans leurs serres, afin de la presenter de toute maniere & en differens sens à leur bouche, qui est placée immediatement derriere leurs tenailles Cette cinquiéme paire de jambes, ou ces bras ne sont pas faits de la même maniere dans toutes les especes des Araignées : dans quelques-unes elles ressemblent parfaitement aux autres jambes, & dans d'autres elles en sont tout à fait differentes. Nous en remarquerons la difference lorsque nous décrirons les caracteres particuliers de chaque espece d'Araignée.

Il y a autour de l'anus de toutes les Araignées quatre petits mamelons musculeux, larges vers leurs bases, & pointus vers leurs extremitez. (*V. Fig. 7.*) Ces mamelons ont un mouvement fort libre en tout sens. Du milieu d'entre ces mamelons sort comme par une filiere la liqueur gluante

qui produit le fil, dont elles font leurs toiles & leurs nids. Cette filiere a un ſphincter pour s'ouvrir & pour ſe reſſerrer, moïennant quoi elles peuvent filer plus gros & plus fin; & l'Araignée étant ſuſpenduë en l'air par ce fil, s'arrête lorſque la filiere ſe reſſerre, & elle continuë de deſcendre par ſon propre poids quand la filiere s'ouvre.

Voici à peu prés la maniere dont les Araignées fabriquent leurs toiles. Lorſqu'une Araignée fait cet ouvrage dans quelque coin d'une chambre, & qu'elle peut aller aiſément en tous les endroits où elle veut attacher ſes fils, elle écarte les quatre mamelons dont nous venons de parler, & en même tems il paroît à l'ouverture de la filiere une tres-petite goutte de cette liqueur gluante qui eſt la matiere de ces fils : elle preſſe avec effort cette petite goutte contre le mur, qui s'y attache par ſon gluten naturel, & l'Araignée en s'éloignant de cet endroit, laiſſe échaper par le trou de ſa filiere le premier fil de la toile qu'elle veut faire. Etant arrivée à l'endroit du mur où elle veut terminer la grandeur de ſa toile, elle y preſſe avec ſon anus l'autre bout de ce fil, qui s'y colle de même comme elle avoit attachée le premier bout, puis elle s'éloigne environ l'eſpace d'une demie-ligne de ce premier fil tiré : elle y attache un ſecond fil, qu'elle tire parallement au premier. Etant arrivée à l'autre bout du premier fil, elle acheve d'attacher le ſecond contre le mur, ce qu'elle continuë de même pendant toute la largeur qu'elle veut donner à ſa toile; (l'on pourroit appeller tous ces fils paralleles, la chaîne de cette toile) aprés quoi elle traverſe en croix ces rangs de fils paralleles, attachant de même l'un des deux bouts contre le mur, & l'autre bout perpendiculairement ſur le premier fil qu'elle avoit tiré, laiſſant ainſi tout à fait ouvert l'un des côtez de ſa toile, pour y donner une entrée libre aux Mouches qu'elle y veut attraper; (l'on pourroit appeller la trame de la toile, ces fils qui traverſent en croix les premiers fils paralleles, que nous avons appellez la chaîne) & comme ces fils fraîchement filez ſe collent contre tout ce qu'ils touchent, ils ſe collent

en croix les uns ſur les autres, ce qui fait la fermeté de cette toile ; au lieu que la fermeté des toiles que nous faiſons pour nos uſages conſiſte dans le tiſſu ou dans l'entrelaſſement des fils de la trame avec ceux de la chaîne ; ce qui eſt un ouvrage plus raiſonné.

Afin que les fils qui ſe croiſent ſe collent enſemble avec plus de fermeté, l'Araignée manie avec les quatre mamelons de ſon anus, & elle comprime en differens ſens tous les endroits où les fils ſe croiſent à meſure qu'elle les couche les uns ſur les autres : elle triple ou quadruple les fils qui bordent ſa toile ; pour les fortifier & pour les empêcher de ſe déchirer aiſément.

Une Araignée peut fournir deux ou trois fois de la matiere pour faire une toile neuve, pourvû qu'elle n'en ait pas fait une trop grande la premiere fois, ce qui pourroit épuiſer la matiere de ces fils ; aprés cela ſi elle manque de toile, il faut qu'elle occupe par force la toile d'une autre Araignée, ou qu'elle trouve quelque toile abandonnée ; car les jeunes Araignées abandonnent leurs premieres toiles pour en faire des neuves, & ſi les vieilles Araignées, c'eſt à dire les domeſtiques n'en trouvent pas, il faut qu'elles periſſent, car elles ne ſçauroient vivre ſans toile ; mais il y a quelques autres eſpeces d'Araignées qui n'en ont pas tant beſoin. Voilà pour les toiles qui ſe font dans les coins des Chambres : mais pour les toiles des Jardins qui ſont en l'air, & dont les endroits qui les ſoûtiennent ne ſont pas aiſément acceſſibles aux Araignées, voici comment elles s'y prennent pour les conſtruire. L'Araignée ſe met en un tems calme au bout de quelque branche d'arbre, ou ſur quelqu'autre corps qui s'avance en l'air ; elle s'y tient ferme ſur ſix pattes ſeulement, & avec les deux pattes de derriere elle tire de ſon anus peu à peu un fil de la longueur de deux ou trois aunes ou plus, qu'elle laiſſe floter en l'air, juſqu'à ce que le vent l'ait pouſſé contre quelque matiere ſolide, où ce fil ſe colle promptement par ſon gluten naturel : l'Araignée tire de tems en tems ce fil à ſoi, pour connoître ſi le bout qui

flote

flote en l'air s'est attaché quelque part, ce qu'ell connoît par la résistance qu'elle sent lorsqu'elle tire ce fil; alors elle bande un peu ce fil, & l'attache avec les mamelons de son anus à l'endroit où elle se trouve. Ce fil lui sert de pont ou d'échelle pour aller à l'endroit où le hazard l'a attaché, moïennant quoi elle double ce premier fil, qu'elle triple ou quadruple selon son instinct, ou plutôt selon la longueur du fil pour le fortifier plus ou moins; puis elle se met à peu prés au milieu de ce fil, & elle tire de son anus avec ses deux pattes de derriere un nouveau fil, qu'elle laisse flotter en l'air, comme elle a fait au premier fil, & lorsqu'elle s'apperçoit que ce nouveau fil flotant s'est attaché quelque part, elle le bande un peu, & elle attache avec ses mamelons le bout qu'elle tient, autant perpendiculairement qu'elle peut, sur le milieu du premier fil; & le fortifie en le doublant ou en le triplant, comme elle avoit fait le premier fil. Elle fait cela si souvent, que le milieu du premier fil devient un centre, d'où sortent plusieurs rayons, ce qu'elle continuë jusqu'à ce qu'elle puisse aller sur des fils de traverse, de l'extremité de l'un des rayons aux extremitez des autres rayons; alors elle attache un nouveau fil au centre, qu'elle tire le long de l'un des rayons, & de-là au milieu de l'un des fils de traverse, où elle l'attache avec ses mamelons, & par ce moïen elle fait autant de rayons qu'elle le trouve à propos. Tous les rayons étant faits, elle se remet au centre, elle y attache un nouveau fil, qu'elle couche & qu'elle attache en spirale sur les rayons depuis le centre jusqu'à la grandeur qu'elle veut donner à sa toile. Cela étant fait elle se niche dans le centre de sa toile, toûjours la tête en bas, peut-être pour éviter la grande clarté du Ciel, n'ayant pas de paupieres pour la modifier; ou plutôt pour soûtenir & pour reposer son gros ventre sur une large base de sa poitrine, à laquelle sont attachées les jambes qui portent tout l'animal; au lieu que tenant la tête en haut, le ventre qui est fort gros ne pendroit qu'à

un petit filet par où il est attaché à la poitrine, ce qui pourroit l'incommoder.

L'Araignée ne se tient dans le centre de sa toile que pendant qu'il fait jour : elle se retire la nuit, ou quand il pleut, ou quand il fait grand vent, dans une petite loge qu'elle s'est faite à l'extremité de sa toile, sous la feüille d'un arbre ou d'une plante, ou en quelqu'autre endroit plus solide que sa toile, & qui lui puisse donner un abri contre la pluïe. Elle choisit ordinairement cet endroit vers la partie la plus élevée de sa toile, apparemment pour s'y refugier promptement dans la necessité ; car la plûpart des Araignées montent fort aisément & bien plus vîte qu'elles ne descendent.

Les Araignées attendent des Mouches ou quelqu'autres Insectes qui se viennent embarrasser dans ces toiles, & qui leur servent de nourriture. Quand la Mouche est petite, l'Araignée la prend dans ses tenailles, & l'emporte dans son nid pour s'en nourrir ; mais quand la Mouche est un peu grosse en comparaison de l'Araignée, & qu'avec ses aîles & avec ses pattes elle la peut incommoder ; alors l'Araignée l'entoure & l'envelope d'une grande quantité de fils qu'elle tire de son anus pour lier & pour garoter la Mouche, jusqu'à ce qu'elle ne puisse plus remuer ni aîles ni pattes, & l'Araignée l'emporte paisiblement dans son nid & s'en repaît. Quelquefois la Mouche est si grosse & si forte, que l'Araignée n'en peut pas venir à bout ; alors bien loin d'embarrasser davantage cette Mouche, l'Araignée la détache où elle déchire l'endroit de la toile où la Mouche tient, & la jette dehors, & elle racommode immediatement aprés sa toile déchirée, où elle en refait une neuve.

Toutes les Araignées mâles sont plus petites que les Araignées femelles dans leurs especes. Cela va si loin, que j'ay pesé jusqu'à cinq & six Araignées mâles des Jardins contre une femelle de la même espece pour en trouver le poids égal, ce qui est assez commun dans la plûpart des Insectes, tout au contraire des quadrupedes, dont les

mâles ſont plus grands & plus forts que les femelles.

Les Araignées de toutes les eſpeces ſont ovipares, avec cette difference que les unes font une grande quantité d'œufs, comme ſont celles des Jardins, & celles qu'on appelle communément des Faucheurs, & que les autres en font fort peu, comme les domeſtiques, &c. Elles font leurs œufs ſur une portion de leur toile qu'elles lient enſemble en un peloton, & qu'elles couvent dans leurs nids. Lorſqu'on les chaſſe de leurs nids dans le tems qu'elles couvent, elles prennent ce peloton d'œufs dans leurs tenailles, que nous avons décrites cy-deſſus, & l'emportent avec elles. Tout auſſi-tôt que les petits ſont éclos, ils commencent à filer, & ils groſſiſſent quaſi à vûë d'œil, ſans que j'aye pû découvrir qu'ils prennent de nourriture. Si par hazard il leur vient un tres-petit Moucheron, ils ſe jettent deſſus, & font comme s'ils s'en nourriſſoient: mais s'il ne leur en vient point pendant un jour ou deux ou plus, ils ne laiſſent pas de croître tout de même que s'ils avoient pris de la nourriture, c'eſt à dire qu'ils grandiſſent dans le commencement de leur âge plus du double par chaque jour, ſans prendre aucune nourriture ſenſible.

Les caracteres particuliers de chaque ſorte d'Araignées conſiſtent en la differente poſition de leurs yeux. Nous ne laiſſerons pas de remarquer encore d'autres differences conſiderables, mais qui ne ſont pas generales.

L'Araignée domeſtique qui fait la premiere ſorte, a huit yeux placez ſur ſon front en ovale. Ces yeux ſont petits & à peu prés de la même grandeur. (*Voyez la Fig.* 1.) Cette Araignée fait une grande & large toile dans les coins & contre les murs des chambres: ſes bras reſſemblent parfaitement à ſes jambes, à la réſerve qu'ils ſont un peu plus courts, & qu'elle ne les poſe jamais à terre. Cette eſpece quitte ſa dépoüille tous les ans, ou elle change de peau, même aux pattes, comme les Ecreviſſes, ce que je n'ay obſervé qu'à cette ſeule eſpece d'Araignées. Elle vit long-tems; j'ay vû une même Araignée pendant

quatre ans : elle ne grandiſſoit gueres de corps, mais beaucoup de jambes. Il vient à cette ſorte d'Araignée quelquefois une maladie qui les fait paroître horribles : c'eſt qu'elles deviennent toutes pleines d'écailles, qui ne ſont pas couchées à plat les unes ſur les autres, mais elles en ſont heriſſées, & parmi ces écailles il ſe trouve une grande quantité de petits Inſectes approchans de la figure des poux des mouches, mais beaucoup plus petits. Lorſque cette Araignée malade court un peu vîte, elle ſecouë & elle jette à bas une partie de ces écailles & de ces petits Inſectes. Cette maladie eſt rare dans nos païs froids ; je ne l'ay obſervée que dans le Royaume de Naples. L'Araignée en cet état ne demeure pas long-tems en la même place, & étant enfermée elle meurt promptement.

La ſeconde eſpece eſt celle des Jardins, qui fait une grande toile ronde en l'air, dont elle occupe ordinairement le centre : elle a quatre grands yeux placez en quarré au milieu du front, & deux yeux plus petits à chaque côté de la tête. *(Voyez la Fig. 2.)* Les femelles de cette eſpece ont les plus gros ventres que j'aye vû aux Araignées, les mâles en ſont fort menus : elles ſont de differentes couleurs, ordinairement elles ſont feüille-morte, tachetées de blanc & de gris, quelquefois elles ſont toutes blanches, comme celles que j'ay trouvées à Toulon parmi les fleurs de tubereuſes. J'en ay trouvé auſſi de differentes couleurs vertes, elles ne ſont pas de la même groſſeur : les vertes ſont les plus petites, les blanches ſont plus groſſes, & les griſes les plus groſſes de toutes. J'ay verſé de l'eſprit de vin ſur cette eſpece, elles n'ont pas paru en être inquietées, non-plus que de l'eau-forte, ni de l'huile de vitriol, mais l'huile de therebentine les a tuées dans le moment ; ce que j'ay pratiqué ſouvent pour détruire les nichées des jeunes Araignées de cette eſpece, dans leſquelles il s'en trouve quelquefois une centaine à la fois, & qui en peu de jours occupent tout le Jardin & gâtent beaucoup de plantes.

La troiſiéme eſpece eſt celle des Araignées des caves,

& de celles qui font leurs nids dans les vieux murs : elles ne m'ont paru avoir que six yeux, toutes les autres especes en ayant huit. Ces yeux sont placez deux au milieu du front, & deux à chaque côté de la tête, tous six à peu prés de la même grandeur. *(Voyez la Fig. 3.)* Les Araignées de cette espece sont toutes de couleur noire & fort veluës : elles ont les jambes courtes, & elles sont plus fortes & plus méchantes, & vivent plus long-tems que la plûpart des autres Araignées. Quand on en a pris une, elle se défend & elle mord l'instrument qui la tient ; & ayant été percée par le ventre, elle vit quelquefois plus de deux fois vingt-quatre heures ; au lieu que toutes les autres Araignées meurent promptement quand on leur a percé le ventre, & ne se défendent ni ne mordent jamais quand on les a prises. Au lieu de toile pour prendre des Mouches, celles-cy ne font que tirer simplement des fils de sept à huit pouces de long qui sortent de leurs nids comme des rayons, & qui sont attachez au mur autour du trou qu'elles habitent : l'Insecte qui marche sur ce mur, & qui l'heurte contre quelqu'un de ces fils en l'ébranlant un peu, avertit l'Araignée qui est dans le trou, qui dans le même instant en sort avec une vîtesse extraordinaire, & emporte l'Insecte. J'ay vû emporter une Guespe fort vive par une de ces Araignées, ausquelles les autres Araignées ne touchent pas, tant à cause de leurs aiguillons, qu'à cause des écailles dures dont tout le corps de la Guespe est couvert : mais la partie anterieure & les jambes de cette Araignée étant couverte d'une écaille extrêmement dure, & la posterieure ou le ventre étant couvert d'un cuir épais & fort serré, elles ne craignent apparemment pas l'aiguillon de la Guespe ; & les tenailles de cette Araignée étant tres-fortes & tres-dures, elles sont capables de briser les écailles de la Guespe.

La quatriéme espece d'Araignées est de celles que nous avons appellées vagabondes, à cause qu'elles ne sont pas sedentaires dans leurs nids comme sont toutes les autres Araignées, qui attendent tranquilement que leur proïe

vienne les trouver, au lieu que celles-cy vont chercher leur proïe & la chaſſent avec beaucoup de ruſes & de fineſſes. Elles ont deux grands yeux au milieu du front, deux plus petits aux extremitez du front, deux de la même grandeur ſur le derriere de la tête, & deux fort petits entre le front & le derriere de la tête. (*Voyez la Fig.* 4.) Les Araignées de cette eſpece ſont de differentes grandeurs, & de differentes couleurs ; j'en ay vû de blanches, de noires, de rouges, de griſes & de tachetées. Elles ont une partie de leur corps differente de toutes les autres eſpeces, qui eſt que l'extremité de la cinquiéme paire des jambes que nous avons appellé leurs bras, ſe termine en un bouquet de plus, au lieu qu'à toutes les autres Araignées elle ſe termine en deux crochets comme les autres jambes. Ce bouquet de plumes eſt ordinairement de la même couleur que le reſte du corps de l'animal, & égale quelquefois la grandeur de toute la tête. Cette Araignée s'en ſert pour les jetter ſur les aîles de la Mouche qu'elle a attrapée, afin d'en arrêter le mouvement, dont elles ſeroient fort incommodées, n'ayant pas les mêmes moyens que les autres Araignées de les embarraſſer & de les lier avec des filets qu'elles ne font point.

La cinquiéme eſpece eſt de celles des campagnes, que l'on nomme ordinairement des Faucheurs. Cette eſpece a la partie anterieure, ou la tête & la poitrine plate horizontalement & preſque tranſparente, étant couverte d'une écaille fort fine, liſſe & blanchâtre. Il y a une grande tache noire ſur ſa tête, que je crois être le cerveau, qui paroît à travers l'écaille tranſparente qui le couvre. Cette Araignée a huit yeux placez d'une maniere extraordinaire : il y en a deux au milieu du front, tres-petits & fort proches l'un de l'autre, de ſorte qu'on pourroit les prendre tous deux pour un petit corps oval. Aux extremitez du front à droite & à gauche il y a deux petites boſſes, & ſur le ſommet de chacune de ces boſſes il y a trois yeux placez en treffle fort proches les uns des autres. (*Voyez la Fig.* 5.) Ces yeux-cy ſont plus gros que les deux du milieu ;

ils ont une cornée fort bossuë, blanche & transparente, quoique le fonds en soit noir, au lieu que les deux yeux du milieu sont tout à fait noirs. Il part de chacune de ces bosses, aussi-bien que des deux yeux du milieu, un canal fort sensible. Ces trois canaux vont se rendre dans cette tache noire qui me paroît être le cerveau. A mesure que ces canaux s'éloignent des yeux, ils s'approchent les uns des autres pour donner à peu prés dans le même endroit du cerveau. Ces canaux contiennent apparemment les nerfs optiques, & en sont les gaines. Les jambes de ces Araignées sont fort menuës, & beaucoup plus longues à proportion que celles des autres Araignées; mais leurs bras sont extrêmement courts & fort charnus, ne ressemblant aucunement aux jambes, comme ils sont à la plûpart des autres Araignées. Leurs jambes sont si pleines de poils, qu'elles paroissent au Microscope des plumes à écrire.

La sixiéme espece d'Araignée est celle des fameuses Tarentules: elle a port & la figure à peu prés de nos Araignées domestiques; mais elle est dans toutes ses parties beaucoup plus forte & plus robuste: elle a les jambes & le dessous du ventre tachetez de noir & de blanc; mais le dessus de son ventre aussi-bien que toute sa partie anterieure sont noirs: sa tête & sa poitrine sont couverts d'une seule écaille noire, qui ressemble parfaitement à une petite Tortuë. Les Araignées de cette espece ont huit yeux, qui sont tout à fait differens de ceux des autres especes d'Araignées, tant en couleur qu'en consistance. Tous les yeux des autres Araignées sont noirs ou rouges tirant sur le noir, & sont tous couverts d'une écaille dure & transparente qui restent tels aprés leur mort: mais ceux-ci sont couverts d'une cornée humide & tendre, qui se fletrit & s'enfonce aprés leur mort: la couleur en est d'un blanc tirant un peu sur le jaune doré, brillante & étincellante comme sont les yeux des chiens & des chats quand on les voit dans l'obscurité. Ces yeux sont situez quatre en quarré au milieu du front, & quatre en une li-

gne horizontale : au-dessous de ces quatre premiers ces derniers-ci bordent le bas du front, & sont placez immediatement au-dessus de la racine de ses tenailles. Ces yeux sont differens en grosseur : les quatre premiers sont à peu prés de même, & ont environ une ligne de diametre, & sont bien visibles sans Microscope ; mais ces derniers-ci n'ont que la moitié du diametre des premiers. Les Tarantules sont fort méchantes & mordent volontiers quand elles sont en chaleur. J'en ay vû à Rome, mais on ne les y craint point, parcequ'on n'a pas d'exemple qu'elles y ayent incommodé quelqu'un : mais dans le Royaume de Naples elles font beaucoup de mal, peut-être parcequ'il y fait plus chaud qu'à Rome. Les simptômes qui arrivent à ceux qui en ont été blessez sont bizarres, aussi bien que la guerison. Ils ont été décrits par plusieurs Auteurs Italiens & François ; & quoique leur histoire paroisse tenir un peu du fabuleux, elle ne laisse pas d'être vraie & fort extraordinaire. M. Geoffroy nous en a donné une description dont l'extrait a été inseré dans l'Histoire de l'Academie de l'année 1702. que l'on peut consulter si on en veut être plus amplement instruit.

OBSERVATION

Du passage de la Planete de Mars par l'Etoile nebuleuse de l'Ecrevisse, faite le mois de Juin de l'année 1707.

PAR M. MARALDI.

1707. 30. Juillet.

AU commencement du mois de Juin de cette année 1707, nous avons observé autant que les nuages l'ont pû permettre le passage de la Planete de Mars par les Etoiles qui composent la nebuleuse de la Constellation de l'Ecrevisse. Comme cet amas d'Etoiles occupe dans le Ciel environ un degré d'un grand cercle, Mars emploïa quasi

Figure 1.re



Fig. 2.



Fig. 3



Fig. 4.



Fig. 5.



Fig. 6



Fig. 7.



Fig. 6.



Fig. 1.re Represente les yeux et les Serres de l'araignée domestique.

Fig. 2. l'Araignée des Jardins, qui se tient à l'air au milieu de sa toille.

Fig. 3. l'Araignée noire, qui habite dans les trous des vieux murs.

Fig. 4. l'Araignée vagabonde, qui ne se tient pas dans un nid comme les autres araignées, et qui va à la chasse aux mouches et autres insectes

Fig. 5. la teste et les yeux de l'araignée des champs, appellée communément le faucheur.

Fig. 66 la Tarantule.

Fig. 7 Araignée renversée qui montre les mamelons de son anus, dont elle se sert pour filer.

quasi deux jours à parcourir cet espace. Il arriva le second jour de Juin proche d'une de ces petites Etoiles qui est des plus occidentales, avec laquelle il se trouva presque en conjonction vers les 10 heures du soir. Le Ciel qui ne resta découvert en cet endroit que fort peu de temps, ne permit pas de déterminer plus précisément la situation de Mars parmi ces Etoiles.

Le troisiéme Juin à 9 heures 22′ nous observâmes la difference d'ascension droite entre Mars & l'Etoile marquée (12) dans nôtre Figure : elle se trouva d'une minute 22 secondes de temps, ou 20 minutes & demi de degré, dont Mars étoit plus oriental. La difference de declinaison étoit d'une minute & demi, dont Mars étoit plus septentrional. Par nos observations l'ascension droite de cette Etoile pour cette année est de 125° 44′ 40″, & sa declinaison Septentrionale de 20° 47′ 30″ ; donc l'ascension droite de Mars sera de 126° 5′ 0″, & sa declinaison de 20° 49′ 0″, d'où l'on calcule sa longitude en 3° 25′ 0″ du Lion, avec une latitude septentrionale d'un degré 25′ 40″.

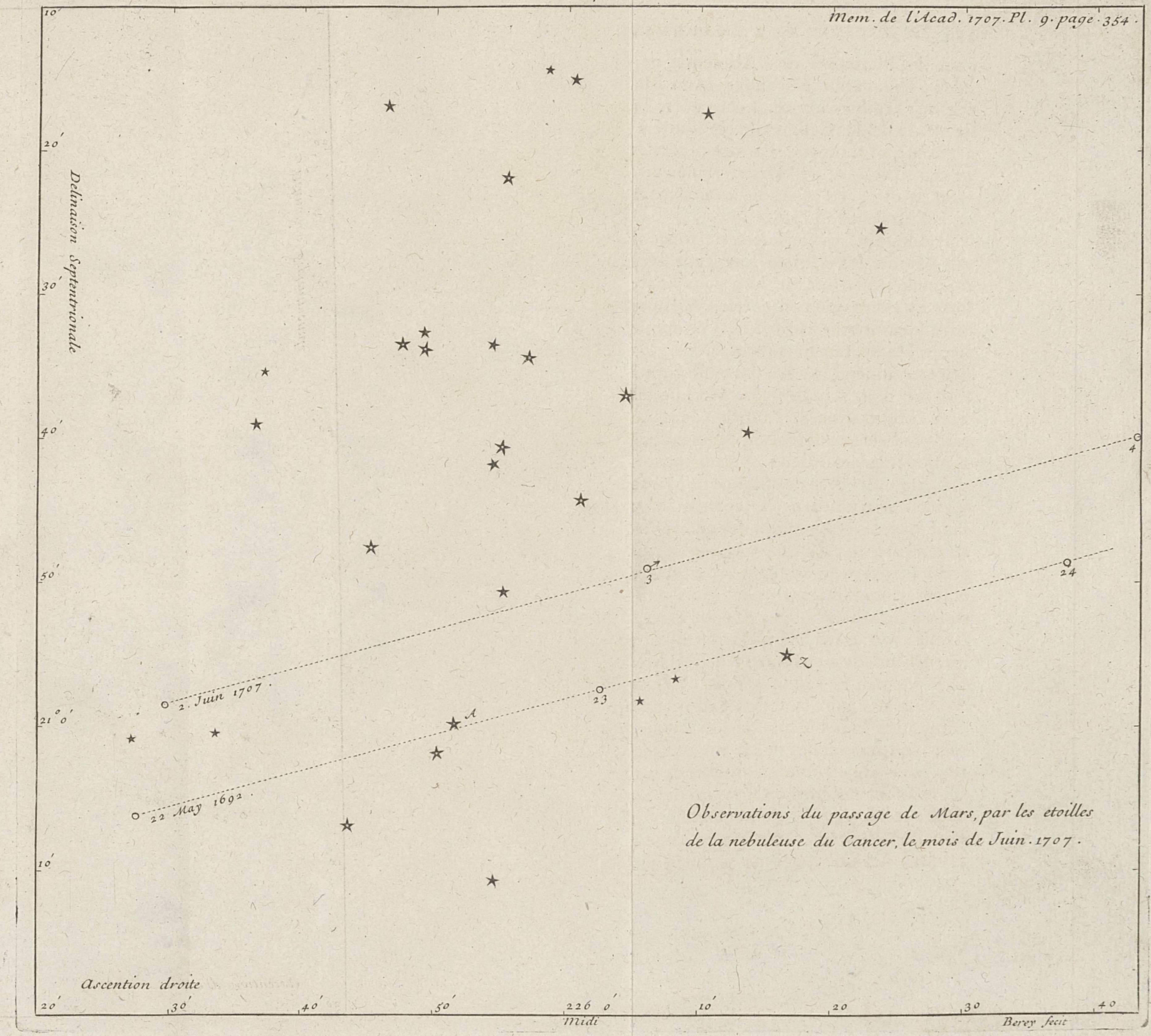
Le 4. Juin à 10 heures 20 minutes du soir la difference d'ascension droite entre l'Etoile marquée *Z* dans la Figure & Mars étoit d'une minute & 45 secondes, ou 26 minutes 15 secondes de degré. La difference de declinaison étoit de 16 minutes du parallele de Mars, qui sont 15 minutes du grand cercle. L'ascension droite de cette Etoile est de 126° 16′ 15″, donc celle de Mars est 126° 42′ 30″. La declinaison de l'Etoile est 20° 55′ 0″, donc celle de Mars étoit de 20° 40′ 0″, d'où l'on calcule la longitude de Mars en 4 degrez & une minute du Lion, avec une latitude Septentrionale d'un degré 25′ 10″. Le lieu de Mars tiré des Ephemerides de l'Academie étant réduit à l'heure des observations s'accorde à deux minutes prés avec les observations, & les Ephemerides de Mezzavaca ne s'éloignent des mêmes observations que de 3 minutes. Nous avons comparé cette observation à un autre passage de Mars par les mêmes Etoiles, qui fut observé par M. Cassini & par M. de la Hire l'an 1692, & qui est rapporté

dans les Memoires de l'Academie de la même année. Dans l'obſervation de l'année 1692 Mars paſſa fort proche de l'Etoile marquée *A* dans nôtre Figure, & par l'obſervation de M. Caſſini elle fût jointe à Mars le 23 Mars à 1 heure 25 minutes. Par nos obſervations la longitude de cette Etoile & de Mars au temps de cette conjonction étoit de 2° 55′ 30″ de Lion, avec une latitude Septentrionale d'un degré 33′ 20″.

Par les obſervations de cette année nous avons trouvé que Mars a été joint en longitude avec la même Etoile marquée *A* le troiſiéme Juin deux heures avant midy; de ſorte qu'entre une conjonction & l'autre il y a 15 années onze jours moins trois heures & demie, durant lequel temps Mars a fait huit révolutions. Dans la conjonction de cette année Mars n'a pas paſſé au même endroit, mais il a été huit minutes plus Meridional qu'il n'avoit été dans l'obſervation de l'année 1692, ce qui vient principalement de la diſtance de Mars au Soleil qui n'a pas été la même dans ces deux obſervations.

Cette difference de diſtance de Mars au Soleil, qui porte une variation dans la ſeconde inégalité de Mars, eſt cauſe que ces retours à la même Etoile fixe ne ſe font pas en temps égaux; c'eſt-pourquoy il faut tenir compte de cette inégalité pour ſçavoir par la comparaiſon de ces obſervations l'intervalle de Mars dans ces huit révolutions à l'égard du Soleil; & pour avoir l'intervalle moïen, il faut avoir égard à la variation de la premiere inégalité qui dépend du mouvement de l'Aphelie de Mars, & qui n'eſt que peu de minutes dans 15 années.

Dans la Figure que nous donnons icy des Etoiles qui compoſent la nebuleuſe de l'Ecreviſſe, nous n'avons pas marqué toutes celles qui ſe voient avec de grandes Lunetes. Nous nous ſommes contenté de marquer les plus claires qui ſont environ au nombre de 20, & dont la ſituation a été déterminée par l'aſcenſion droite, & par la declinaiſon obſervée par le moïen d'une Lunete de 12 pieds montée ſur une machine parallatique, & qui avoit au



Observations du passage de Mars, par les etoilles de la nebuleuse du Cancer, le mois de Juin. 1707.

Berey fecit

foïer un Micrometre dont il est parlé dans les Memoires de l'Academie de l'année derniere.

COMPARAISON

De diverses observations de l'Eclipse de Lune du 16 Avril 1707, faites à Rome par M. Bianchini, à Bologne par Messieurs Manfredi & Stancari, à Nuremberg par M. Wultzebaur, & à Geneves par M. Gautier.

PAR M. CASSINI le fils.

1707. 30. Juillet.

LE temps a été plus favorable à Rome, à Bologne, à Nuremberg & à Geneves pour l'observation de l'Eclipse de la Lune du 17 Avril, qu'il n'a été ici à Paris. Voici la comparaison entre diverses Phases observées en même temps entre ces Villes & quelques-unes que nous avons observées à Paris.

h	′	″	
12h	34′	20″	à Rome toute la tache de Grimaldi est déja cachée.
12	29	52	à Bologne tout Grimaldi est déja caché.
	4	28	Difference des meridiens entre Rome & Bologne.
12	43	7	à Rome Aristarque.
12	39	30	à Bologne Aristarque.
	3	37	Difference entre Rome & Bologne.
12	50	34	à Rome le premier bord de Copernic.
12	46	32	à Bologne l'ombre à Copernic.
12	44	50	à Nuremberg Copernic commence à entrer dans l'ombre.
	4	2	Difference entre Rome & Bologne.
	5	54	Entre Rome & Nuremberg.
12	53	34	à Rome tout Copernic.
12	49	0	à Bologne tout Copernic.

12h	46'	64"	à Nuremberg Copernic couvert.
	4	34	Difference entre Rome & Bologne.
	6	40	Entre Rome & Nuremberg.
12	56	39	à Rome le premier bord de Tycho.
12	52	34	à Bologne le premier bord de Tycho.
	4	5	Difference entre Rome & Bologne.
12	53	42	à Bologne le milieu de Tycho.
12	51	0	à Nuremberg environ le milieu de Tycho.
	2	42	Difference entre Bologne & Nuremberg
12	58	44	à Rome tout Tycho.
12	54	37	à Bologne tout Tycho.
	4	7	Difference entre Rome & Bologne.
12	59	54	à Rome Helicon.
12	55	22	à Bologne Helicon.
	4	32	Difference entre Rome & Bologne.
13	6	28	à Rome le premier bord de Platon.
13	1	47	à Bologne le premier bord de Platon.
	4	41	Difference entre Rome & Bologne.
13	7	54	à Rome tout Platon.
13	3	27	à Bologne tout Platon dans l'ombre.
13	0	26	à Nuremberg Platon caché.
	4	27	Difference entre Rome & Bologne,
	7	28	Entre Rome & Nuremberg.
13	8	24	à Rome Manilius.
13	4	27	à Bologne tout Manilius couvert.
13	1	53	à Nuremberg Manilius.
	5	57	Difference entre Rome & Bologne.
	6	31	Entre Rome & Nuremberg.
13	16	20	à Rome Plinius.
13	9	44	à Nuremberg Plinius.
	6	36	Difference entre Rome & Nuremberg.
13	24	50	à Rome Hermes commence à entrer.
13	20	47	à Bologne Hermes commence à entrer.
	4	3	Difference entre Rome & Bologne.
13	27	50	à Rome commencement de la mer Caſpienne.
13	21	56	à Nuremberg commencement de la mer Caſp.
	5	54	Difference entre Rome & Nuremberg.

13h	29′	20″	à Rome Meſſala.
13	25	17	à Bologne tout Meſſala.
	4	3	Difference entre Rome & Bologne.
13	30	25	à Rome l'ombre au milieu de la mer Caſpienne.
13	24	15	à Nuremberg l'ombre au milieu de la mer Caſp.
	6	10	Difference entre Rome & Nuremberg.
13	33	5	à Rome fin de la mer Caſpienne.
13	28	52	à Bologne.
13	26	49	à Nuremberg.
	4	13	Difference entre Rome & Bologne.
	6	16	Entre Rome & Nuremberg.
13	35	40	à Rome Immerſion totale.
13	31	37	à Bologne.
13	29	48	à Nuremberg.
13	12	34	à Geneves.
	4	3	Difference entre Rome & Bologne.
	5	52	Entre Rome & Nuremberg.
	23	6	Entre Rome & Geneves.
14	41	50	à Paris commencement de l'Emerſion.
15	22	50	à Rome.
15	16	50	à Nuremberg.
14	59	18	à Geneves.
	41	0	Difference entre Paris & Rome.
	36	0	Entre Paris & Nuremberg.
	17	28	Entre Paris & Geneves.
15	44	20	à Paris Grimaldi.
15	18	56	à Nuremberg Grimaldi hors de l'ombre.
	34	36	Difference entre Paris & Nuremberg.
15	4	33	à Paris Copernic eſt ſorti.
15	45	5	à Rome.
15	38	35	à Nuremberg.
	40	32	Difference entre Paris & Rome.
	34	2	Entre Paris & Nuremberg.
15	4	33	à Paris Tycho eſt ſorti.
15	45	20	à Rome.
15	38	35	à Nuremberg.
	40	47	Difference entre Paris & Rome.

	34′	2″	Entre Paris & Nuremberg.
15	9	29	à Paris Platon commence à ſortir.
15	51	10	à Rome.
15	46	37	à Bologne.
	44	41	Difference entre Paris & Rome.
	37	8	Entre Paris & Bologne.
15	10	24	à Paris tout Platon.
15	52	5	à Rome tout Platon.
15	47	32	à Bologne tout Platon.
15	45	30	à Nuremberg Platon eſt découvert.
	41	41	Difference entre Paris & Rome.
	37	8	Entre Paris & Bologne.
	36	6	Entre Paris & Nuremberg.
15	18	55	à Paris Manilius eſt ſorti.
16	0	20	à Rome.
15	55	52	à Bologne.
	41	25	Difference entre Paris & Rome.
	36	57	Entre Paris & Bologne.
15	23	45	à Paris Menelaus eſt ſorti.
16	4	0	à Rome.
15	59	24	à Bologne.
	40	15	Difference entre Paris & Rome.
	35	39	Entre Paris & Bologne.
16	4	50	à Rome Dionyſius.
15	59	10	à Nuremberg.
	5	40	Difference entre Rome & Nuremberg.
16	19	50	à Rome le premier bord de la mer Caſpienne.
16	12	30	à Nuremberg.
	7	20	Difference entre Rome & Nuremberg.
16	24	20	à Rome Emerſion de la mer Caſpienne.
16	18	15	à Nuremberg.
	6	5	Difference entre Rome & Nuremberg.
16	46	0	à Paris fin douteuſe.
17	26	20	à Rome.
17	22	50	à Nuremberg douteuſe.

En prenant un milieu entre les differences des meridiens qui réſultent de ces obſervations, l'on trouve la

difference des meridiens entre Paris & Rome de 41′ 3″ à peu prés de même que celle qui résulte du commencement de l'Emersion observée de part & d'autre.

Par la comparaison des Phases observées à Paris & Bologne, l'on trouve la difference des meridiens entre ces deux Villes de 36′ 43″.

L'on trouve aussi la difference entre Paris & Nuremberg de 34′ 33″.

La difference qui résulte de l'Emersion observée à Geneve & à Paris est de 17′ 28″, plus grande de 52″ que celle qui est marquée dans la Connoissance des Temps.

REFLEXIONS SUR LES OBSERVATIONS DE MERCURE.

PAR M. CASSINI.

1707. 30. Juillet.

DIvers Auteurs d'Ephemerides de France, d'Italie & d'Allemagne representoient cette année 1707 le passage visible de Mercure dans le Soleil le cinq May à des heures differentes les unes des autres.

Quoique M. Halley, excellent Astronome Anglois, qui avoit observé un de ces passages de Mercure dans le Soleil dans l'Isle de Sainte Heleine par un temps tres-favorable, eut prédit aprés une longue discussion ce dernier passage vers le minuit entre le 5 & le 6 May, on n'a pas laissé de se tenir prêt à l'observer aux autres temps qui avoient été marquez par les autres Astronomes, non-seulement le même jour, mais encore un jour avant & un jour aprés. Mercure n'a pas paru aux Observateurs d'Europe, quoique la durée de ce Phenomene dût être environ de huit heures.

Cela nous a donné occasion de comparer ensemble les

obſervations les plus anciennes que nous ayons de cette Planete avec les modernes. Il y a de grandes difficultez dans les obſervations les plus anciennes, rapportées par Ptolemée dans ſon Almageſte.

Les plus anciennes furent faites à Alexandrie le troiſiéme Siecle avant J. C. & elles ſont marquées la plûpart aux années Dionyſiennes, dont les mois étoient ſolaires diſtinguez par les ſignes du Zodiaque, commençant par le ſigne du Cancer. Ptolemée ſuppoſoit ces mois reglez au moïen mouvement du Soleil; cependant nous avons dans Geminus Aſtronome ancien, un Calendrier dont les mois ſont marquez par les ſignes du Zodiaque, dont les plus longs ſont ceux du Taureau & des Gemeaux qui ſont de 32 jours, & le plus court celui du Sagittaire de 29 jours; ce qui fait voir que ces mois étoient reglez au vrai mouvement du Soleil, ſelon les obſervations ou hypotheſes de ce temps-là. Dans ce même Calendrier ſont marquez le lever & le coucher des Etoiles fixes ſuivant les Aſtronomes de ce temps-là, qui emploïoient par conſequent cette forme d'année & de mois.

Elias à Leonibus Aſtronome du Siecle paſſé, dans le Livre intitulé *Urania propitia*, examinant ces obſervations anciennes de Mercure, ſuppoſe auſſi & tâche de le prouver, que les mois Dionyſiens auſquels ces obſervations de Mercure étoient marquées, étoient inégaux, reglez au vrai mouvement du Soleil; mais il donne une forme d'année qui ne s'accorde pas bien avec celle de Geminus.

Il prétend même que dans les obſervations rapportées par Ptolemée, il y a des fautes d'écriture conſiderables; de ſorte que dans une de celles qui ſont marquées aux mois Egyptiens, il y a le mois de Phamenot au lieu de Mekir.

Outre cela ces obſervations anciennes ſont marquées quelquefois en braſſes, demi-braſſes, palmes & doits, ſans que l'on ſçache combien de degrez ou minutes on doit attribuer à des dimenſions ſi groſſieres faites ſans l'aide d'aucun inſtrument.

Depuis

Depuis les obſervations de Mercure rapportées par Ptolemée, les obſervations de cette Planete ont été très-rares. C'eſt pourquoy il ne faut pas s'étonner ſi divers Aſtronomes ne ſe ſont pas accordez ſi bien, qu'il n'y ait eu quelquefois entr'eux une difference de 6 à 7 degrez dans le lieu de Mercure.

Avant qu'on eut obſervé avec certitude le paſſage de Mercure dans le Soleil, dont nous avons preſentement pluſieurs obſervations faites depuis la premiere de M. Gaſſendi, deſquelles nous avons déja fait le rapport à l'Academie le 14 Novembre 1697, à l'occaſion de l'obſervation de cette Planete dans le Soleil que nous fîmes la même année à l'Obſervatoire Royal, les Tables qui avoient approché le plus près des obſervations modernes étoient les Rodolphines de Kepler, qui ont été depuis corrigées ſur les nouvelles obſervations par M. Bouillaud & par pluſieurs autres Aſtronomes.

Cette correction ſe peut mieux faire preſentement, en comparant enſemble les obſervations qui ont été faites depuis.

Nous en avons comparé pluſieurs dans une Lettre écrite à M. Gallet, à l'occaſion de ſon excellente obſervation de Mercure dans le Soleil de l'an 1677 qu'il nous envoïa.

Il nous eſt toûjours reſté quelque ſcrupule ſur le moïen mouvement de Mercure, tant à cauſe de la grande incertitude des obſervations anciennes qu'il faut comparer pour cet effet avec les modernes, que par la difficulté qu'il y a de bien ſeparer les inégalitez de cette Planete de ſon mouvement apparent.

Les inégalitez les plus ſenſibles des mouvemens de Mercure, ſont celles de ſes digreſſions apparentes du Soleil.

Ptolemée étoit prévenu de l'hypotheſe des Egyptiens, qui décrivoient l'orbe principal de Mercure autour de la Terre, lui attribuant un Epicycle dont le centre étoit placé ſur la circonference de l'orbe principal, & le centre de cet Epicycle étoit ſuppoſé décrire la circonference

du cercle principal par un mouvement égal au moïen mouvement du Soleil, pendant que Mercure parcouroit la circonference de cet Epicycle, dont le demi diametre étoit d'une grandeur capable de représenter à peu près les digressions de Mercure. Cette forme de theorie ne suffisoit pas encore pour bien representer les digressions de Mercure; ils attribuoient au cercle principal une excentricité à l'égard de la Terre, & outre cela ils donnoient à l'Epicycle un balancement qui avec l'excentricité concouroit à representer la variation des plus grandes digressions.

Ils ne s'aviserent point de décrire l'Epicycle de Mercure autour du Soleil, comme faisoient plusieurs Européens, du nombre desquels étoient Ciceron & Martien Capella.

Ces Egyptiens supposoient aussi l'Epicycle de Mercure immediatement au-dessus de l'orbe de la Lune, & au-dessous de l'orbe de Venus, qu'ils plaçoient toûjours au-dessous du Soleil.

Ils assignoient à chaque Planete un Ciel particulier à l'égard de la Terre, dont ils éloignoient davantage celles qui sembloient avoir un mouvement particulier plus lent, & parceque Mercure a son mouvement particulier plus lent que celui de la Lune, & plus vîte que celui de Venus, ils plaçoient l'orbe de Mercure immediatement au-dessus de l'orbe de la Lune, & au-dessous de l'orbe de Venus.

Il résulte de l'hypothese du mouvement de Mercure autour du Soleil, que l'Epicycle qu'il décrit autour du Soleil doit paroître plus grand lorsque le Soleil est dans son Perigée, que quand il est dans son Apogée, & que par cette cause les digressions de Mercure doivent être variables en divers signes du Zodiaque, suivant la distance du Soleil à la Terre en divers signes.

Mais les observations font connoître que dans les digressions apparentes de Mercure, il y a une variation plus grande que celle qui résulte de la diverse distance du Soleil; car lorsque le Soleil est, par exemple, dans le signe

de la Vierge, la digreſſion orientale de Mercure eſt beaucoup plus grande que ſa digreſſion occidentale. Le contraire arrive lorſque le Soleil eſt dans le ſigne des Poiſſons.

Ces apparences ont fait connoître que l'Epicycle de Mercure autour du Soleil lui eſt excentrique; qu'il y a une ligne droite qui paſſant par le centre du Soleil diviſe cet Epicycle en deux parties égales, dont l'extremité la plus éloignée du Soleil eſt ſon Aphelie, & la plus proche à l'oppoſite eſt ſon Perihelie.

Kepler a été le premier à déterminer la ſituation de cette ligne à l'égard des Etoiles fixes, & à ſuppoſer que cette Planete à l'égard du Soleil a des inégalitez analogues à celle des autres Planetes; qu'elle décrit une Ellipſe qui a pour axe la ligne de l'Aphelie & du Perihelie, & qu'elle a une inégalité phyſique qui retarde ſon mouvement dans l'Aphelie, & l'accelere dans le Perihelie. On peut voir ce qu'il en a écrit dans ſon Epitome de l'Aſtronomie Copernicienne, où il ſubſtituë au cercle principal des anciens le cercle ou l'Ellipſe annuel de la Terre & fait conſiſter les inégalitez apparentes de Mercure, partie dans celles qu'il donne au mouvement de la Terre dans ſon orbe annuel, & partie dans celles qu'il donne au mouvement propre de Mercure dans ſon Ellipſe.

Ceux qui donnent au Soleil le mouvement que Kepler donne à la Terre; ſont obligez de tranſporter avec le Soleil l'Ellipſe de Mercure; de ſorte que dans le mouvement annuel ſon axe garde toûjours le même paralleliſme, à la réſerve d'une petite inclinaiſon qui répond au mouvement de l'Aphelie de Mercure, & de l'Apogée du Soleil.

Un des premiers après Kepler qui a tâché de déterminer avec methode l'Aphelie & l'excentricité de Mercure, a été M. Boüillaud dans ſon grand Ouvrage de l'Aſtronomie Philolaique, y emploïant pluſieurs obſervations de Walterus, de Gaſſendi & des ſiennes, ſans prétendre de pouvoir déterminer aſſez préciſément ſon moïen mouve-

ment comme il le marque expressément. Il ne s'éloigne pas trop des dimensions de Kepler en ce qui regarde l'excentricité propre de Mercure & celle du Soleil, la proportion de leur orbe & la situation de l'Aphelie de Mercure; mais il s'en éloigne sensiblement dans la distribution de la premiere inégalité, qui est beaucoup plus grande dans Mercure que dans les autres Planetes.

Il est très-difficile de distinguer par les observations immediates la meilleure maniere de cette distribution. Un peu d'erreur que l'on fasse dans les digressions de Mercure, dont les observations sont plus fréquentes, fait une erreur très-grande dans les angles que Mercure fait au Soleil, à cause de la grande obliquité que les arcs qui les mesurent ont à nos lignes visuelles.

Dans les conjonctions de Mercure avec le Soleil ces arcs sont exposez directement à la Terre; mais comme ces conjonctions n'arrivent que dans deux endroits du Zodiaque qui sont près des nœuds de Mercure, elles ne suffisent pas pour déterminer avec justesse les inégalitez dans les autres endroits.

Si nous avions des observations fort anciennes des conjonctions de Mercure avec le Soleil pour les pouvoir comparer avec les modernes, par cette comparaison nous pourrions déterminer avec plus de justesse le moïen mouvement de Mercure; mais nous n'avons jusqu'à present que l'intervalle de 66 années entre les conjonctions observées, ce qui ne peut pas donner ce mouvement avec toute la précision que l'on peut souhaiter.

Nous ne laisserons pas cependant d'examiner ce qui resulte de ces observations.

Recherche du moïen mouvement de Mercure.

Pour trouver le moïen mouvement de Mercure par les observations de ses conjonctions avec le Soleil faites jusqu'à present, il en faut choisir deux des plus éloignées observées près du même nœud.

Dans la conjonction que nous avons observé à Paris le 2 Novembre de l'année 1697, Mercure étoit près du même nœud où il avoit été dans l'observation de M. Gassendi du 6 Novembre de l'an 1631, dont l'intervalle est de près de 66 années, qui est, comme nous avons dit, le plus grand que nous puissions emploïer entre les conjonctions. Dans cet intervalle il y a eu 274 retours de Mercure à son nœud ascendant.

Ayant examiné l'observation de M. Gassendi par notre methode, nous trouvons que la conjonction est arrivée le 6 Novembre de l'année 1631 à $19^h\ 51'\ 0''$, le Soleil étant alors en $14^d\ 42'\ 0''$ du Scorpion. Par nos observations de la conjonction de Mercure avec le Soleil de 1697, nous trouvâmes qu'elle arriva le 2 Novembre à $17h\ 58'\ 5''$, le Soleil étant en $11^d\ 33'\ 50''$ du Scorpion, de sorte que dans cette seconde observation il s'en falloit, $3^d\ 8'\ 10''$ que Mercure n'eut accompli 274 révolutions dans le Zodiaque. Chaque révolution est de 360 degrez, qui multipliez par 274 font 98840 degrez ; en ayant ôté $3^d\ 8'\ 10''$ reste $98836^d\ 51'\ 50''$ parcourus par Mercure dans l'intervalle de ces observations, qui est de 66 années, dont 17 sont bissextiles, moins 4 jours $1^h\ 53'$, lesquels font 24102 jours 22 heures & 7 minutes.

Divisant le nombre des degrez par celui des jours, l'on aura le mouvement journalier de Mercure de $4^d\ 5'\ 32''\ 21'''$. Ce mouvement n'est pas précisément le moïen, parceque dans le commencement & dans la fin de cet intervalle il peut y avoir des équations un peu differentes les unes des autres : mais cette difference ne peut pas être considerable, n'y ayant que trois degrez entre les lieux veritables de ces deux observations.

En comparant de la même maniere l'observation de M. Gassendi avec celle qui a été observée par les P. Jesuites à Canton le 10 Novembre 1690, qui étant réduite au meridien de Paris y a dû arriver le 9 Novembre 1690 à $18^h\ 20'\ 20''$, le Soleil étant en $18^d\ 19'\ 30''$ du Scorpion, l'on trouve dans cet intervalle 245 révolutions plus $3^d\ 37'\ 30''$,

qui étant divisées par 59 années 2 jours 22^h 29′ 20″ intervalle de temps entre ces deux observations, donne le moïen mouvement journalier de Mercure de 4p 5′ 32″ 42‴ avec une difference de 21 tierces de celui que l'on a trouvé par la premiere comparaison.

Comme dans la premiere comparaison il s'en falloit 3d & 8′ que Mercure ne fut arrivé dans l'observation de 1697 au degré où il avoit été dans l'observation de 1631, au lieu que dans la seconde comparaison Mercure dans l'observation de Canton avoit passé trois degrez 37′ au-dela du lieu où il avoit été dans l'observation de M. Gassendi. Les inégalitez qui se peuvent trouver en trois degrez de plus & trois degrez de moins ou environ se récompensent en quelque maniere; de sorte qu'en prenant un milieu l'on aura le moïen mouvement journalier de Mercure de 4 5′ 32″ 32‴.

M. Boüillaud tire de la comparaison des observations anciennes & modernes le moïen mouvement journalier de Mercure de 4^d 5′ 32″ 35‴ 29⁗.

Voilà ce que l'on peut tirer immediatement des intervalles entre les observations des conjonctions de Mercure avec le Soleil, sans emploïer dans les termes de ces observations pour réduire le vrai mouvement au moïen, des équations qu'il est difficile d'avoir avec justesse. Si l'on veut avoir égard à celles qui résultent des hypotheses fondées sur plusieurs autres observations, l'on aura par la premiere comparaison le moïen mouvement journalier de Mercure de 4^d 5′ 32″ 36‴ 28⁗, & par la seconde de 4^d 5′ 32″ 34‴ 46⁗, donc le milieu est 4^d 5′ 32″ 35‴ 37⁗ qui ne differe que de 7 à huit quartes de celui qui a été établi par M. Boüillaud.

Recherche des nœuds de Mercure.

Ces observations des conjonctions de Mercure avec le Soleil, sont très-propres pour déterminer avec toute l'exactitude que l'on peut avoir, les nœuds de l'orbite de Mercure avec l'Ecliptique.

Les Anciens qui suppoſoient que Mercure étoit toûjours plus près de la Terre que du Soleil, n'ayant jamais vû Mercure dans le diſque du Soleil, plaçoient ſes nœuds, & regloient l'inclinaiſon de ſon orbite de ſorte qu'étant vû de la Terre il ne put jamais rencontrer le Soleil, ce qui cauſoit une grande erreur dans la latitude de Mercure. Preſentement l'obſervation de la route de Mercure dans le Soleil vûë de la Terre, ſert à trouver la diſtance des nœuds de Mercure au lieu du Soleil, & l'inclinaiſon de ſon orbite à l'Ecliptique.

Ces deux Elemens de la theorie de Mercure ont été établis par pluſieurs Aſtronomes.

Par la recherche que nous avons fait de la ſituation des nœuds qui réſulte de l'obſervation de M. Gaſſendi, nous avons déterminé le lieu du nœud aſcendant le 6 Novembre de l'année 1631 en $13^d\,8'$ du Scorpion.

Par l'obſervation de M. Gallet du 7 Novembre 1677, 46 ans aprés celle de M. Gaſſendi, nous avons trouvé le lieu du même nœud en $14^d\,12'$ du Scorpion: la difference entre ces deux obſervations eſt de $1^d\,4'$ qui eſt le mouvement du nœud de Mercure dans cet intervalle de temps ſuivant la ſuite des ſignes, ce qui donne pour chaque année $1'\,21''$.

Suivant les obſervations de la conjonction de Mercure faites à la Chine l'an 1690, nous avons trouvé le lieu du nœud aſcendant de Mercure en $14^d\,32''\,25'$ de Scorpion qui étant comparé avec celui qui réſulte de l'obſervation de M. Gaſſendi de l'an 1631, donne le mouvement des nœuds ſuivant la ſuite des ſignes de $1^d 24'\,35''$ dans l'intervalle de 59 années, ce qui eſt en raiſon de $1'\,26''$ par an.

Nous avons auſſi cherché le lieu de Mercure par une autre methode qui nous a paru la plus ſûre, qui eſt en comparant la latitude de Mercure tirée de l'obſervation faite à la Chine en 1690 qui étoit boreale de $12'\,22''$, avec ſa latitude tirée de nos obſervations de l'an 1697 qui étoit auſtrale de $10'\,42''$, d'où nous avons tiré le lieu du nœud de Mercure en $14^d\,42'\,10''$ du Scorpion pour le temps en-

tre ces deux observations qui fut l'an 1694. L'on a donc pour l'intervalle de 62 années & demi le mouvement des nœuds de 1d 34′, ce qui est en raison de 1′ 31″ par an. Si l'on prend le milieu entre ces déterminations, l'on a le mouvement annuel des nœuds de 1′26″, de même qu'on l'a trouvé par la seconde comparaison, ce qui s'accorde à une seconde prés avec le mouvement annuel du nœud marqué par les Tables Rodolphines de 1′ 25″.

Toutes ces observations ont été faites prés du nœud ascendant. L'observation d'Hevelius de l'an 1661, qui est la seule qui ait été faite prés du nœud descendant, étant emploïée par notre methode, donne la situation de ce nœud en 14d 24′ du ♉, qui comparé avec celui qui est tiré des observations de M. Gassendi, donneroit le mouvement des nœuds plus vîte. L'on peut attribuer cette difference à la difficulté qu'il y a de déterminer avec exactitude les lieux des nœuds. Cependant l'on peut se tenir à celui que nous avons déterminé cy-dessus par plusieurs observations faites prés du nœud ascendant qui s'accordent assez bien ensemble.

Recherche de l'inclinaison de l'orbite de Mercure.

Les observations que nous avons examinées ne s'accordent pas si bien à donner l'inclinaison de l'orbite de Mercure avec l'Ecliptique, que dans la détermination des nœuds. Il n'y a pas lieu de s'en étonner, car les observations qui sont les plus prés des nœuds sont les plus propres pour déterminer leur situation, au lieu que les plus propres pour déterminer l'inclinaison de l'orbite de Mercure sont celles qui en sont les plus éloignées. Car l'inclinaison est mesurée par la plus grande latitude vûë du Soleil, qui est à 90d de distance des nœuds. On n'a pas laissé de la déterminer autant que le permet le peu de distance que Mercure avoit à ses nœuds dans ses conjonctions Ecliptiques. Par l'observation de 1677 on a trouvé l'inclinaison de l'orbite de Mercure de 5d 50′, au lieu de Mercure étant éloigné de celui des nœuds de 1d 34′.

Par

Par l'obſervation de 1690. on l'a trouvée de 6d 40′, le lieu de Mercure étant éloigné de 3°. 47′. de celui des nœuds.

Et par l'obſervation de 1697. elle a été déterminée de 6d 23′, le lieu de Mercure étant éloigné de 3d 8′ de celui des nœuds.

L'inclinaiſon qui réſulte de l'obſervation de 1690. devant être la plus exacte par la raiſon que nous venons de dire, l'on peut en attendant déterminer l'inclinaiſon de l'orbite de Mercure de 6d 40′: elle eſt marquée dans les Tables Rodolphines de 6d 54′.

Ces Epoques du nœud aſcendant de Mercure & le mouvement du nœud que nous venons de déterminer, font voir que ce nœud étoit le 5 May de cette année en 15d 0′ du Scorpion, & le nœud deſcendant étant ſuppoſé à l'oppoſite ſera en 15d 0′ du Taureau. Le Soleil à minuit après le 5 May étoit en 14d 43′ du même ſigne; donc en ce temps-là l'orbite de Mercure coupoit le diſque du Soleil fort près de ſon centre, de ſorte que dans cette ſituation Mercure s'étant trouvé en conjonction avec le Soleil la nuit entre le 5 & le 6 May, il y aura eu une Eclipſe qui peut avoir duré environ huit heures. La longueur de la nuit dans le lieu des obſervations étoit environ de 8 heures, preſque égale à la durée de l'Eclipſe. Mercure n'ayant pas paru dans le Soleil ni le ſoir du 5 May ni le matin du 6, il s'enſuit que le milieu de l'Eclipſe a été vers le minuit.

RECHERCHES SUR LES COURBES GEOMETRIQUES ET MECHANIQUES,

Où l'on propose quelques Regles pour trouver les rayons de leurs dévelopées.

PAR M. ROLLE.

1707. **S**Oit *AB* une Courbe quelconque dont les appliquées se vont rendre à un point *E* comme dans un pole immuable, & de laquelle on sçache mener les Tangentes. Il est question de trouver les rayons de sa dévelopée. Ce qui se peut faire comme on le va dire.

ARTICLE I. On fera d'abord toutes ces hypotheses.

AB ligne droite qui coupe la Courbe aux points *A* & *B*, de maniere que l'intervalc *AB* soit indéterminé.

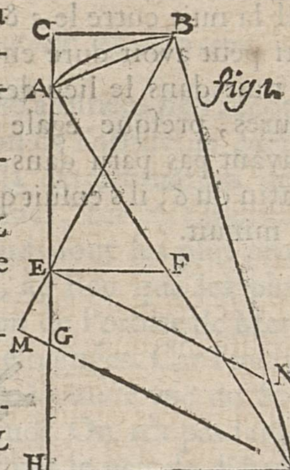


fig. 1.

AL perpendiculaire à la secante *AB*.

BL une droite qui coupe *AL* en quelque point *L*, à une distance indéterminée.

EF perpendiculaire sur l'appliquée *AE*.

EN perpendiculaire sur l'appliquée *BE*, & qui rencontre *BL* en *N*.

BC, *LM*, *LH*, perpendiculaires aux appliquées *EB*, *EA*.

Pour les expressions Algebriques on supposera *ML*=*t*;

$EH = z : EM = l : MG = d : EG = a : EB = v : EA = y : AC = e : CB = n : EF = f : EN = g : HL = x$.

Cela posé, je dis en prémier lieu que les triangles *BCA*, *AEF*, sont semblables & rectangles. Car les trois angles *EAF*, *FAB*, *CAB*, valent deux angles droits; de même que les trois angles du triangle rectiligne *BCA*. Ainsi ôtant de part & d'autre l'angle droit & l'angle commun, les restans *CBA*, *FAE*, seront égaux entr'eux; & par consequent les deux triangles *BCA*, *AEF*, ont chacun un angle oblique de même grandeur. Dans chacun aussi se trouve un angle droit, & delà il est aisé de voir que ces deux triangles sont semblables & rectangles. D'où l'on tire l'analogie & l'égalité marquées ici en *A*.

$A \ldots \; y : f :: n : e.$ Donc $ey = nf.$

A cause des triangles semblables *LHG*, *GME*, on aura les deux analogies & les deux égalités que l'on voit icy en *B*.

$B \ldots \begin{cases} x : t - d :: l : a. \text{ Donc } ax = tl - dl. \\ x : z - a :: l : d. \text{ Donc } dx = lz - al. \end{cases}$

Les triangles semblables *GME*, *ECB*, donnent les analogies & les égalités qui sont en *C*.

$C \ldots \begin{cases} d : a :: n : v. \quad \text{Donc } vd = an. \\ a : l :: v : e + y. \text{ Donc } lv = ea + ay. \end{cases}$

On a encore les deux triangles semblables *LHA*, *AEF*, & enfin les deux semblables *LMB*, *NEB*. Ce qui donne les deux analogies & les deux égalités que voici.

$D \ldots \begin{cases} x : z + y :: f : y. \text{ Donc } yx = fz + yf. \\ t : v + l :: g : v. \text{ Donc } vt = vg + gl. \end{cases}$

Et le triangle rectangle *BCE* donnera (par la 47. 1.) l'égalité marquée *E*.

$E \ldots \; vv = nn + ee + 2ey + yy.$

Toutes ces égalités conviennent à l'indétermination de l'intervale *AB*, & aucune ne s'oppose à son anéantissement.

ARTICLE II. On supposera que *EF* est la sous-normale du point *A*, & que *EN* est la sous-normale du point *B*.

Sur cette hypothese on prendra la valeur de ces sous-normales; & je suppose pour fixer les idées, que ces deux valeurs sont comme on les voit ici en F.

$$F \;.\;.\;.\; f = \frac{ym}{p}. \quad g = \frac{vm}{p}.$$

Par le moïen de ces deux égalités & de celles du précedent Article, on fera évanoüir les quantités $t, d, a, l, n, e, x, g, f$, c'est-à-dire, toutes les expressions de ces égalités, hors z, y, v, & celles qui marquent des quantités connuës dans l'égalité des sous-normales, comme m & p.

La réduite sera toûjours divisible par $v - y$; & ayant fait la division autant de fois qu'on le peut, on substituëra y au lieu de v, ou v au lieu de y. Ce qui donnera dans l'exemple proposé la résultante que l'on voit ici en G.

$$G \;.\;.\;.\; \begin{array}{l} +mmzz + 2mmyz = 0. \\ +ppzz. \end{array}$$

Cette égalité étant divisée par $mmz + ppz + 2mmy$, on aura $z = 0$. En sorte que le zero absolu est la veritable valeur de z dans cet exemple.

Ayant trouvé une valeur de z, on la substituëra dans la premiere des deux égalités marquées D. Art. I. Ce qui donnera $x = f$ pour l'exemple proposé.

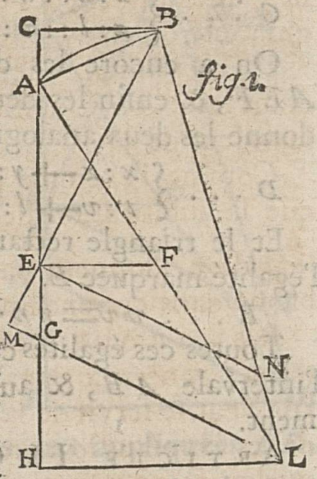


fig. 1.

Ainsi le segment HE s'évanoüit, puisque le zero absolu en est la valeur; & de là le point supposé en H se confond avec le point donné E. Delà aussi le point L tombe sur le point F, & on le voit aussi en ce que $x = f$. En sorte que le point A étant pris pour le point donné de la Courbe proposée, il sera vray de dire que le point F est à sa dévelopée, & que AF en est le rayon. Or il est évident ou facile de prouver que l'on peut faire une pareille recherche pour tout autre point de la Courbe proposée, & trouver pour z & pour x des

valeurs qui donnent sur le rayon de sa Tangente le point qui termine le rayon de sa dévelopée. C'est la premiere maniere que j'avois à proposer pour cette recherche.

ARTICLE III. Comme les égalités du premier Article sont tirées de la figure rectiligne, & que l'on peut les considerer comme immuables dans le Problême proposé, on peut aussi en prendre la réduite & la regarder comme une formule de ce Problême.

Si avec cela on observe dans le détail du calcul toutes les parties qui sont le moins divisibles par $v - y$, on s'appercevra que les autres parties doivent toûjours se détruire en substituant y au lieu de v dans la détermination des premieres formules ; & rejettant le superflu, on trouvera que la réduite est comme on la voit icy en L.

$$L \ldots z = \frac{2yygfvv - 2yffv^3}{2ffv^3 - vy^4 + yyv^3 - gfy^3v - ygfvv}.$$

Ainsi cette réduite L est comme une formule pour le Problême proposé, qui tient lieu de toutes les égalités du premier Article, & l'on peut en regler l'usage en cette maniere.

1°. On substituëra dans cette formule les valeurs de f & de g que donnent les égalités des sous-normales, selon ce qui a été dit dans le second Article.

2°. La résultante sera divisible par $v - y$; & la division étant faite, on y substituëra y au lieu de v. Ce qui donnera la valeur de z.

Comme l'exemple proposé est fort simple, il arrivera que la substitution de $\frac{vm}{p}$ au lieu de f, & celle de $\frac{vm}{p}$ au lieu de g, donnera par cela seul $z = 0$, qui résout le Problême dans cet exemple, comme on l'a dit cy-dessus.

REMARQUE. Lorsque les exposans sont exprimés en termes generaux dans l'égalité des sous-normales, & que l'on veut se servir de la formule L, sans substituer au lieu de ces exposans les nombres qui leur sont égaux, on auroit quelquefois besoin de ce Theorême :

Si l'on divise $v^a - y^a$ *par* $v - y$, *& que dans le quotient on*

ſubſtituë y *au lieu de* v, *la ſomme de tous les monomes dont ce quotient eſt composé vaudra toûjours* a y^{a-1}.

Mais l'on n'a point beſoin de ce Theorême quand on ſe ſert des formules que l'on va propoſer dans l'Article ſuivant.

ARTICLE IV. La formule *L* convient aux differens cas de *AB* réelle & de *AB* détruite. Mais l'on peut la réduire au ſeul cas où cet interval eſt anéanti, & en même tems introduire des expreſſions qui déſignent la difference non exiſtante des deux ſous-normales, & celle des deux appliquées.

Pour cela je prends $\omega\delta$ pour la difference des appliquées, & $\omega\lambda$ pour la difference des ſous-normales. Ce qui donne les égalités marquées icy *N*.

$$N \ldots \begin{cases} v - y = \omega\delta. \text{ Donc } v = y + \omega\delta. \\ g - f = \omega\lambda. \text{ Donc } g = f + \omega\lambda. \end{cases}$$

Ainſi l'on peut voir que ces differences ſont dans le rapport de δ à λ quelque varieté qui arrive dans le commun diviſeur exprimé par ω : En ſorte que ſi l'on prend le zero abſolu pour la valeur de ce commun diviſeur, il détruira les differences ſans détruire les rapports. Ce qui eſt conforme à ce qui avoit été dit dans le Journal des Sçavans du 28 May 1694, où j'ay donné la maniere d'introduire les differences dans une égalité, pour autant d'inconnuës qu'on voudra.

Suivant ce Journal il faut prendre les valeurs de *v* & de *g* marquées *N*, & les ſubſtituer dans l'égalité *L*, qui eſt dans cette occaſion l'égalité propoſée.

Du réſultat de la ſubſtitution il faut ôter la même égalité *L*, & diviſer par ω celle qui vient de la ſouſtraction.

Enfin il faut ſubſtituer le zero abſolu au lieu de ω dans l'égalité que donne la diviſion, & l'on trouvera celle qui ſe voit icy en *P*.

$$P \ldots z = \frac{yyf\lambda - yff\delta}{yy\lambda - yf\delta + 2ff}.$$

Pour l'uſage de cette formule on prendra l'égalité des ſous-normales, & je ſuppoſe icy pour le premier cas qu'il

n'y ait point d'autres inconnuës dans cette égalité que y & f, dont l'une exprime les appliquées, & l'autre les sous-normales mêmes.

On regardera cette égalité des sous-normales comme l'égalité generatrice d'une Courbe géometrique, & l'on en tirera la formule des Tangentes à l'ordinaire. En quoi il faut se souvenir que δ est relative à y, & λ relative à f, comme on le voit en *N*.

Par le moïen de cette formule & de celle qui est en *P*, il sera facile de faire évanoüir δ ou λ, & cette expression ayant disparu, on aura la valeur de z dont il est question. L'exemple éclaircira cette regle.

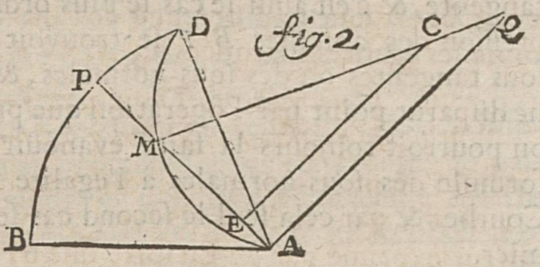


fig. 2

Soit la Courbe *A M D* une des spirales à l'infini, formée dans un secteur de cercle *D A B* avec une proprieté telle, qu'ayant mené un rayon quelconque *A M P*, & ayant nommé l'arc entier *B P D*, b, sa partie *B P*, π; le rayon *A B*, a; & sa partie *A M*, y; on ait la proportion marquée *Q*.

$$Q \ldots\ b : \pi :: a^m : y^m.\ \text{ou}\ b\, y^m = a^m \pi.$$

Il s'agit de trouver le rayon de sa dévelopée au point donné *M* par la regle précédente.

Ayant pris f pour la sous-normale *A Q*, & prenant sa valeur dans l'égalité proposée marquée *Q*, on aura l'égalité *R*.

$$R \ldots\ m\, b\, y^{m-1} f = a^{m+1}.$$

Regardant cette égalité *R* comme la generatrice d'une Courbe géometrique, & prenant la formule des sous-tangentes qui conviendroit à cette Courbe, on trouvera qu'elle est divisible par $m\, b\, y^{m-1}$, & que cette division la réduit aux termes que l'on voit ici en *S*.

$$S \ldots\ y\delta + m f \lambda = f \lambda.$$

Comparant cette formule S à la formule P, pour faire évanoüir δ ou x, on trouvera la valeur de z marquée T.

$$T \ldots \quad z = \frac{-mffy}{yy + ff + nfs}.$$

Comme cette valeur est negative, elle rebrousse chemin de l'autre côté du point fixe A vers le point M, & donne un point E par lequel menant une perpendiculaire sur AP, on aura MC pour le rayon de la dévelopée au point donné M.

J'ai supposé pour le premier cas de la méthode que l'égalité des sous-normales ne renfermoit que l'expression de l'appliquée, & celle de la sous-normale, ou de la soustangente, & c'est aussi le cas le plus ordinaire. Mais si l'expression des abscisses BP se trouvoit dans l'égalité des sous-tangentes ou des sous-normales, & que cette abscisse ne disparut point par l'operation que prescrit la methode, on pourroit toujours la faire évanoüir en comparant la formule des sous-normales à l'égalité generatrice de la Courbe, & par cela seul le second cas seroit réduit au premier.

Comme on ne fait évanoüir l'expression des abscisses que pour ne pas introduire leurs differences, on peut retenir cette expression quand on a les moïens d'exclure ces differences; & l'on a toûjours des moïens suffisans pour cela, quand on rappelle les égalités qui se présentent dans la recherche des sous-normales. Car parmi ces égalités il s'en trouve plusieurs qui renferment la difference des abscisses, & qui servent en plusieurs manieres à la chasser des formules que fournissent les égalités des sous-normales.

Ainsi l'on a dans ce Memoire une voïe pour trouver le rayon de la dévelopée à un point donné d'une Courbe proposée. Mais il ne faut pas oublier de substituer dans la recherche des tangentes ou des sous-normales, toutes les valeurs des quantités connuës, pour distinguer leurs formules, & pour en faire le choix, selon ce qui a été dit dans le Journal du 13 Avril 1702. Car il est bien évident que la pluralité des tangentes dans un même point de la Courbe

proposée,

proposée, fournira plusieurs rayons dans sa dévelopée. Mais comme les regles de ce Journal n'ont été faites que pour les lignes Geometriques, il faudra d'autres regles pour les appliquer aux lignes Mécaniques, & il y a des cas où il se trouveroit des difficultés considerables, à cause d'une égalité inaccessible qui est ordinairement sous-entenduë dans la définition de ces lignes, & qui en fait le mécanisme ou la transcendance.

Pour la démonstration des Regles que j'ai proposées ici, je pourrois me servir du privilege des Geometres qui prétendent avoir démontré leurs methodes quand ils ont marqué les voïes qu'ils ont tenuës dans leurs recherches. Comme j'ai fait ici un assez grand détail pour marquer la route que j'ai suivie, & que je n'y ai emploïé aucun principe contesté, il sera facile de sçavoir ce que l'on doit croire des Regles qui en résultent, & des differentes façons que j'ay proposées pour en abreger le calcul. On a vû comment j'ay tiré dans le troisiéme Article une formule de ce qui avoit été dit dans les Articles précedens sans me servir des differences; & l'on verra aussi que la Theorie de ces Articles fournit les preuves de cette formule & de celle du quatriéme Article, où j'ay exprimé la difference des grandeurs variables. On sçait que le rayon de la dévelopée est un rayon de tangente qui appartient à un des rameaux de la Courbe proposée, & que les autres rayons de tangente du même rameau ne peuvent rencontrer ce rayon de dévelopée dans le point qui le termine. Sur cette idée on peut aisément se servir du détail des deux premiers Articles pour s'assurer par des réductions à l'impossible du succés des Regles que j'ai données ici. Mais l'on peut encore s'en assurer par des preuves positives, si l'on regarde le rayon de la dévelopée comme deux rayons de tangente tellement unis que l'intervalle de l'un à l'autre soit plus petit qu'aucune quantité donnée.

Pour voir naître les Regles, on peut d'abord supposer que la secante AB * est mobile autour du point A, de B

*V. Fig. 1?

vers *C*, enforte que la partie interceptée *AB* diminuë de plus en plus, jufqu'à ce que cette fecante devienne tangente en *A*, & que dans ce mouvement l'angle *LAB* eft toûjours nn angle droit. Ainfi *AL* eft le rayon de cette tangente dans le cas où l'intervalle *AB* eft entierement détruit, qui eft auffi le cas de $v = y$,

Pour fixer ces fuppofitions generales à chaque Courbe particuliere & au Problême propofé, j'ay introduit l'égalité des fous-normales qui fe tire de la définition de cette Courbe, & j'ay fuppofé que le point *A* eft un point donné fur la même Courbe ; de maniere que la fous-normale eft donnée pour le point donné, & qu'elle eft indéterminée pour le point fuppofé.

Enfuite j'ay exprimé par d'autres égalités les rapports des fous-normales aux lignes de la figure qui renferme le rayon de la dévelopée ; & le Problême qu'expriment toutes ces égalités eft tellement conçû, qu'il fe trouve entierement déterminé, lorfque le point fuppofé tombe fur le point donné. Enfin j'ay fait $v = y$ pour la réünion de ces deux points, & je n'ay point introduit cette petite égalité dans les réduites particulieres qui réfultent de l'évanoüiffement des inconnuës, parceque cela auroit pû favôrifer l'évafion des raports qui font neceffaires au Problême. J'ay obfervé de ne l'introduire que dans la derniere reduite ; & c'eft toûjours un moïen fûr pour retenir ces rapports fuyans : De maniere que la fubftitution retrograde des valeurs réfoudra pleinement le Ploblême algebrique ; & ce Problême étant réfolu, il eft évident ou facile de prouver que les mêmes valeurs donnent la folution Problême propofé.

Du refte, les deux points *A* & *B* ayant été réünis pour former le rayon de la dévelopée, on peut demander fi ces deux points font contigus ou continus, ou bien fi l'un eft confondu dans l'autre, & faire d'autres queftions fort curieufes fur ce fujet. Mais l'on peut fans cela réfoudre le Problême propofé, & fe fervir de la réfolution qu'on a trouvée pour fe conduire dans ces queftions acceffoires.

REMARQUES.

Au lieu des expreſſions δ & λ dont je me ſuis ſervi pour la formule P, j'aimerois mieux les caracteres du calcul differentiel, parcequ'ils rappellent l'idée des inconnuës qui leur ſont relatives. Je ne voudrois pas neanmoins m'en ſervir pour trouver les formules, ni pour les démonſtrations ; car ces caracteres ſeroient incommodes dans ces deux cas, quand on ſe ſert des voïes que j'ai tenuës. Mais ils ſont commodes dans la pratique, ſoit pour tirer ces formules de leurs égalités generatrices, ſoit pour les comparer à d'autres formules dans les differens uſages que l'on en peut faire. Ainſi la formule P étant une fois trouvee par la Theorie dont on ſe ſert, il ſeroit bon d'y ſubſtituer dy au lieu de δ, & d'y ſubſtituer encore df à la place de λ. Alors cette formule P ſeroit exprimée comme on le voit ici en V.

$$V \ldots z = \frac{-yyfdf - ffydy}{yydy - yfdf + 2ffdy}.$$

Et faiſant de ſemblables ſubſtitutions dans la formule S qui a été tirée de l'égalité des ſous-normales, cette formule ſera exprimée comme on le voit ici en X.

$$X \;.\;.\; ydy + mfdf = fdf.$$

Comparant la formule X à la formule V pour faire évanoüir dy ou df, on aura la même valeur de z qui a été marquée ci-deſſus en T, & que l'on voit encore icy.

$$T \ldots z = \frac{-mffy}{yy + ff + mff}.$$

Cette valeur de z étant ſubſtituée dans la premiere des deux égalités marquées D dans le premier Article, on aura la valeur de x, & il eſt évident que ces deux valeurs donnent le rayon de ſa dévelopée.

Ayant trouvé une formule comme V, on peut la transformer en autant de manieres qu'on voudra, & en regler l'uſage, comme on le va voir ici.

1°. On ſuppoſera une égalité dans laquelle ſe trouvent les inconnuës de la formule propoſée, & l'on y introduira une autre inconnuë. Soit $\frac{f}{y} = r$ pour exemple de l'égalité ſuppoſée.

2°. On prendra la difference de cette égalité par les Regles du calcul differentiel, ou ſuivant le Journal du 28 May 1694. Dans cet exemple la difference donnera l'égalité $\frac{ydf - fdy}{yy} = dr$.

3° Par le moïen de ces deux égalités & de celle que l'on veut transformer, on fera évanoüir f & df, & la réſultante ſera la transformée que l'on demande.

Prenant la formule V pour la propoſée, on aura la transformée que l'on voit ici en H.

$$H \ldots \quad z = \frac{yyrdr}{dy - yrdr + rrdy}.$$

4°. Pour l'uſage des transformées, il faudra comparer l'égalité des ſous-normales avec l'égalité ſuppoſée pour en faire évanoüir f, & regarder l'égalité réſultante comme l'égalité generatrice d'une Courbe geometrique dont r & y ſont les inconnuës. Enſuite l'on prendra la premiere formule differentielle que fournit cette égalité ; & comparant cette formule à la transformée H, on fera évanoüir dr ou dy. Ce qui donnera la valeur de z, & par conſequent le rayon de la dévelopée. Ainſi voulant trouver le rayon de la dévelopée dans l'exemple de l'Article IV. il faudra ſe ſervir de $\frac{f}{y} = r$, ou $f = yr$ pour faire évanoüir f de l'égalité des ſous-normales marquée R. Ce qui donneroit $mby^m r = a^{m+1}$. Et regardant cette égalité comme la generatrice d'une Courbe geometrique, ſa difference ſera $ydr + mrdy = 0$; laquelle étant comparée à la formule H pour en faire évanoüir dy ou dr, on trouvera la valeur de z marquée en T dans le quatriéme Article.

Si l'on veut que la loi des homogenes ſoit viſible dans la transformée H, il faut que cette loi ſoit viſible dans

la supposée. Ainsi au lieu de $\frac{f}{y} = r$, il faudroit prendre $pf = yr$, & faire d'ailleurs comme il a été dit. Car la constante p s'évanoüira toûjours dans l'operation.

Les trois inconnuës $f. y. r.$ peuvent être disposées dans l'égalité supposée en mille manieres, & delà faire varier les transformées en mille façons. On peut même introduire des indéterminées dans cette égalité, & s'en servir pour réduire la formule aux termes les plus simples, comme on le dira dans un autre Memoire.

OBSERVATION

De l'Eclipse de Lune du mois d'Avril 1707 au Port de Paix dans l'Isle de S. Domingue.

PAR M. DE LA HIRE.

1707. 6. Aoust.

LE Pere Bouttin de la Compagnie de Jesus Missionnaire, a fait au Port de Paix dans l'Isle de S. Domingue plusieurs observations de l'Eclipse de Lune du mois d'Avril 1707, lesquelles nous ont été communiquées par le R. P. Goüye. Mais comme il n'avoit pas d'instrumens pour mesurer les doits éclipsés dont il rapporte les observations, je crois qu'il faut s'en tenir à ses deux observations de l'Immersion totale de la Lune dans l'ombre, & de son Emersion, qui sont les plus faciles à observer à la vûë simple, & surtout à cause que l'intervalle entre ces deux phases s'accorde avec nos observations.

Il observa donc l'Immersion à $8^h\ 9'\ 0''$ du soir le 16 Avril, & nous le 17 au matin à 0 55 30.
Donc difference . . . . . . 4 46 30.
Il observa l'Emersion à . . 9 57 30 du soir,
& nous le matin suivant à . . 2 43 0.
Donc difference . . . . . . 4 45 30.

Il rapporte la maniere dont il a reglé la montre qui lui

ſervoit, laquelle paroît aſſez juſte: mais par l'obſervation d'une autre Eclipſe qu'il fit au même lieu un an auparavant, nous avions trouvé la difference de $5^h 24' 30''$, & par conſequent cette derniere obſervation donneroit la difference de longitude entre Paris & le Port de Paix à S. Domingue de $38'$ d'heure, ou $9° \frac{1}{2}$ moindre que par la premiere, qui étoit plus grande que celle des bonnes Cartes de 6°. Celle-cy donneroit donc la longitude du Port de Paix ſeulement moindre de $3° \frac{1}{2}$ que ces Cartes. Il marquoit dans ſon obſervation de 1706 qu'il n'étoit pas bien ſeur de l'heure.

Il ajoûte que les Pilotes eſtiment la hauteur de Pole au Port de Paix de 20° préciſément.

DES MOUVEMENS

Faits dans des milieux qui leur réſiſtent en raiſon quelconque.

PAR M. VARIGNON.

1707. 13. Aouſt.

MOnſieur Newton dans le Livre qu'il nous a donné *De Principiis Math. Philoſ. natur.* Liv. 2. Sect. 1. 2. & 3. M. Leibnitz dans les Actes de Leipſik de 1689. pag. 39. &c. M. Hugens dans ſon diſcours de la cauſe de la peſanteur pag. 168. &c. Et M. Wallis dans ſes Oeuvres Mathematiques Tom. 2. chap. 101. pag. 438. &c. ont traité fort doctement de la réſiſtance du milieu au mouvement des corps. Voici ce qui m'eſt auſſi venu en penſée ſur cette matiére, le tout compris en une Propoſition générale, d'où réſulte en pluſieurs maniéres, non-ſeulement tout ce que ces quatre grands Geometres ont conclu de leurs hypothêſes; mais encore ce qui ſuit de pluſieurs autres faites à volonté: Tout cela paroîtra dans les Problêmes ſuivans, & dans leurs Corollaires.

Quelques Philoſophes, même Mathematiciens, croïent

que la résistance de l'air réduiroit enfin à l'égalité, & dans un tems fini, l'accélération des corps qui y tombent, c'est à dire que cette résistance retarderoit leurs vitesses jusqu'à ne s'y accélérer plus du tout, & à devenir enfin uniformes aprés un tems fini pour chacun, en regardant la pesanteur comme une force constante & toûjours la même à la maniére de Galilée. On verra cependant dans un autre Mémoire que cela ne sçauroit arriver dans l'hypothêse des résistances en raison des vitesses, ni même dans celle où les résistances du milieu seroient en raison des quarrés des vitesses, comme on le pense d'ordinaire. On verra, dis-je, que ces résistances n'empêcheront jamais les corps qui tombent, de s'accélérer, & que quoiqu'ils aïent un terme d'accélération, duquel ils approchent incessamment, il leur faudroit un tems infini pour y arriver. Ainsi il faut que ceux qui pensent que les corps qui tombent, peuvent arriver enfin à ce terme d'accélération aprés un tems fini, s'appuïent sur quelque hypothêse différente des deux précédentes touchant la résistance du milieu où ces corps tombent. Je dis plus : quand même ils y emploïeroient l'hypothêse des résistances en raison des sommes faites des vitesses & de leurs quarrés, quoique plus vrai-semblable encore que la seconde des deux précédentes, qui passe pourtant d'ordinaire pour l'être le plus ; on verra dans la suite qu'ils n'y trouveroient pas encore leur compte, & que dans cette hypothêse il faudroit encore un tems infini aux corps qui tombent, pour arriver à une vitesse uniforme, quoiqu'ils aïent aussi un terme d'accélération, & que la vitesse à laquelle ils peuvent arriver, même dans un tems infini, ne soit encore que finie. Mais sans se mettre en peine de déviner quelle peut être l'hypothêse de ces Philosophes touchant les résistances, s'il est vrai qu'ils en aïent quelqu'autre que les précédentes ; il suffit, ce me semble, de les inviter (ainsi qu'on fait ici) d'en faire l'application à nôtre Proposition générale ; & ils verront, comme dans les Problêmes suivans, ce qui leur en doit enfin résulter. Soit donc

DÉFINITION I.

On appelle ici *Résistances instantanées*, ou simplement *Résistances*, ce que le milieu dans lequel un corps se meut, lui fait d'obstacle à chaque instant. D'où l'on voit que ces résistances instantanées doivent toûjours être proportionnelles aux diminutions de vitesse, qu'elles causent au mouvement de ce corps à chaque instant ; & qu'ainsi les expressions de ces résistances peuvent être également celles de ces diminutions instantanées de vitesse, & réciproquement.

DÉFINITION II.

Ces résistances instantanées s'appelleront *continuëment successives*, lorsque sans interruption elles seront toutes de même genre ; sçavoir toutes finies, ou toutes infiniment petites du premier genre, &c. La somme de tout qui s'en fera dans un tems fini, s'appellera *Résistance totale*. Les instans seront pris dans la suite tous égaux entr'eux : ce seront des parties de tems infiniment petites du premier genre.

DÉFINITION III.

Ce qu'un corps a de vitesse à chaque instant, s'appellera ici *vitesse instantanée*, quoique le simple nom de *vitesse* signifie la même chose, puisqu'il n'y a point de vitesse qui ne soit instantanée : c'est de peur qu'on ne s'y méprenne qu'on parlera ainsi dans la suite, ce qui ne coûtera qu'un mot de plus.

DÉFINITION IV.

On appellera aussi dans la suite *vitesses primitives*, ou *primitivement* telles ou telles, celles que le mobile auroit euës sans la résistance du milieu, c'est à dire dans un milieu sans résistance ni action, tel qu'on imagine d'ordinaire le vuide. Le mouvement que ce corps auroit dans un tel milieu, s'appellera au *mouvement primitif*, ou *primitivement* tel ou tel : par exemple, *primitivement uniforme*,

me, si dans un tel milieu il eût dû être uniforme ou d'une vitesse toûjours la même ; & *primitivement accéléré*, ou *primitivement retardé*, selon qu'il auroit dû y être effectivement accéléré ou retardé : en un mot, *primitivement varié*, selon la variation de vitesses qu'il auroit dû y avoir indépendamment aucune résistance ni action de la part de ce milieu.

DE'FINITION V.

On appellera *vitesses restantes*, *vitesses de reste*, *vitesses actuelles*, *vitesses effectives*, ou simplement *vitesses*, ce que la résistance du milieu en laissera au mobile ; *vitesses perduës*, ou *éteintes*, ce que cette résistance lui en ôtera ; & enfin *vitesse terminale*, la plus grande qu'il puisse aquerir malgré cette résistance, ainsi que l'appelle M. Hugens.

AVERTISSEMENT.

La lettre *l* exprimera dans la suite le mot de *logarithme*, comme les lettres *d* & *ſ* expriment d'ordinaire ceux de *différence* ou *différentielle*, & de *somme* : de sorte que ces lettres ne signifieront dans la suite que ces mots dont elles seront les caractéristiques. Pour la lettre *q* qu'on ajoûtera toûjours dans la suite aux sommes des différentielles à intégrer, elle y signifiera toûjours ce qu'il pourroit y avoir de constant à ajoûter ou à retrancher de ces sommes ou intégrales pour les rendre justes & précises ; ce qu'on déterminera dans la suite.

LEMME I.

Les Résistances instantanées continuëment successives d'un milieu quelconque à un mouvement fini quelconque, & d'une durée finie, sont infiniment petites par rapport à la force persévérante productrice de la vitesse finie du corps mû.

DE'MONSTRATION.

Si ces résistances instantanées étoient finies, leur multitude infinie dans un tems fini, feroit une résistance to-

tale infinie ; & par conséquent beaucoup plus grande qu'aucune force persévérante finie. Ainsi cette force n'auroit pas fourni pendant ce tems fini à produire le mouvement supposé ; & par conséquent ce mouvement n'auroit pas duré pendant tout ce tems, ce qui est contre l'hypothêse. Donc, &c.

LEMME II.

La somme des vitesses intantanées d'un corps mû de quelque maniére que ce soit, est toûjours proportionnelle à la langueur du chemin q'elles lui font parcourir l'une aprés l'autre par instans

DÉMONSTRATION.

Soit e cet espace parcouru pendant le tems t, & de l'espace parcouru pendant chaque instant dt, avec une vitesse instantanée appellée u. Cette vitesse ne consistant que dans le raport de de à dt, il est manifeste que l'on aura ici $u = \frac{de}{dt}$, ou $u\,dt = de$. Donc aussi $\int u\,dt = e$. *Ce qu'il falloit démontrer pour ne pas renvoyer à la pag.* 226.

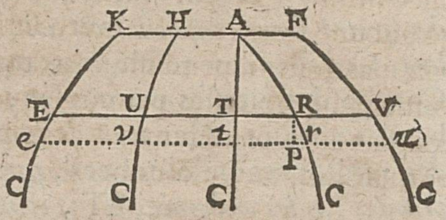
PROPOSITION GÉNÉRALE.

Soit un corps quelconque, qui en mouvement dans un milieu sans résistance ni action pendant les tems AT, *dût avoir des vitesses qui fussent à la fin de ces tems, comme les ordonnées correspondantes* TV *d'une Courbe quelconque* FVC : *c'est à dire, dont les vitesses primitives à la fin des tems* AT, *fussent comme les ordonnées correspondantes* TV *d'une Courbe quelconque* FVC *dont l'axe soit* AC. *Trouver en général les résistances de ce milieu, ce qu'elles laisseroient de vitesses au mobile à la fin des tems* AT, *ce que ces vitesses restantes lui feroient parcourir d'espace pendant ces tems, &c.*

SOLUTION.

Soient les droites EV, eu, infiniment proches l'une de l'autre, perpendiculaires en T, t, de même que KF en A,

ſur l'axe AC ; & dont les parties TR, tr, expriment les réſiſtances que le milieu aura faites au corps mû pendant les tems AT, At. Soit ARC la Courbe à



laquelle ſe terminent toutes ces réſiſtances totales TR, tr, égales aux forces par elles éteintes ou aux viteſſes perduës pendant ces tems AT, At. correſpondans. Soit auſſi la Courbe HUC, laquelle ait par tout ſes ordonnées $UT = RV$ correſpondantes, leſquelles expriment les viteſſes reſtantes à la fin des tems AT, & qui jointes aux perduës R, rendent les ordonnées TV de la Courbe FVC pour les viteſſes primitives correſpondantes.

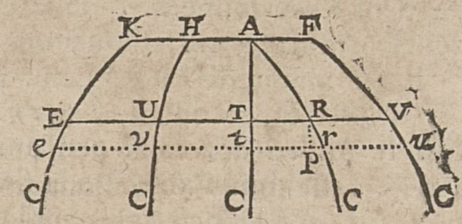
Il eſt manifeſte par le Lem. 1. que chaque difference Pr des réſiſtances totales TR, tr, exprimera la réſiſtance que le milieu doit faire pendant chaque inſtant Tt, à la viteſſe reſtante RV ou TU à la fin de chaque tems correſpondant AT. Donc en prenant les ordonnées TE, te, de la Courbe KEC pour les puiſſances, ou plus généralement pour les affections quelconques des viteſſes, &c. que ſuivent ces réſiſtances inſtantanées ; l'on aura par tout Pr en raiſon conſtante à TE, c'eſt à dire que la fraction $\frac{Pr}{TE}$ ſera conſtante ; & conſéquemment auſſi que $\frac{Pr}{TE} = \frac{Tt}{a}$ ſera l'équation générale des Courbes ARC, HUC, en prenant les inſtans Tt conſtans de même que la grandeur a.

Donc en appellant AT, t ; TR, r ; TE, z ; TV, v ; RV ou (*hyp.*) TU, u ; & conſequemment auſſi Tt, dt ; & Pr, dr ; outre $r = v - u$, & $dr = dv - du$: l'on aura en général $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$, ou $\frac{dv - du}{z} = \frac{dt}{a}$, pour l'équation des Courbes ARC, HUC, laquelle caracteriſée pour chacune par l'introduction de ce que les Courbes données FVC & KEC leur aſſigneront de particulier, donnera tout ce qu'il falloit ici trouver, ainſi qu'on le verra dans les Problêmes ſuivans.

Pour éviter la confusion dans l'usage qu'on fera dans la suite des quatre Courbes qu'on voit ici, la premiére ARC *s'appellera* Courbe des résistances totales ; *la seconde* FVC, Courbe des vitesses primitives ; *la troisiéme* HUC, Courbe des vitesses restantes ; *& la quatriéme* KEC, Courbe des résistances instantanées, *parceque ces résistances sont exprimées par les ordonnées* ET, *comme les totales par les ordonnées* TR *de la Courbe* ARC. *Cela posé, voici quelques conséquences de la Solution précédente.*

COROLLAIRE I.

Puisque (*hyp.*) *TU* est par tout ici égale à *RV* correspondante, il est manifeste que lorsque la Courbe *FVC* des vitesses primitives passera par *A*, c'est à dire lorsque ces vitesses commenceront à zero, la Courbe *HUC* des vitesses restantes passera aussi par *A*, ces vitesses commençant de même à zero : de sorte que *AF* & *AH* seront alors également nulles ou zero.



COROLLAIRE II.

De ce que (*hyp.*) les Courbes *FVC*, *ARC*, *AUC*, donnent par tout *RV* = *TU*, il suit manifestement aussi que les aires correspondantes *ARVF*, *ATUH*, seront de même par tout égales entr'elles.

COROLLAIRE III.

Puisque (*Lem.* 2.) chaque espace parcouru est toûjours comme la somme des vitesses instantanées *RV* ou *TU* emploïées à le parcourir ; les espaces parcourus pendant les tems *AT*, seront toûjours entr'eux comme les aires *ARVF* ou *ATUH* correspondantes ; & ce qu'il en reste à parcourir, comme les aires restantes *CRVC* ou *CTUC*.

COROLLAIRE IV.

Donc auſſi (*Lem.* 2.) l'eſpace parcouru pendant chaque tems *AT* (*t*) avec les viteſſes retardées par la réſiſtance du milieu dont il s'agit ici, ſera toûjours à ce qui en auroit été parcouru ſans cette réſiſtance pendant ce même tems, comme *ARVF* ou *ATUH* eſt à *ATVF*.

COROLLAIRE V.

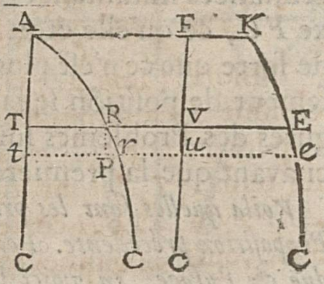
Ainſi ce que la réſiſtance du milieu en empêche d'être parcouru pendant chaque tems *AT*, eſt toûjours comme l'aire correſpondante *ART*, c'eſt à dire, comme la ſomme des réſiſtances totales *VR* qui ſe ſont trouvées pendant tout ce tems *AT*.

COROLLAIRE VI.

Puiſque dr (Pr) eſt à z (TE), ou à zdt ($ETte$) en raiſon conſtante, à cauſe de dt ſuppoſée par tout ici conſtante ; l'on aura auſſi toûjours r (TR) proportionnelle à $\int zdt$ ($ATEK$) : c'eſt à dire que les réſiſtances totales ou les viteſſes perduës à la fin des tems *AT*, ſeront entr'elles comme les aires correſpondantes *ATEK*.

Voilà en général pour toutes ſortes de mouvemens retardés par des réſiſtances en raiſon quelconque du milieu, quels que fuſſent auſſi ces mouvemens primitivement & ſans aucune réſiſtance. Voici preſentement en particulier pour ceux qui primitivement & ſans réſiſtances ſeroient uniformes.

COROLLAIRE VII.

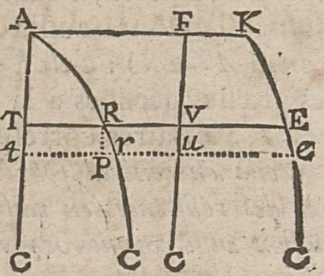


Si preſentement on ſuppoſe que le mouvement qu'on a regardé juſqu'ici d'une variation de viteſſes à volonté, quand même le milieu ne lui auroit fait aucune réſiſtance, fût ici uniforme primitivement & ſans la réſiſtance de ce milieu ; il eſt manifeſte que

la Courbe *FVC*, qui par ses ordonnées *TV* exprimoit ci-dessus des vitesses primitives variées (v) telles que ce mouvement les auroit eues sans la résistance du milieu, doit ici dégenerer en une ligne droite parallele à *AC*, toutes ses ordonnées *TV* (v) devenant chacune égale à la constante *AF*, que j'appelle ici a, laquelle y doit exprimer la premiére vitesse du corps mû au commencement *A* du tems *AT*. Ce qui donnant ici $v = a$ constante, & conséquemment $dv = o$, & $dr\ (dv - du) = -du$; la seconde $\frac{dv - du}{z} = \frac{dt}{a}$ des deux formules générales trouvées dans la Solution précédente, se changera ici en $\frac{-du}{z} = \frac{dt}{a}$. Pour la premiere $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$, elle demeurera ici la même que là, avec cette seule différence que r qui étoit là $= v - u$, sera ici $= a - u$.

COROLLAIRE VIII.

Puisqu'ici (*Cor 7.*) on a $dr = -du$, il est manifeste que la Courbe *ARC* des résistances totales, doit être ici la même par raport à l'axe *FC*, que celle *HUC* des vitesses restantes (u) étoit dans la premiere figure par raport à l'axe *AC*; & qu'ainsi *ARC* sera ici tout ensemble la Courbe des résistances totales (r) par raport à l'axe *AC*, & des vitesses restantes (u) par raport à l'axe *FC*, sans qu'il soit besoin d'y marquer *HUC*. Quant à la Courbe *KEC* des résistances instantanées, on la suppose ici à droite sur l'axe *FC*, ce qu'elle étoit ci-devant à gauche sur l'axe *AC*, de sorte que ce n'est plus ici *TE*, mais $VE = z$: ce renversement de position se fait ici pour ne rien changer aux figures des Problêmes suivans qui ont été résolus sur celle-ci avant que la premiere me fut venu en pensée.



Voilà quelles sont les premieres conséquences générales de la Proposition précédente. Pour en faire presentement voir l'étendüe & l'usage, en voici l'application à quelques exemples. Et

pour aller des plus simples aux plus composés, nous allons commencer par les mouvemens primitivement uniformes, retardés par la résistance des milieux où ils se font : nous passerons ensuite dans deux autres Mémoires aux mouvemens variés primitifs, retardés aussi par la résistance des milieux.

PROBLEME I.

Trouver la Courbe ARC; *&c. dans l'hypothêse des résistances instantanées en raison des vitesses restantes de primitivement uniformes.*

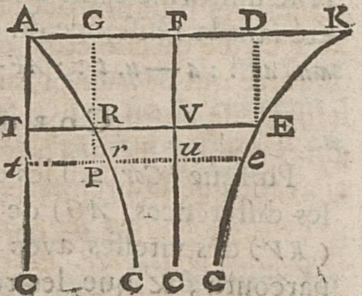
SOLUTION.

Cettte hypothêse donnant $RV\ (u) = VE\ (z)$, la premiere équation $\frac{-du}{z} = \frac{dt}{a}$ du Corol. 7. de la Proposition générale, se réduira ici à $\frac{-du}{u} = \frac{dt}{a}$. Ce qui fait voir tout d'un coup que la Courbe *ARC* doit être ici une logarithmique d'une soûtangente $= a\ (AF)$ constante, & dont *FC* doit être l'Asymptote.

COROLLAIRE I.

Les instans Tt ou $Vu\ (dt)$ étant supposés tous égaux entr'eux, ou les tems *AT* ou *FV* (t) en progression arithmétique, les vitesses $RV\ (u)$ doivent être ici en progression geométrique, aussi-bien que leurs différences *Pr*, ou ce qui s'en perd à chaque instant par la résistance du milieu.

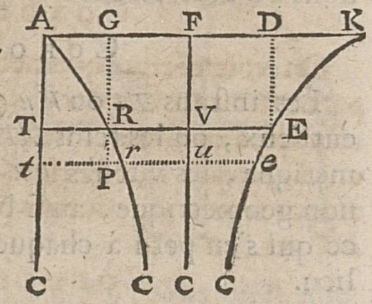
COROLLAIRE II.



Chaque espace parcouru pendant chaque tems *AT* ou *FV*, sera (*Corol. 3. de la Prop. génér.*) comme l'aire correspondante *ARVF*. Mais l'équation ptécédente $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{u}$ donne $\int u\,dt\ (ARVF) = -au + aa$. Donc les espaces par-

courus pendant les tems *AT* ou *FV* (*t*), seront ici comme les grandeurs *aa* — *au*, ou (à cause de *a* constante) comme les *a* — *u* correspondantes : c'est à dire (en prolongeant *PR* paralellement à *TA*) comme les différences *AG* de la premiere (*a*) aux dernieres des vitesses (*u*) avec lesquelles ces espaces ont été parcourus, ou comme les résistances totales *TR* (*r*) du milieu pendant les tems *AT*, ou bien aussi comme les pertes des vitesses faites pendant ces tems. D'où l'on voit que les décroissemens de ces vitesses sont aussi toûjours entr'eux comme les accroissemens contemporains des espaces parcourus : de sorte que les vitesses perduës seront toûjours ici comme les espaces parcourus, & les restantes comme les espaces à parcourir jusqu'à l'entiére extinction de ces vitesses, ainsi que M. Newton l'a aussi trouvé à sa maniére dans la Prop. 1. Sect. 1. Liv. 2. de ses Princip. Math.

COROLLAIRE III.



On voit de plus (*Corol.* 4. *Prop. génér.*) que l'espace parcouru pendant le tems *AT* ou *FV* (*t*) avec des retardemens ou des résistances qui fussent comme les vitesses retardées, devroit toûjours être ici à ce que le mobile en auroit parcouru pendant le même tems *AT* ou *FV*, d'une vitesse uniforme égale à la premiere *AF* (telle qu'elle auroit été sans la résistance du milieu) : : *ARVF*. *ATVF* : : *aa* — *au*. *at* : : *a* — *u*. *t* : : *AF* — *RV*. *AT* : : *AG*. *AT*.

COROLLAIRE IV.

Puisque (*Cor.* 2.) les espaces parcourus sont ici comme les différences (*AG*) de la premiére (*AF*) aux derniéres (*RV*) des vitesses avec lesquelles chacun d'eux aura été parcouru, & que les restes d'espace à parcourir jusqu'à l'entiére

l'entiére extinction de ces vitesses, doivent aussi être ici comme les restantes (*RV* ou *GF*) à la fin des espaces parcourus, ou au commencement de ceux qui restent à parcourir jusqu'à l'entiére extinction de ces mêmes vitesses ; cette extinction des vitesses (*RV*) ne devant arriver ici qu'à une distance infinie de *AF* du côté de *C*, il est manifeste qu'elle ne doit arriver qu'aprés un tems infini, & qu'il faudroit tout ce tems pour achever ce reste d'espace, quoiqu'il ne soit que fini, puisque (*Corol.* 2.) il est ici par tout au parcouru pendant chaque tems *AT* ou *FV* : : *FG. GA.*

COROLLAIRE V.

Donc si l'on prend *AG* pour l'espace parcouru pendant le tems *AT* (*t*), l'on aura ici *GF* pour ce qu'il en reste à parcourir jusqu'à l'entiére extinction des vitesses ; & quelque fini que soit l'espace entier *AF*, le mobile parti de *A* suivant *AF*, n'arrivera jamais en *F*, quoiqu'il en approche toûjours à l'infini.

COROLLAIRE VI.

On voit réciproquement que si *AF* est l'space entier à parcourir avec des vitesses primitivement uniformes, mais retardées comme ci-dessus, depuis leur commencement en *A*, jusqu'à leur entiére extinction ; les parties *AG* de cet espace seront parcouruës pendant les tems correspondans *FV* ou *AT* (*t*).

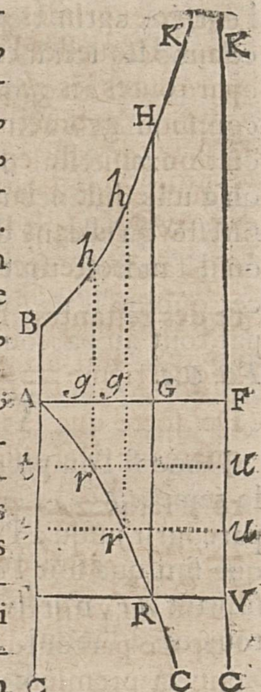
COROLLAIRE VII.

On voit aussi (*Cor.* 1.) que si les espaces *FG* qui restent à parcourir jusqu'à l'entiére extinction des vitesses, sont pris pour des nombres, les tems écoulés correspondans *AT* (*t*) en seront les logarithmes, comme ils le sont (*Cor.* 1.) des vitesses restantes *RV* (*u*) à la fin de ces tems, lesquelles sont (*Cor.* 2.) comme ces espaces à parcourir en commençant par elles jusqu'à leur entiére extinction.

COROLLAIRE VIII.

Soit presentement *CF* prolongée vers *K* ; & entre les

asymptotes *AF*, *FK*, l'hyperbole équilatere *BHK*, que tant de *RG*, *rg*, qu'on voudra prolonger vers elle parallelement à *CK*, rencontrent en *H*, *h*; & des points *R*, *r*, autant de *TV*, *tu*, paralleles à *AF*, lesquelles rencontrent *AC* en *T*, *t*, & *FC* en *V*, *u*. Il suit de la Solution précédente qu'en prenant encore *AF* pour la premiere vitesse du mobile, les parties *Fg*, *FG*, de cette ligne, exprimeront les vitesses restantes à la fin des tems *At*, *AT*; & leurs complémens *Ag*, *AG*, les vitesses perduës, ou les resistances totales, ou bien aussi (*Cor.* 2.) les espaces parcourus pendant ces tems. De plus puisque *AT* étant divisée en parties égales en *t*, *t*, la logarithmique *ARC*, qui rend alors *RV*, *ru*, *ru*, *AF*, & conséquemment aussi *FG*, *Fg*, *Fg*, *FA*, en progression geometrique, rend pour lors les aires hyperpoliques *BAgh*, *hggh*, *hgGH*, pareillement égales entr'elles, & par conséquent encore les aires *BAgh*, *BAgh*, *BAGH*, en même proportion que les tems *At*, *At*, *AT*; ces aires *BAgh*, *BAgh*, *BAGH*, exprimeront aussi ces tems à la fin desquels se trouvent les précédentes vitesses tant restantes *Fg*, *Fg*, *FG* que perduës *Ag*, *Ag*, *AG*, & les espaces parcourus *Ag*, *Ag*, *AG*, à la fin de ces mêmes tems. Ce qui fait voir encore, ainsi que dans le Corol. 4. qu'il faudroit ici un tems infini *KBAFK* pour l'anéantissement entier des vitesses *FG*, & pour parcourir l'espace entier *AF*.



Tout celà s'accorde avec la Prop. 2. Sect. 1. Liv. 2. De Princ. Math. Phil. natur. *de M. Newton, & avec les Corollaires qu'il tire de cette Proposition.*

COROLLAIRE IX.

Puisque les vitesses restantes *Fg*, *Fg*, *FG*, aprés des instans

égaux exprimés par les aires infiniment petites & égales dans lesquelles l'aire totale *KBAFK* est (*hyp.*) divisée par toutes les *gh* paralleles à *FK*, sont (*Corol.* 8.) en progression geometrique décroissante depuis *A* jusqu'en *F*; si l'on appelle encore a la premiere *FA* de ces vitesses, laquelle soit à la seconde *Fg* : : m. 1. ainsi que le suppose M. Wallis dans le chap. 101. de son Algebre, en faisant $m > 1$; cette seconde vitesse *Fg*, qui est (*hyp.*) la premiére des restantes, sera $= \frac{a}{m}$; ainsi la troisiéme sera $= \frac{a}{m^2}$, la quatriéme $= \frac{a}{m^3}$, la cinquiéme $= \frac{a}{m^4}$, & ainsi à l'infini: De sorte que la somme de toutes ces vitesses geométriquement décroissantes depuis la premiére (a) jusqu'à zero, sera $= a + \frac{a}{m} + \frac{a}{m^2} + \frac{a}{m^3} + \frac{a}{m^4} + \frac{a}{m^5} + \frac{a}{m^6} +$ &c. $= \frac{ma}{m-1}$, ainsi que M. Wallis l'a trouvée dans le chapitre qu'on en vient de citer, en faisant $a = 1$. Donc (*Lem.* 2.) l'espace parcouru par le moïen de toutes ces vitesses, depuis la premiére *AF* (a) inclusivement, jusqu'à leur entiére extinction en *F*, doit être ici $= \frac{ma}{m-1} = \frac{m}{m-1} \times AF$; & par conséquent encore fini, quoique parcouru (*Cor.* 8.) pendant un tems infini *KBAFK*, ainsi qu'on l'a déja trouvé dans les Corol. 4. & 8.

COROLLAIRE X.

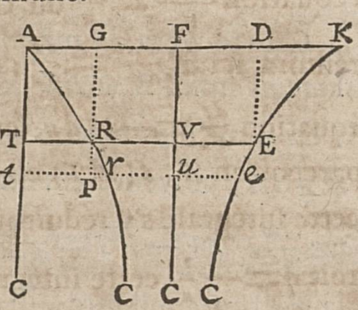
On trouvera de même que l'espace parcouru pendant le tems infini *KHGFK*, doit être ici $= \frac{m}{m-1} \times FG$. Donc (*Corol.* 9.) les espaces parcourus pendant les tems finis *BAGH*, doivent aussi être ici $= \frac{m}{m-1} \times AF - \frac{m}{m-1} \times FG$ $= \frac{m}{m-1} \overline{AF - FG} = \frac{m}{m-1} \times AG$, c'est à dire (à cause de la fraction constante $\frac{m}{m-1}$) comme les différences *AG* de la premiére vitesse *AF* à la restante *GF* aprés le tems *BAGH*, ainsi qu'on l'a déja vû dans le Corol. 2.

COROLLAIRE XI.

Enfin de ce que (*Solut.*) $\frac{-du}{u} = \frac{dt}{a}$ donne $\frac{-du}{udt} = \frac{1}{a}$, il est manifeste que de supposer (comme l'on fait ici) les résistances instantanées (*dr*) du milieu, ou les décroissemens instantanées ($-du$) des vitesses, en raison de ces mêmes vitesses (*u*), c'est conséquemment supposer ces décroissemens ($-du$) de vitesses, en raison des accroissemens instantanées (udt) des espaces parcourus. Donc cette derniére hypothêse donnera encore tout ce que dessus ; & la premiére, tout ce que M Leibnitz a tiré de celle-ci dans les Actes de Leipsik de 1689. pag. 40. & 41. art. 1.

SCHOLIE.

1°. Il est à remarquer dans ce Problême-ci, que puisqu'on y suppose par tout $RV(u) = VE(z)$, la Courbe KEC doit être ici précisément la même logarithmique que ARC, & n'en différer que de position : l'équation $\frac{-dn}{u} = \frac{dt}{a}$ trouvée dans la Solution pour ARC, se changeant ici en $\frac{-dz}{z} = \frac{dt}{a}$ pour KEC, qui par conséquent doit être aussi une logarithmique de la même soûtangente (a) que ARC, & semblablement placée par raport à l'asymptote FC : une de ces deux Courbes est à droite & l'autre à gauche de cette asymptote commune.



2°. Il suit delà & du Corol. 6. de la Prop. génér. que les vitesses perduës pendant les tems AT, où les résistances totales TR qui les ont détruites, sont toûjours ici proportionnelles aux espaces $FVEK$ correspondans, qu'on trouvera (comme dans le Cor. 2.) être entr'eux comme les différences KD des appliquées FK, VE, qui les terminent, c'est à dire (*hyp.*) comme les

différences dont la prémiere des résistances instantanées, ou des pertes instantanées de vitesses, surpasse chacune des derniéres de ces résistances ou de ces pertes.

3°. Il suit aussi du Corol. 7. de ce Probléme-ci, qué si un point, par éxemple une fourmi prise pour un point, avançoit de *A* vers *F* avec des vitesses retardées (comme ci-dessus) en raison de ces mêmes vitesses, le long d'une Regle *AF* qui en même tems coulât uniformément de *F* vers *C* le long de la droite *FC* à laquelle elle fût toûjours perpendiculaire, & son point *A* toûjours sur *AC*; la Courbe *ARC* que ce point ou cette fourmi décriroit alors, seroit une logarithme qui auroit *FC* pour asymptote. Puisque (*Cor.* 7.) les ordonnées *RV* ou les espaces *FG* qui resteroient à parcourir jusqu'à l'entiére extinction des vitesses, étant pris pour des nombres, & *FV* pour les tems emploïés à parcourir les *AG* correspondantes, ces tems *FV* seroient les logarithmes de ces ordonnées *RV*.

PROBLEME II.

Trouver la Courbe ARC, *&c. dans l'hypothêse des résistances instantanées en raison des quarrés des vitesses restantes de primitivement uniformes.*

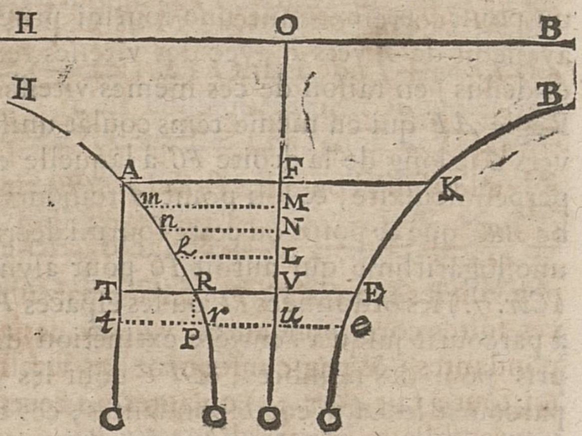
SOLUTION.

Cette hypothêse donnant $\frac{RV \times RV}{AF} \left(\frac{uu}{a} \right) = VE\,(z)$, l'équation $\frac{-du}{lz} = \frac{dt}{a}$ du Corol. 7. de la Prop. génér. se réduira ici à $\frac{-du}{uu} = \frac{dt}{aa}$; & l'intégrale de cette derniére équation $\frac{dt}{aa} = -u^{-2}du$, sera $\frac{t}{aa} = u^{\,1} + q = \frac{1}{u} + q$. Mais parcequ'en *A*, $t\,(AT)$ est $= o$, & $u\,(RV) = a\,(AF)$, cette intégrale s'y réduiroit à $o = \frac{1}{a} + q$, ce qui donneroit $q = -\frac{1}{a}$; cette intégrale complette sera $\frac{t}{aa} = \frac{1}{u} - \frac{1}{a} = \frac{a-u}{au}$, ou $tu = aa - au$; & cette derniére équation sera celle de la Courbe *ARC* des résistances totales par

Voyez la Figure de la page suivante.

raport à l'axe *AC*, & des viteſſes reſtantes par raport à l'axe *FC*, laquelle Courbe on voit être une hyperbole ordinaire ou d'Apollonius.

Pour la conſtruire, ſoit prolongée *CF* juſqu'en *O*, enſorte que *OF* ſoit $=$ *AF* (*a*); enſuite du centre *O*, entre les aſymptotes orthogonales *OC*, *OH*, ſoit faite par *A* l'hyperbole équilatere *HAC*. Je dis que ſa moitié *ARC* prolongée à l'infini du côté de



C, ſera le lieu précédent des réſiſtances totales par raport à l'axe *AC*, & des viteſſes reſtantes par raport à l'axe *FC*, puiſque cette hyperbole donnera $OF \times AF = OV \times RV$, c'eſt à dire en termes analytiques, $aa = \overline{a + t} \times u = au + tu$, ou $tu = aa - au$, qui eſt l'équation qu'il falloit conſtruire, & qui donnera tout le reſte.

COROLLAIRE I.

Puiſque cette équation donne $a. u :: t. a - u ::$ *AT*. *TR*. Et $u. a - u :: a. t ::$ *AF*. *FV*. on voit déja que la premiére viteſſe (*a*) par où le mouvement a commencé, ſera ici à la viteſſe reſtante (*u*) aprés quelque tems *AT* ou *FV* (*t*) que ce ſoit :: *AT*. *TR*. Et que cette viteſſe reſtante ſera à la viteſſe perduë pendant tout ce tems :: *AF*. *FV*.

COROLLAIRE II.

L'aſymptote *FC* de la Courbe *ARC*, fait aſſez voir que les viteſſes *RV* (*u*) ne s'éteindront jamais ici, & qu'il faudroit un tems *FV* (*t*) infini pour cela.

COROLLAIRE III.

On voit par le Corol. 3. de la Prop. génér. que ce qu'il y aura ici d'eſpace parcouru pendant chaque tems *AT* ou *FV* (*t*), ſera toûjours comme chaque aire hyperbolique *ARVF* correſpondante. Mais la précédente équation $aa = au + tu$ donnant u (*RV*) $= \frac{aa}{a+t} = a - t + \frac{tt}{a} - \frac{t^3}{aa} + \frac{t^4}{a} - \frac{t^5}{a^4} + \frac{t^6}{a^5} -$ &c. en continuant la diviſion de $\frac{aa}{a+t}$ à l'infini, l'on aura $\int u\,dt$ (*ARVF*) $= at - \frac{tt}{2} + \frac{t^3}{3a} - \frac{t^4}{4aa} + \frac{t^5}{5a} - \frac{t^6}{6a^4} +$ &c. Donc les eſpaces parcourus pendant les tems *AT* (*t*), ſeront pareillement ici comme ces ſuites correſpondantes, valeurs des aires *ARVF* correſpondantes ; & par conſéquent les viteſſes ne s'éteignant ici tout à fait (*Cor.* 2.) qu'aprés un tems infini *AC* ou *FC* qui rend l'aire hyperbolique *CRAFC* infinie, le mobile devroit ici parcourir une longueur infinie dans un tems infini, nonobſtant les réſiſtances du milieu en raiſon des quarrés des viteſſes, au lieu que ſi les réſiſtances n'étoient ſimplement que comme les viteſſes, il n'atteindroit jamais (*Corol.* 5. *Probl.* 1.) qu'à un certain terme, ainſi que M. Hugens le dit ſeulement en paſſant (pag. 175. & 176. de ſon diſcours ſur la peſanteur) comme une choſe qu'il croit digne de remarque, & qu'il laiſſe à chercher.

COROLLAIRE IV.

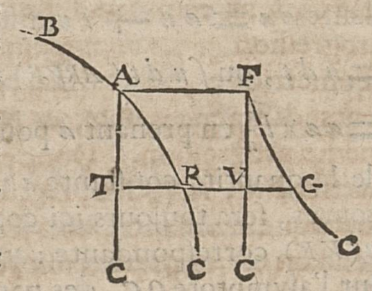
L'équation ſuppoſée $\frac{-du}{uu} = \frac{dt}{aa}$ réſultante de la précédente $aa = au + tu$ differentiée, donnant $aa \times \frac{-du}{u} = u\,dt$, ou $\int u\,dt$ (*ARVF*) $= aa \times \int \frac{-du}{u} = aa \times -lu = aa \times l\frac{a}{u}$ en prenant a pour l'unité ; il ſuit delà (à cauſe de la quantité conſtante aa) que chacun des eſpaces parcourus, ſera toûjours ici comme le logarithme négatif de u (*VR*) correſpondante : auſſi trouve-t-on qu'en prenant ſur l'aſymptote *OC*, des parties *OF*, *OM*, *ON*, *OL*, *OV*,

en progreſſion geometrique, & en tirant *Mm*, *Nn*, *Ll*, paralleles à *FA* ou à *RV*, il ſe forme des aires *Fm*, *Mn*, *Nl*, *LR*, toutes égales entr'elles ; & qu'ainſi les aires *Fm*, *Fn*, *Fl*, *FR*, qui réſultent de l'addition continuelle de celles-là, devant être en progreſſion arithmetique, doivent être les logarithmes poſitifs des termes de la progreſſion geometrique ſuppoſée *OF*, *OM*, *ON*, *OL*, *OV*, en prenant *OF* (*a*) pour l'unité dont le logarithme ſe trouvera ainſi égal à zero. Mais lorſque ces abſciſſes ſont ainſi en progreſſion geometrique croiſſante, les ordonnées correſpondantes *Mm*, *Nn*, *Ll*, *VR*, qui expriment les viteſſes reſtantes à la fin des tems *FM*, *FN*, *FL*, *FV*, ſuivent la même progreſſion renverſée ou décroiſſante. Donc les aires *Fm*, *Fn*, *Fl*, *FR*, doivent être auſſi les logarithmes de ces viteſſes *Mm*, *Nn*, *Ll*, *RV* ; mais négatifs, à cauſe que la progreſſion de ces viteſſes eſt décroiſſante au-deſſous de l'unité *FA* égale (*hyp.*) à *OF*.

COROLLAIRE V.

Donc en prenant les viteſſes reſtantes *RV* (*u*) comme des nombres, les eſpaces parcourus pendant les tems correſpondans *FV* (*t*), en ſeront les logarithmes ; & ces tems augmentés chacun d'un tems conſtant exprimé par *OF* comme ils le ſont (*hyp.*) par *FV* ou *AT*, ſeront auſſi comme des nombres, mais d'une progreſſion réciproque à celle des viteſſes.

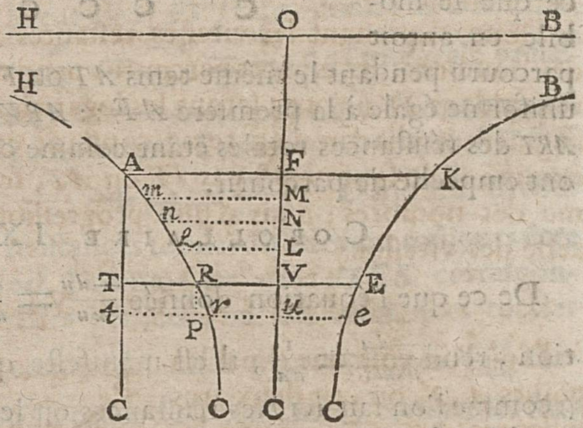
COROLLAIRE VI.



D'où l'on voit que ſi par les points *A*, *F*, on fait deux arcs indéfinis *ARC*, *FGC*, d'une logarithmique qui ait la ſoûtangente = *AF* (*a*), enſorte que *FC* ſoit l'aſymptote du premier, & *AC* celle du ſecond : il ſuit, dis-je, du précédent Corol. 4. que ſi l'on prend en-

core $RV(u)$ pour les viteſſes reſtantes de la premiére AF (a), l'on aura preſentement VG pour les tems (t) écoulés depuis le commencement du mouvement, & AT ou FV pour les eſpaces parcourus pendant ces tems ; puiſque AT ou FV ſont ici les logarithmes négatifs de $RV(u)$, & les poſitifs de $TG(a+t)$. Auſſi en appellant preſentement AT ou FV, e ; & VG, t ; le premier arc logarithmique ARC donnera-t-il $\frac{-du}{u}=\frac{de}{a}$; & le ſecond FGC, $\frac{dt}{a+t}=\frac{de}{a}$: d'où réſulte $\frac{-du}{u}=\frac{dt}{a+t}$, ou $adu+tdu+udt=o$, dont l'intégrale $au+tu=aa$ eſt l'équation propoſée, réſultante de la donnée $\frac{-du}{uu}=\frac{dt}{aa}$, & déja conſtruite d'une autre maniére dans la Solution précédente. Il eſt manifeſte que FGC eſt ici la continuation AB de CRA dans une autre poſition.

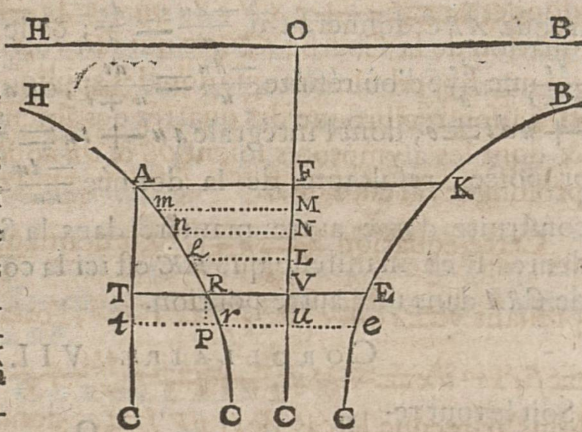
COROLLAIRE VII.



Soit le tout repris & ſuppoſé comme dans la Solution de ce Problême-ci. On ſçait que lorſque les abſciſſes OF, OM, ON, OL, OV, de l'hyperbole HAC, ſont en progreſſion geometrique, leurs différences FM, MN, NL, LV, ſuivent auſſi la même progreſſion. Donc en diviſant ainſi le tems FV en parties FM, MN, NL, LV, qui ſoient en progreſſion geometrique croiſſante, non-ſeulement les eſpaces parcourus pendant ces tems partiaux, exprimés (*Cor.* 3.) par les aires Fm, Mn, Nl, LR, ſeront égaux entr'eux ; mais auſſi les vi-

tesses *FA*, *Mm*, *Nn*, *Ll*, par lesquelles ces espaces commencent, & pareillement celles *Mm*, *Nn*, *Ll*, *VR*, par lesquelles ces mêmes espaces finissent, seront dans la même progression renversée ou décroissante. Ce qui est la Prop. 5. Sect. 2. Liv. 2. des Princ. Mathem. de M. Newton.

COROLLAIRE VIII.



Il suit du Corol. 3. que l'espace parcouru avec des retardemens ou des résistances qui fussent comme les quarrés des vitesses retardées, devroit toûjours être à ce que le mobile en auroit parcouru pendant le même tems *AT* ou *FV*, d'une vitesse uniforme égale à la premiere *AF* : : *ARVF*. *ATVF*. l'aire *ART* des résistances totales étant comme ce qu'elles lui en ont empêché de parcourir.

COROLLAIRE IX.

De ce que l'équation donnée $\frac{-du}{uu} = \frac{dt}{aa}$ dans la Solution, rend $\frac{-du}{uxudt} = \frac{1}{aa}$, il est manifeste que de supposer (comme l'on fait ici) les résistances ou les décroissemens ($-du$) instantanées de vitesses en raison des quarrés (uu) de ces mêmes vitesses, c'est conséquemment aussi supposer ces décroissemens ($-du$) de vitesses, en raison composée de ces mêmes vitesses (u), & des accroissemens instantanées (udt) dont elles font augmenter les espaces parcourus. Donc cette derniére hypothêse donnera encore tout ce que dessus, & la premiére tout ce que M. Leibnitz a tiré de

celle-ci dans les Actes de Leipsik de 1689. pag. 43. art. 4.

SCHOLIE.

Puisque l'hypothêse de cet éxemple-ci donne $z = \frac{uu}{a}$, ou $u = \sqrt{az}$, la substitution de cette valeur de u dans l'équation $aa = au + tu$ qu'on a trouvée dans la Solution, donnera $aa = \overline{a+t} \times \sqrt{az}$, ou $a^3 = \overline{a+t}^2 \times z$ pour l'équation de la Courbe *KEC*; ce qui fait voir qu'elle doit être ici une hyperbole cubique dont les appliquées *VE* (z) soient en raison réciproque des quarrés des abscisses *OV* ($a+t$), & dont les asymptotes soient *OC* & *OB* continuation de *HO* prolongée du côté de *B*.

Cette équation $a^3 = \overline{a+t}^2 \times z$ donnant $z = \frac{a^3}{\overline{a+t}^2}$ (en prenant $x = a+t$) $= \frac{a^3}{xx} = a^3 x^{-2}$, l'on aura $\int zdt$ (*FVEK*) $= \int a^3 x^{-2} dx = -a^3 x^{-1} + q = -\frac{a^3}{x} + q = -\frac{a^3}{a+t} + q$. Mais parceque le cas de t (*FV*) $= o$, donne *FVEK* $= o$, & cependant $-\frac{a^3}{a+t} = \frac{-a^3}{a} = -aa$; l'intégrale précédente s'y réduira à $o = -aa + q$, ce qui donne $q = aa$. Donc la valeur complette de l'aire hyperbolique *FVEK* doit être $= -\frac{a^3}{a+t} + aa = \frac{aat}{a+t}$. Donc les vitesses perduës, ou les résistances totales *TR*, devant toûjours être (*Cor.* 6. *Prop. génér.*) comme les aires *FVEK* correspondantes; ces vitesses perduës, ou ces résistances totales doivent être ici comme les aires hyperboliques $\frac{aat}{a+t}$ correspondantes, ou (à cause de a constante) comme les fractions correspondantes $\frac{t}{a+t}$.

PROBLÊME III.

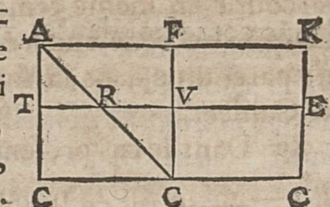
Trouver en général la Courbe ARC, &c. dans l'hypothèse des résistances instantanées en raison des puissances quelconques n des vitesses restantes de primitivement uniformes.

SOLUTION.

Cette Solution donnant $\frac{\overline{RV}^{n}}{\overline{AF}^{n-1}}\left(\frac{u^n}{a^{n-1}}\right) = VE(z)$, la première équation $\frac{-du}{z} = \frac{dt}{a}$ du Corol. 7. de la Prop. gén. se changera ici en $\frac{-du}{u^n} = \frac{dt}{a^n}$, ou en $\frac{dt}{a^n} = -u^{-n}du$, dont l'intégrale est $\frac{t}{a^n} = \frac{-u^{1-n}}{1-n} + q = \frac{u^{1-n}}{n-1} + q$. Mais parcequ'en A, t (AT) est $= o$, & u (RV) $= a$ (AF), cette intégrale s'y doit réduire à $o = \frac{a^{1-n}}{n-1} + q$; ce qui donne $q = -\frac{a^{1-n}}{n-1}$. Donc cette intégrale complette sera $\frac{t}{a^n} = \frac{u^{1-n} - a^{1-n}}{n-1}$, qu'on aura ici pour équation de la Courbe ARC des résistances totales par rapport à l'axe AC, & des vitesses restantes par raport à l'axe FC, laquelle Courbe donnera tout le reste.

COROLLAIRE I.

Si $n = o$, ainsi qu'il arriveroit si les résistances instantanées étoient constantes & par tout les mêmes: ce cas réduisant la précedente équation générale à $t = \frac{u-a}{-1} = a - u$, l'on aura par tout ici AT (t) $=$ TR ($a - u$). D'où l'on voit que la Courbe ARC doit dégénérer ici en une ligne droite inclinée de 45 deg. sur chacune des paralleles AC, FC; ce qui rendra aussi $FC = FA$. On voit delà,



1°. Que l'entiére extinction des viteſſes RV (u) ſe ſera ici en C dans un tems $FC = FA$.

2°. Qu'elles ſeront entr'elles comme les tems VC à écouler juſqu'à leur entiére extinction ; & que par conſéquent elles doivent ici décroître par des décroiſſemens ou retardemens inſtantanées tous égaux entr'eux dans des inſtans égaux, ainſi qu'on le ſuppoſe d'ordinaire des viteſſes d'un corps jetté en ligne droite de bas en haut dans l'opinion de Galilée, en conſéquence de la ſeule réſiſtance de la peſanteur conſtante & alors contraire qu'on ſuppoſe dans ce corps conſideré pour lors comme dans le vuide, c'eſt à dire, comme dans un milieu qui n'en accélerât ni retardât le mouvement.

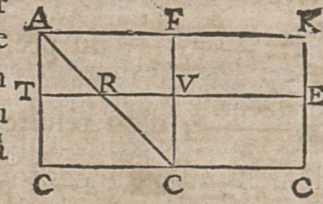
3°. Que les viteſſes perduës ou les réſiſtances totales TR, ſeront toûjours ici comme les tems écoulés AT ou FV.

4°. Que les eſpaces parcourus pendant ces tems AT ou FV, ſeront toûjours ici entr'eux (*Cor.* 3. *Prop. génér.*) comme les trapeſes correſpondans $ARVF$; & à l'eſpace total parcouru pendant le tems total FC, ou depuis le commencement juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes, comme ces trapeſes au triangle entier AFC.

5°. Que l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi retardé pendant chaque tems AT ou FV, eſt (*Cor.* 4. *Prop. génér.*) à ce que le mobile en auroit parcouru pendant ce tems d'une viteſſe uniforme égale à ſa premiere AF, comme chaque trapeſe correſpondant $ARVF$ eſt à chaque parallelogramme correſpondant $ATVF$; & qu'ainſi le triangle ACF n'étant que la moitié du quarré $ACCF$, l'eſpace parcouru de ce mouvement retardé juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes, ne ſera ici que la moitié de ce qui auroit été parcouru en même tems avec le mouvement uniforme. Ce qui s'accorde encore avec ce qu'on a conclu des eſpaces parcourus dans la ſuppoſition précédente (*num.* 2.) de Galilée.

6°. Dans le cas preſent de $n = 0$, l'hypothêſe qu'on fait de $z = \frac{u^n}{a^{n-1}}$ dans ce Problême-ci, donneroit $z = \frac{u^0}{a^{-1}} = a$,

c'eſt à dire $VE(z)$ conſtante & par tout la même $= a$; ce qui doit faire dégénérer ici la Courbe KEC en une ligne droite parallele à FC ou à AC, & $FCCK$ en un quarré égal à $ACCF$.



COROLLAIRE II.

Si $n = 1$, ou $z = u$, ainſi qu'il arriveroit ſi les réſiſtances inſtantanées étoient comme les viteſſes reſtantes, ainſi que dans le Pr. 1. Ce cas réduiſant l'équation générale $\frac{t}{a^n} = \frac{u^{1-n} - a^{1-n}}{n-1}$ ou $\overline{n-1} \times t = a^n u^{1-n} - a$, de ce Prob. 3. à $0 = au^0 - a = a - a$, qui ne donnant que $a = a$, ne donne rien ; il faut ſe ſervir de la différentielle $\frac{-du}{u^n} = \frac{dt}{a^n}$ de la Solution, que ce même cas réduit à $\frac{-du}{u} = \frac{dt}{a}$, qui eſt l'équation, elle-même, du Problême 1. laquelle par conſéquent donnera encore ici tout ce qu'on a trouvé dans ce Probl. 1.

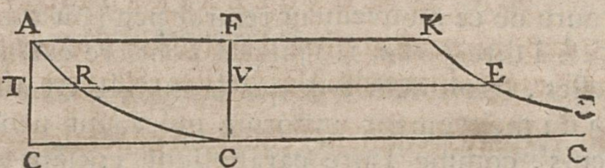
COROLLAIRE III.

Si $n = 2$, ou $z = \frac{uu}{a}$, ainſi qu'il arriveroit ſi les réſiſtances inſtantanées étoient comme les quarrés des viteſſes reſtantes, ainſi que dans le Problême 2. Ce cas réduira l'équation generale $\frac{t}{a^n} = \frac{u^{1-n} - a^{1-n}}{n-1}$ du preſent Prob. 3. à $\frac{t}{aa} = u^{-1} - a^{-1} = \frac{1}{u} - \frac{1}{a} = \frac{a-u}{au}$, c'eſt à dire, à $tu = aa - au$, ou à $aa = tu + au$, qui eſt la même que celle qu'on a trouvée pour ce cas dans le Prob. 2. & qui par conſéquent donnera encore ici tout ce qu'on a trouvé dans ce Prob. 2.

COROLLAIRE IV.

Si $n = -1$, ou $z = \frac{aa}{u}$, ainſi qu'il arriveroit, ſi les réſiſtances inſtantanées étoient en raiſon réciproque des

vitesses restantes : ce cas réduira l'équation générale $\frac{t}{a^n} = \frac{u^{1-n} - a^{1-n}}{n-1}$ du present Probl. 3. à $\frac{t}{a^{-1}} = \frac{u^2 - a^2}{-2} =$ $= \frac{a^2 - u^2}{2}$, d'où résulte $2at = aa - uu$, ou $uu = aa -$ $- 2at = 2a \times \overline{\tfrac{1}{2}a - t}$ pour l'équation de la Courbe *ARC* des vitesses restantes (u) par raport à l'axe *FC*. D'où l'on voit que cette Courbe devroit être alors une parabole ordinaire décrite du sommet *C* sur l'axe *FC* tel que *FC* fût $= \frac{1}{2}a$ ($\frac{1}{2}AF$), & dont le parametre fût $= 2a$ ($2AF$). D'où l'on voit aussi,



1°. Que l'entiére extinction des vitesses *VR* (u) se feront ici en *C* dans le tems $FC = \frac{1}{2}AF$.

2°. Que les vitesses restantes *VR* (u) seroient comme les racines quarrées des tems *VC* qui resteroient à écouler jusqu'à l'entiére extinction de ces mêmes vitesses.

3°. Que les vitesses perduës ou les résistances totales, seroient comme les *TR* ($a - \sqrt{aa - 2at}$) correspondantes.

4°. Que les espaces parcourus pendant les tems *AT* ou *FV*, seroient entr'eux (*Cor.* 3. *Prop. génér.*) comme les aires paraboliques *ARVF* correspondantes. Mais on sçait que chaque aire $ARVF = \frac{2}{3} AF \times FC - \frac{2}{3} RV \times VC =$ (à cause de $FC = \frac{1}{2}AF$) $= \frac{1}{3} AF \times AF - \frac{2}{3} RV \times VC$ (à cause de $AF = a$, de $RV(u) = \sqrt{aa - 2at}$, & de $VC = \overline{\tfrac{1}{2}a - t}$) $= \frac{1}{3}aa + \overline{\tfrac{2}{3}t - \tfrac{1}{3}a} \times \sqrt{aa - 2at}$. Donc les espaces parcourus pendant les tems *AT* ou *FV* (t), seroient aussi pour lors entr'eux comme les quantités $\frac{1}{3} AF \times AF -$ $- \frac{2}{3} RV \times VC$, ou $\frac{1}{3}aa + \frac{2}{3}t - \frac{1}{3}a \times \sqrt{aa - 2at}$ correspondantes ; & à l'espace total parcouru jusqu'à l'entiére extinction des vitesses, comme ces mêmes quantités à l'aire parabolique entiére $ARCF = \frac{2}{3} AF \times FC = \frac{1}{3} AF \times AF = \frac{1}{3}aa$.

5°. Que l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi rétardé pendant un tems quelconque AT ou FV (t), ſeroit (*Cor.* 4. *Prop. génér.*) à ce que le mobile (ſans réſiſtance) en auroit parcouru pendant le même tems d'une viteſſe uniforme égale à ſa premiére AF (a), comme l'aire parabolique $ARVF$ correſpondante eſt au réctangle $ATVF$, c'eſt à dire : : $\frac{1}{3}aa + \frac{2}{3}t - \frac{1}{3}a \times \sqrt{aa - 2at}. at. : : aa + 2t - a \times \sqrt{aa - 2at}. 3at.$ Et qu'ainſi l'eſpace parcouru de ce mouvement retardé pendant tout le tems FC, c'eſt à dire (*num.* I.) juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes, ſeroit auſſi à ce que le mobile en auroit parcouru du mouvement uniforme précédent pendant tout ce tems, comme l'aire parabolique entiére $ARCF$ eſt au réctangle $ACCF$, c'eſt-à dire : : $\frac{2}{3}AF \times FC. AF \times FC : : 2. 3.$ d'où l'on voit qu'il en ſeroit les deux tiers.

6°. Dans le cas preſent de $n = -1$, l'hypothêſe qu'on fait de $z = \frac{u^n}{a^{n-1}}$ dans ce Problême-ci, donneroit ici $z = \frac{aa}{u}$; & par conſéquent $uu = \frac{a^4}{zz}$. Ainſi en ſubſtituant cette valeur de uu dans l'équation $uu = aa - 2at$ trouvée au commencement de ce Corollaire-ci, cette équation ſe changeroit en une autre $\frac{a^4}{zz} = aa - 2at$, ou $\frac{1}{2}a^3 = \overline{\frac{1}{2}a - t} \times zz$, qui ſera celle de la Courbe KEC, qu'on voit devoir être ici une hyperbole cubique entre les aſymptotes orthogonales CF, CC prolongée du côté de cette Courbe, laquelle ait les abſciſſes VC ($\frac{1}{2}a - t$) en raiſon réciproque des quarrés de ſes appliquées VE (z), & qui paſſe par un point K de AF prolongée, tel que FK ſoit $= FA = a$.

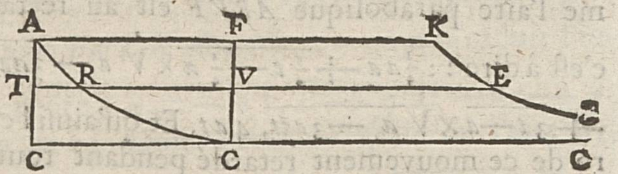
7°. Cette équation $\frac{1}{2}a^3 = \overline{\frac{1}{2}a - t} \times zz$ donnant $z = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}a^3}}{\sqrt{\frac{1}{2}a - t}}$ (ſoit $x = \frac{1}{2}a - t$, & conſéquemment auſſi $-dx = dt$) $= \sqrt{\frac{a}{2x}} = x^{-\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{1}{2}a^3}$; l'on aura $\int zdt (FVEK) = \int -x^{-\frac{1}{2}}dx\sqrt{\frac{1}{2}a^3} = -2x^{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{1}{2}a} + q = -2a\sqrt{\frac{1}{2}ax} + q = -a\sqrt{aa - 2at} + q$. Mais lorſque t (AT) eſt $= o$, l'aire $FVEK$ eſt auſſi $= o$; ce qui réduit l'intégrale précédente à $o = -aa + q$, d'où

réſulte

résulte $q = aa$. Donc cette intégrale ou l'aire complette $FVEK = aa - a\sqrt{aa - 2at}$ (à cause de l'équation $\frac{a^4}{zz} = aa - 2at$ du nomb. 6.) $= \frac{aaz - a^3}{z}$. Donc aussi (*Cor.* 6. *Prop. génér.*) les vitesses perduës RV (u) pendant les tems AT ou FV (t), ou bien les résistances totales TR (r) qui les ont détruites, doivent être par tout ici entr'elles comme les aires hyperboliques $\frac{aaz - a^3}{z}$ ($FVEK$), ou comme les fractions $\frac{z - a}{z}$ correspondantes.

COROLLAIRE V.

Si $n = -2$, ou $z = \frac{a^3}{uu}$, ainsi qu'il arriveroit si les résistances instantanées étoient en raison réciproque des quarrés des vitesses : ce cas réduira l'équation générale $\frac{t}{a^n} = \frac{u^{1-n} - a^{1-n}}{n - 1}$ de ce Problême-ci à $\frac{t}{a^{-2}} = \frac{u^3 - a^3}{-3} = \frac{a^3 - u^3}{3}$, d'où résulte $u^3 = a^3 - 3aat = 3aa \times \overline{\tfrac{1}{3}a - t}$ pour l'équation de la Courbe ARC des résistances totales par raport à l'axe AC, & des vitesses restantes par raport à l'axe FC. D'où l'on voit que cette Courbe devroit être ici une parabole cubique décrite du sommet C sur l'axe FC, tel que FC fût $= \frac{1}{3}a$ ($\frac{1}{3}AF$), laquelle eût les cubes de ses appliquées RV (u) en raison des abscisses correspondantes VC ($\frac{1}{3}a - t$), & son parametre $= 3aa$. D'où l'on voit aussi,



1°. Que l'entiére extinction des vitesses VR (u) se feroit en C dans le tems $FC = \frac{1}{3}AF$.

2°. Que ces vitesses VR seroient comme les racines cubiques des tems VC qui resteroient à écouler jusqu'à l'entiére extinction de ces mêmes vitesses.

3°. Que les vitesses perduës ou les résistances totales à

la fin des tems *AT* ou *FV* (t), ſeroient comme les *TR* ($a - \sqrt[3]{a^3 - 3aat}$) correſpondantes.

4°. Que les eſpaces parcourus pendant les tems *AT* ou *FV* (t), ſeroient ici entr'eux (*Corol.* 3. *Prop. génér.*) comme les aires paraboliques correſpondantes *ARFV*. Mais on ſçait que chaque aire $ARVF = \frac{3}{4} AF \times FC - \frac{3}{4} VC \times VR$ (à cauſe de $FC = \frac{2}{3} AF$) $= \frac{1}{4} AF \times AF - \frac{3}{4} VC \times VR$ (à cauſe de $AF = a$, $VR\,(u) = \sqrt[3]{a^3 - 3aat}$, & de $VC = \frac{1}{3} a - t$) $= \frac{1}{4} aa + \overline{\frac{3}{4} t - \frac{1}{4} a} \times \sqrt[3]{a - 3aat}$. Donc les eſpaces parcourus pendant les tems *AT* ou *FV* (t), ſeroient en ce cas-ci entr'eux comme les quantités $\frac{1}{4} AF \times AF - \frac{3}{4} VC \times VR$, ou $\frac{1}{4} aa + \overline{\frac{3}{4} t - \frac{1}{4} a} \times \sqrt[3]{a^3 - 3aat}$ correſpondantes ; & à l'eſpace total parcouru pendant tout le tems *FC*, c'eſt à dire (*num.* 1.) juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes, comme ces quantités ſont à l'aire parabolique entiére $ARCF = \frac{1}{4} AF \times AF = \frac{1}{4} aa$.

5°. Que l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi retardé pendant le tems *AT* ou *FV* (t), ſeroit (*Corol.* 4. *Prop. génér.*) à ce que le mobile en auroit parcouru en même tems d'une viteſſe uniforme égale à ſa premiére *AF*, comme l'aire parabolique *ARVF* eſt au réctangle *ATVF*, c'eſt à dire $:: \frac{1}{4} aa + \overline{\frac{3}{4} t - \frac{1}{4} a} \times \sqrt[3]{a^3 - 3aat}.\ at :: aa + \overline{3t - a} \times \sqrt[3]{a^3 - 3aat}.\ 4at$. Et qu'ainſi l'eſpace parcouru de ce mouvement retardé pendant tout le tems *FC*, c'eſt à dire (*nomb.* 1.) juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes, ſeroit auſſi à ce que le mobile en auroit parcouru du mouvement uniforme précédent pendant tout ce tems, comme l'aire parabolique entiére *ARCF* eſt au réctangle *ACCF*, c'eſt à dire $:: \frac{3}{4} AF \times FC.\ AF \times FC :: 3.\ 4$. D'où l'on voit qu'il n'en ſeroit que les trois quarts.

6°. Dans le cas preſent ayant $z = \frac{a^3}{uu}$, ou $u = a\sqrt{\frac{a}{z}}$; ce qui donne auſſi $u^3 = \frac{a^4\sqrt{a}}{z\sqrt{z}}$ la ſubſtitution de cette valeur de u^3 dans l'équation $u^3 = a^3 - 3aat$ trouvée au commen-

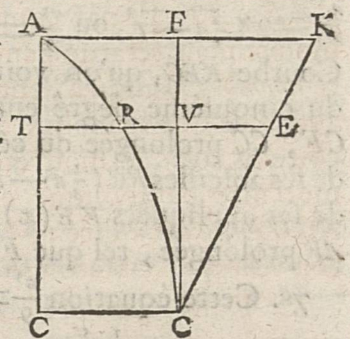
cement de ce Corollaire-ci, la changera en $\frac{a^2\sqrt{a}}{z\sqrt{z}} = a^2 - 3aat$, ou en $\frac{aa\sqrt{a}}{z\sqrt{z}} = a - 3t = 3 \times \frac{1}{3}a - t$; d'où résulte $\frac{a^5}{z^3} = 9 \times \overline{\frac{1}{3}a - t}^2$, ou $\frac{a^5}{9} = \overline{\frac{1}{3}a - t}^2 \times z^3$ pour l'équation de la Courbe *KEC*, qu'on voit devoir être ici une hyperbole du cinquiéme dégré entre les asymptotes orthogonales *CF*, *CC* prolongée du côté d'elle, laquelle ait les quarrés de ses abscisses *VC* ($\frac{1}{3}a - t$) en raison réciproque des cubes de ses appliquées *VE* (z), & qui passe par un point *K* de *AF* prolongée, tel que *FK* soit $= FA = a$.

7°. Cette équation $\frac{a^5}{9} = \overline{\frac{1}{3}a - t}^2 \times z^3$ de la Courbe *KEC*, donnant $z^3 = \frac{\frac{1}{9}a^5}{\overline{\frac{1}{3}a - t}^2}$ (soit $x = \frac{1}{3}a - t$, & conséquemment aussi $-dx = dt$) $= \frac{\frac{1}{9}a^5}{xx}$, ou $z = \frac{\sqrt[3]{\frac{1}{9}a^5}}{x^{\frac{2}{3}}} = x^{-\frac{2}{3}}\sqrt[3]{\frac{1}{9}a^5}$, l'on aura $\int zdt$ (*FVEK*) $= \int -x^{-\frac{2}{3}}dx\sqrt[3]{\frac{1}{9}a^5} = -3x^{\frac{1}{3}}\sqrt[3]{\frac{1}{9}a^5} + q = -3a\sqrt[3]{\frac{1}{9}aax} + q = -3a\sqrt[3]{\frac{1}{9}aa \times \frac{1}{3}a - t} + q = -3a\sqrt[3]{\frac{a^3 - 3aat}{27}} + q = -a\sqrt[3]{a^3 - 3aat} + q$. Mais lorsque t (*AT*) $= o$, l'aire *FVEK* est aussi $= o$; ce qui réduit l'intégrale précedente à $o = -a\sqrt[3]{a^3} + q = -aa + q$, d'où resulte $q = aa$. Donc cette intégrale où l'aire hyperbolique complette $FVEK = aa - a\sqrt[3]{a^3 - 3aat}$. Donc aussi (*Cor. 6. Prop. génér.*) les vitesses perduës pendant les tems *AT*, ou les résistances totales *TR* qui les ont détruites, sont par tout ici comme les aires ou grandeurs $aa - a \times \sqrt[3]{a^3 - 3aat}$ correspondantes.

COROLLAIRE VI.

Si $n = \frac{1}{2}$, ou $z = \sqrt{au}$, ainsi qu'il arriveroit si les résistances instantanées étoient cõme les racines quarrées des vitesses: ce cas réduira l'équation générale $\frac{t}{a^n} = \frac{u^{1-n} - a^{1-n}}{n-1}$ du pre-

ſent Prob. 3. à $\frac{t}{a^{\frac{1}{2}}} = \frac{u^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{u^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} = 2a^{\frac{1}{2}} - 2u^{\frac{1}{2}}$, d'où réſulte $t = 2a - 2\sqrt{au}$, ou $4au = \overline{2a - t}^2$ pour l'équation de la Courbe *ARC*, qu'on voit devoir être ici une parabole ordinaire touchée en ſon ſommet *C* par la droite $FC = 2AF = 2a$, ayant en ce point *C* ſon parametre $= 4AF = 4a$, & *CC* parallele à *FA* pour ſon axe interieur. D'où l'on voit,



1°. Que l'entiere extinction des viteſſes *VR* (u) ſe feroit ici en *C* à la fin du tems $FC = 2AF$.

2°. Que ces viteſſes *VR* (u) ſeroient ici comme les quarrés des tems *VC* ($2a - t$) qui reſteroient à écouler juſqu'à l'entiére extinction de ces mêmes viteſſes.

3°. Que les viteſſes perduës ou les réſiſtances totales à la fin des tems *AT* ou *FV* (t), ſeroient ici comme les *TR* $\left(\frac{4aa - \overline{2a - t}^2}{4a}\right)$ ou comme les grandeurs $4at - tt$ correſpondantes.

4°. Que les eſpaces parcourus pendant les tems *AT* ou *FV* (t), ſeroient ici entr'eux (*Cor.* 3. *Prop. génér.*) comme les aires paraboliques *ARVF* correſpondantes, ou comme les quantités correſpondantes $2AF \times AF - RV \times VC$, qui ſont triples de ces aires ; & à l'eſpace parcouru pendant tout le tems *FC* ou *AC*, c'eſt à dire (*nomb.* 1.) depuis le commencement du mouvement juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes, comme ces aires paraboliques *ARVF* à l'aire entiére *ARCF*, ou comme ces quantités ſont à $2AF \times AF$ qui eſt auſſi triple de cette aire *ARCF*.

5°. Que l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi retardé pendant un tems quelconque *AR* ou *FV* (t), ſeroit (*Cor.* 4. *Prop. génér.*) à ce que le mobile (ſans réſiſtance) en auroit parcouru pendant le même tems d'une viteſſe uniforme égale à ſa premiére *AF* (a), comme

l'aire parabolique *ARVF* correſpondante eſt au réctangle *ATVF* pareillement correſpondant, c'eſt à dire : : $\frac{2AF \times AF - RV \times VC}{3} . AF \times AT : : 2AF \times AF - RV \times VC . 3AF \times AT$. Et par conſéquent l'eſpace parcouru de ce mouvement retardé pendant tout le tems *FC*, c'eſt à dire (*nomb.* 1.) juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes, ſeroit auſſi à ce que le mobile en auroit parcouru pendant tout ce tems avec le mouvement uniforme précédent, comme l'aire parabolique entiére *ARCF* eſt au réctangle *ACCF*, c'eſt à dire : : $\frac{2}{3} AF \times FC . AF \times FC : : 1 . 3$. D'où l'on voit qu'il en ſeroit le tiers.

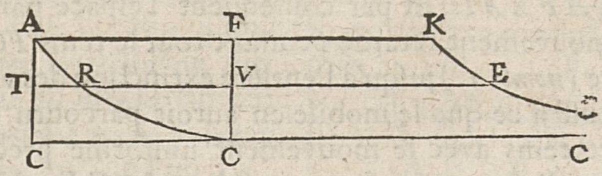
6°. Dans le cas preſent de $n = \frac{1}{2}$, ayant $z = \sqrt{au}$, ou $zz = au$; la ſubſtitution de cette valeur de au dans l'équation $4au = \overline{2a - t}^2$ trouvée au commencement de ce Corollaire-ci, la changera en $4zz = \overline{2a - t}^2$, d'où réſulte auſſi $2z = 2a - t$, ou $z = \frac{2a - t}{2}$, c'eſt à dire, $VE = \frac{1}{2} VC$, & $FK = \frac{1}{2} FC = AF$. D'où l'on voit que la Courbe *KEC* dégenere ici en une ligne droite qui fait en *C* avec *FC* un angle *FCK* d'un ſinus à celui de ſon complément : : 1 . 2.

7°. Donc ſuivant le Corol. 6. de la Prop. génér. les viteſſes perduës pendant les tems *AT*, ou les réſiſtances totales *TR* qui les ont détruites, doivent être par tout ici comme les trapeſes *FVEK* correſpondans.

COROLLAIRE VII.

Si $n = -\frac{1}{2}$, ou $z = \frac{a\sqrt{a}}{\sqrt{u}}$, ainſi qu'il arriveroit ſi les réſiſtances inſtantanées étoient en raiſon réciproque des racines quarrées des viteſſes reſtantes ou actuelles : ce cas changera l'équation générale $\frac{t}{a^n} = \frac{u^{1-n} - a^{1-n}}{n - 1}$ du preſent Probl. 3. en $\frac{t}{a^{-\frac{1}{2}}} = \frac{u^{\frac{3}{2}} - a^{\frac{3}{2}}}{-\frac{3}{2}} = \frac{2a\sqrt{a} - 2u\sqrt{u}}{3}$, ou en $t\sqrt{a} = \frac{2a\sqrt{a} - 2u\sqrt{u}}{3}$; d'où réſulte $\frac{4}{9}u^3 = a \times \overline{\frac{2}{3}a - t}^2$, ou

$u^3 = \frac{9}{4}a \times \overline{\frac{2}{3}a - t}^{2}$ pour l'équation de la Courbe ARC, qu'on voit devoir être ici une parabole cubique, mais d'une nature différente de celle du Corol. 5. Celle-ci, dont le sommet est aussi en C, ayant la portion FC de son axe intérieur, égale à $\frac{2}{3}AF$ ($\frac{2}{3}a$), les cubes de ses appliquées RV (u) comme les quarrés de ses abscisses VC ($\frac{2}{3}a - t$), & son parametre $= \frac{9}{4}a = \frac{9}{4}AF$. D'où l'on voit,



1°. Que l'entiere extinction des vitesses VR (u) se feroit ici en C à la fin du tems $FC = \frac{2}{3}AF = \frac{2}{3}a$.

2°. Que les cubes de ces vitesses (VR) seroient ici comme les quarrés des tems (VC) qui resteroient à écouler jusqu'à l'entiére extinction de ces mêmes vitesses.

3°. Que les vitesses perduës ou les résistances totales à la fin des tems écoulés AT ou FV (t) seroient ici comme les TR ($a - \sqrt[3]{a \times \overline{a - \frac{3}{2}t}^{2}}$) correspondantes.

4°. Que les espaces parcourus pendant ces tems AT ou FV, seroient ici entr'eux (*Cor. 3. Prop. génér.*) comme les aires paraboliques correspondantes $ARVF$, ou comme les quantités correspondantes $2AF \times AF - 3RV \times VC$ qui sont quintuples de ces aires ; & à l'espace total parcouru pendant tout le tems FC, c'est à dire (*nomb.* 1.) depuis le commencement du mouvement jusqu'à l'entiére extinction des vitesses, comme ces aires paraboliques à l'entiére $ARCF$, ou comme ces quantités sont à $2AF \times AF$ qui est aussi quintuple de cette aire totale $ARCF$.

5°. Que l'espace parcouru d'un mouvement ainsi retardé pendant un tems quelconque AT ou FV, seroit (*Cor. 4. Prop. génér.*) à ce que le mobile (sans résistance) en auroit parcouru pendant le même tems, d'une vitesse uniforme égale à sa premiére AF, comme l'aire parabolique $ARVF$ correspondante est au réctangle $ATVF$ pareille-

ment correſpondant, c'eſt à dire : : $\frac{2AF \times AE - 3RV \times VC}{5}$. $AF \times AT$: : $2AF \times AF - 3RV \times VC$. $5AF \times AT$. Et par conſéquent l'eſpace parcouru de ce mouvement retardé pendant tout le tems FC, c'eſt à dire (*nomb.* 1.) juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes, ſeroit auſſi à ce que le mobile en auroit parcouru pendant tout ce tems avec le mouvement uniforme précédent, comme l'aire parabolique entiére $ARCF$ eſt au rectangle $ACCF$, c'eſt à dire : : $\frac{3}{5} AF \times EC$. $AF \times FC$: : 3. 5. d'où l'on voit qu'il en ſeroit les trois cinquiémes.

6°. Dans le cas preſent de $n = -\frac{1}{2}$, ayant $z = \frac{a\sqrt{a}}{\sqrt{u}}$, l'on aura $u = \frac{a^3}{zz}$; & par conſequent auſſi $u^3 = \frac{a^9}{z^6}$. Donc en ſubſtituant cette valeur de u^3 dans l'équation $u^3 = \frac{9}{4}a \times \overline{\frac{2}{3}a - t}^2$ trouvée au commencement de ce Corollaire-ci, l'on aura ici $\frac{a^9}{z^6} = \frac{9}{4}a \times \overline{\frac{2}{3}a - t}^2$, ou $\frac{4a^8}{9z^6} = \overline{\frac{2}{3}a - t}^2$; & (en tirant la racine quarrée) il en réſultera $\frac{2a^4}{3z^3} = \frac{2}{3}a - t$, ou $\frac{2}{3}a^4 = \overline{\frac{2}{3}a - t} \times z^3$ pour l'équation de la Courbe KEC, qu'on voit devoir être ici une hyperbole du quatriéme degré, entre les aſymptotes orthogonales FC, CC prolongée du côté d'elle, laquelle ait les cubes de ſes ordonnées $VE(z)$ en raiſon réciproque de ſes abſciſſes CV ($\frac{2}{3}a - t$) & qui paſſe par un point K de AF prolongée, tel que FK ſoit $= AF = a$.

7°. Cette équation $\frac{2}{3}a^4 = \overline{\frac{2}{3}a - t} \times z^3$ donnant $z^3 = \frac{\frac{2}{3}a^4}{\frac{2}{3}a - t}$ (ſoit $x = \frac{2}{3}a - t$, & conſéquemment auſſi $dx = -dt$) $= \frac{2a^4}{3x}$, ou $z = \frac{a\sqrt[3]{2a}}{\sqrt[3]{3x}} = ax^{-\frac{1}{3}} \sqrt[3]{\frac{2}{3}a}$; l'on aura $\int zdt$ ($FVEK$) $= \int -ax^{-\frac{1}{3}}dx \sqrt[3]{\frac{2}{3}a} = -\frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} a \sqrt[3]{\frac{2}{3}a} + q = -a\sqrt[3]{\frac{9}{4}axx} + q = -a\sqrt[3]{\frac{9}{4}a \times \overline{\frac{2}{3}a - t}^2} + q$. Mais le cas de t (AT) $= o$, rendant $FVEK = o$, réduit cette integrale à $o = -a \times \sqrt[3]{a^3} + q = -aa + q$; ce qui donne $q = aa$. Donc cet-

te intégrale complette $FVEK = aa - a\sqrt[3]{\frac{9}{4}a \times \overline{\frac{2}{3}a - t}^{2}}$.
Donc auſſi ſuivant le Corol. 6. de la Prop. génér. les viteſſes perduës pendant les tems AT (t), ou les réſiſtances totales qui les ont détruites, doivent être partout ici comme les aires hyperboliques $aa - a\sqrt[3]{\frac{9}{4}a \times \overline{\frac{2}{3}a - t}^{2}}$ ($FVEK$), ou comme les ſimples grandeurs $a - \sqrt[2]{\frac{9}{4}a \times \overline{\frac{2}{3}a - t}^{6}}$ correſpondantes.

REMARQUE.

Voilà autant d'éxemples propres à expliquer les mouvemens primitivement uniformes, qui ſe feroient dans des milieux dont les réſiſtances ſeroient telles qu'on les y a ſuppoſées. De toutes ces hypothêſes celles des deux premiers Problêmes paſſent pour les plus vrai-ſemblables, ſur tout la ſeconde : cependant comme (*Cor.* 4. *du Prob.* 1. *& Cor.* 2 *du Prob.* 2.) les viteſſes ne s'y éteindroient jamais tout à fait ; il n'y a pas d'apparence qu'aucune d'elles ſoit efféctivement celle de la nature. Il eſt vrai que la ſeconde en approche plus que la premiére, en ce que les réſiſtances, qui conſiſtent dans la difficulté de déplacer les parties du fluide ou du milieu à traverſer, venant de la quantité de ces parties à déplacer à la fois, & de la viteſſe qu'il leur faut donner alors, doivent efféctivement être comme les quarrés des viteſſes du corps mû ; puiſque dans un même milieu, c'eſt à dire uniforme, ces quantités de parties à déplacer à la fois, ſont comme ces mêmes viteſſes. Mais il y a plus : il faut outre cela rompre en même tems la ténacité ou la glutinoſité qui retient en quelque façon ces parties comme attachées ou colées enſemble, laquelle glutinoſité, ſuppoſée par tout la même entre les parties du milieu uniforme dont il s'agit ici, doit faire une réſiſtance d'autant plus grande qu'il y a plus de ces parties à détacher à la fois, c'eſt à dire, une réſiſtance proportionnée au nombre de ces parties ou à la viteſſe du corps mû. On y peut joindre auſſi la réſiſtance qui ſurviendroit de l'inégalité ou de l'âpreté uniforme du plan ou de la ſurface ſur laquelle ce corps ſeroit mû, laquelle réſiſtance étant

étant comme l'espace qu'il parcourt à chaque instant, seroit aussi vrai-semblablement comme la vitesse de ce corps en cet instant.

Ainsi la résistance entiére instantanée d'un milieu ou fluide au mouvement d'un corps qui le traverse, résultante de la glutinosité de ce fluide, ou de l'âpreté de la surface sur laquelle ce corps se meut, ou de tous les deux ensemble, & de plus de la difficulté de communiquer aux parties de ce fluide le mouvement qu'il leur faut pour ceder : cette résistance entiére, dis-je, est vrai-semblablement toûjours proportionnée à la somme faite de chaque vitesse correspondante & de son quarré : de sorte qu'en prenant encore u pour cette vitesse restante, cette résistance entiére instantanée sera vrai-semblablement toûjours comme $u + \frac{uu}{a}$, ou comme $\frac{au+uu}{a}$; ce qui donnera (*Sol. Prop. génér.*) $z = \frac{au+uu}{a}$. Appliquons presentement la Proposition générale à cette hypothêse, & voïons ce qui en doit résulter par raport à nôtre sujet.

PROBLÊME IV.

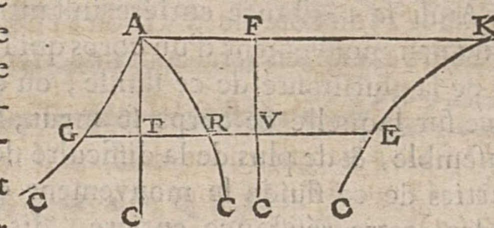
Trouver la Courbe ARC, *&c. dans l'hypothêse des résistances instantanées en raison des sommes faites des vitesses & des quarrés de ces mêmes vitesses restantes de primitivement uniformes.*

SOLUTION.

Suivant la Remarque précédente, cette hypothêse donnera $z = \frac{au+uu}{a}$; ce qui changera l'équation $\frac{-du}{z} = \frac{dt}{a}$ du Corol. 7. de la Proposition générale, en $\frac{-du}{au+uu} = \frac{dt}{aa}$.

Soit $u = \frac{aa}{2x-a}$: l'on aura $du = \frac{-2aadx}{(2x-a)^2}$, & $au + uu = \frac{a^3}{2x-a} + \frac{a^4}{(2x-a)^2} = \frac{2a^3x - a^4 + a^4}{(2x-a)^2} = \frac{2a^3x}{2x-a}$. Donc $\frac{-du}{au+uu}$ $\left(\frac{dt}{aa}\right) = \frac{2aadx}{2ax} = \frac{dx}{ax}$, ou $\frac{dt}{a} = \frac{dx}{x}$, qui est une équation logarithmique en laquelle on voit que la précédente va-

leur de u, transforme l'équation $\frac{dt}{aa} = \frac{-du}{aa+uu}$ de la Courbe ARC.



Pour construire presentement cette Courbe ARC par le moïen de cette équation logarithmique $\frac{dt}{a} = \frac{dx}{x}$, soit par le point A sur l'asymptote FC, une logarithmique AGC qui s'en écarte du côté de C, & dont la soûtangente soit $= AF$ (a). Cette logarithmique ayant $FV = t$ pour ses abscisses, elle aura aussi $VG = x$ pour ses ordonnées, & $GT = x - a$ pour ce qui en sera retranché par AC parallele à FC; & par conséquent aussi $VG + GT = 2x - a$. Mais la précédente valeur de $u = \frac{aa}{2x-a}$, donne $2x - a$ ($VG + GT$). a (AF) : : a (AF). u (VR) $= \frac{AF \times AF}{VG+GT}$. Donc en prenant par tout $VR = \frac{AF \times AF}{VG+GT}$, c'est à dire, VR troisiéme proportionelle aux grandeurs correspondantes $VG + GT$, AF, ou telle que AF soit toûjours moïenne proportionelle entr'elle & $VG + GT$; la Courbe ARC qui passera par les points R ainsi trouvés, sera la Courbe cherchée dont l'équation est $\frac{dt}{aa} = \frac{-du}{au+uu}$.

COROLLAIRE I.

Il suit de cette valeur de $VR = \frac{AF \times AF}{VG+GT}$, que GV en AF, lui devenant égale, & GT nulle ou zero, l'on aura aussi pour lors $VR = FA$ ainsi qu'on l'a supposé

COROLLAIRE II.

Cette même valeur de $VR = \frac{AF \times AF}{VG+GT}$ fait aussi voir que depuis AF vers C, elle diminuëra à l'infini à mesure

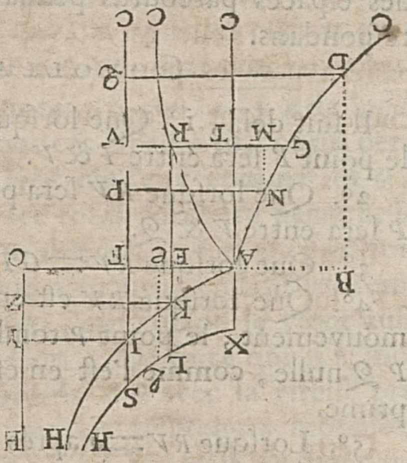
que VG croîtra, ſans pouvoir devenir nulle ou zero que lorſque VG, & par conſéquent auſſi FV, ſera infinie : c'eſt à dire que cela ne lui doit arriver qu'à une diſtance infinie de AF du côté de C. D'où l'en voit que l'axe FC de la Courbe ARC en ſera auſſi une aſymptote.

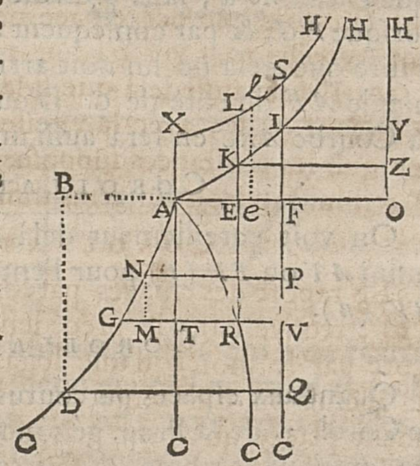
COROLLAIRE III.

On voit pareillement delà qu'il faudroit ici un tems infini AT ou FV (t) pour l'entiére extinction des viteſſes RV (u).

COROLLAIRE IV.

Quant aux eſpaces parcourus pendant les tems $AT(t)$, le Corol. 3. de la Prop. génér. fait voir qu'ils doivent être ici entr'eux comme les aires $ARVF$ correſpondantes. Mais l'équation $\frac{dt}{aa} = \frac{-du}{aa+uu}$ de la Coutbe ARC, donnant $\int udt\ (ARVF) = aa \times \int \frac{-du}{a+u} = -aa \times l\overline{a+u} + q$, en prenant a pour l'unité ; & le cas de RV (u) en AF (a), qui réduit cette intégrale à $o = -aa \times l2a + q$, donnant $q = aa \times l2a$; l'on aura $ARVF = aa \times l2a - aa \times l\overline{a+u}$ pour cette intégrale complette. Donc les eſpaces parcourus pendant les tems AT (t), ſeront ici comme les grandeurs correſpondantes $aa \times l2a - aa \times l\overline{a+u}$, ou (à cauſe de a conſtante) comme les différences $l2a - l\overline{a+u}$ correſpondantes des logarithmes de $2a$ & de $a+u$. Mais ſi l'on prend $AB = AF$ (a) ſur FA prolongée vers B, $TM = RV$, & que des points D, N, ou BD, MN, paralleles à FC, rencontrent le logarithmique AGC, on lui faſſe





les ordonnées DQ, NP, l'on aura $DQ = 2a$, $NP = a + u$; & FQ, FP, pour leurs logarithmes; & par conséquent PQ pour la difference $l\,2a - l\overline{a+u}$ de ces logarithmes. Donc les espaces parcourus pendant les tems AT (t), seront ici comme les PQ ou les $aa \times PQ$ correspondantes.

Il est à remarquer que si au lieu de supposer AF (a) $= 1$, l'on eût pris DQ ($2a$) $= 1$, l'on auroit eu de même QP pour la mesure de l'espace parcouru pendant le tems AT ou FV (t); puisque cette hypothése rendant $l\,2a = 0$, & donnant QP pour le logarithme négatif de $PN = VM$ (*Constr.*) $= VT + VR = a + u$, c'est à dire $QP = -l\overline{a+u}$, elle donneroit aussi $QP = l\,2a - l\overline{a+u}$; & par conséquent encore les PQ en raison des espaces parcourus pendant les tems AT ou FV correspondans.

COROLLAIRE V.

Il suit delà, 1°. Que lorsque RV sera moindre que GT, le point P sera entre F & V.

2°. Que lorsque RV sera plus grande que GT, ce point P sera entre V & Q.

3°. Que lorsque $RV = GT$, ce point P sera en V.

4°. Que lorsque RV est en AF au commencement du mouvement, le point P tombe en Q; ce qui rend alors PQ nulle, comme l'est en effet alors l'espace qu'elle exprime.

5°. Lorsque $RV = 0$ aprés un tems infini FV, aura aussi rendu son égale $MT = 0$; alors MN en TA, rendant NP en AF, & par conséquent $QP = QF$, l'on aura QF

pour tout l'eſpace parcouru pendant ce tems infini ; ce qui fait voir que cet eſpace ne peut jamais devenir infini.

6°. Il ſuit auſſi delà que ſi le mobile partoit de *Q* vers *F* ſuivant *QF*, avec la viteſſe primitivement uniforme *AF* que les réſiſtances ſuppoſées éteigniſſent tout à fait en *F* ; il lui faudroit un tems infini pour arriver de *Q* en *F*.

COROLLAIRE VI.

Le raport des eſpaces parcourus pendant les tems *AT* (t), trouvé dans le précédent Corol. 4. ſe trouvera encore par le moïen d'une logarithme quelconque *AIH*, la même ou différente de celle de ce Corollaire, tellement placée qu'ayant pris $FO = AF$ (a) ſur *AF* prolongée du côté de *F*, & fait *OH* parallele à *AC* ou à *FC*, cette *OH* en ſoit l'aſymptote dont elle s'aproche du côté de *H*, & ſon ordonnée AO ($2a$) $= 1$. Car ſi l'on prolonge *CF* juſqu'à cette logarithmique en *I*, laquelle ſoit auſſi rencontrée en *K* par *RK* parallele à *CI*, & qui rencontre *AO* en *E* ; que des points *I*, *K*, on faſſe les ordonnées *IY*, *KZ*, paralleles à *AO* ; l'on aura *OZ* pour le logarithme négatif de $KZ = EO = a + u$, & zero pour le logarithme de $AO = 2a$. Donc $OZ = l2a - \overline{la + u}$. Mais on vient de trouver (*Corol.* 4.) que les eſpaces parcourus pendant les tems *AT* ou *FV*, ſont entr'eux comme ces grandeurs ou différences $l2a - \overline{la + u}$ de logarithmes correſpondans. Donc ces eſpaces parcourus pendant les tems *AT* ou *FV*, ſont entr'eux comme les *OZ* correſpondantes, & à l'eſpace total parcouru pendant le tems infini *AC*, comme ces *OZ* à *OY*. Ce qui fait voir que cet eſpace total, quoique parcouru pendant un tems infini ne ſçauroit être que fini, ainſi qu'on le vient auſſi de voir dans le nomb. 5. du Cor. 5. De ſorte que ſi le mobile partoit de *O* vers *H* ſuivant *OH* avec la viteſſe primitivement uniforme *AF* que les réſiſtances ſuppoſées éteigniſſent tout à fait en *Y* ; il lui faudroit un tems infini pour aller de *O* en *Y*.

COROLLAIRE VII.

Il suit delà & du Corol. 4. que les OZ sont toûjours ici entr'eux comme les QP correspondans de ce Corollaire 4. & aussi (*Cor.* 3. *Prop. génér.*) comme les aires $ARVF$ correspondantes : c'est à dire par tout chaque OZ. QP (correspondant) : : OY. QF. Et (*Cor.* 3. *Prop. génér.*) comme chaque aire $ARVF$ (correspondantes) à la totale $CRAFC$. Ce qui fait voir encore que cette aire totale ne peut jamais être que finie, non-plus que l'espace total qu'elle exprime suivant le Corol 3. de la Prop. génér. quoique cette aire s'étende à l'infini du côté de C.

COROLLLAIRE VIII.

Ce raport des espaces parcourus pendant les tems AT (t), trouvé dans les précédens Corol. 4. & 6. se trouvera encore par le moïen de l'hyperbole équilatere HSX entre les asymptotes orthogonales AO, OH, laquelle hyperbole rencontrée en S par CF prolongée de ce côté-là, ait $SF = FO$. Car si l'on prolonge CA jusqu'à elle en X, & qu'on fasse RL parallele à CS, & qui rencontre cette hyperbole en L ; l'on aura les espaces parcourus pendant les tems AT ou FV, comme les aires hyperboliques $AELX$ correspondantes ; les espaces à parcourir pendant les restes infinis TC ou VC de tems à écouler jusqu'à l'entiére extinction des vitesses RV ou EF (u), comme les aires restantes $EFSL$ de l'aire totale $AFSX$; & cette aire totale, comme l'espace à parcourir pendant le tems total infini AC ou FC.

Pour le voir il faut considerer que la construction précédente donnera $OE = a + u$; & que si l'on fait el parallele à EL, & infiniment proche d'elle, l'on aura aussi $Ee = -du$, & $EL = \frac{FS \times FO}{FO} = \frac{aa}{a+u}$. Donc l'aire hyperbolique élémentaire $EelL = \frac{-aadu}{a+u}$ (*Cor.* 4.) $= udt$. Donc aussi (en intégrant) l'aire $EFSL = \int udt = CRVC$, & $AELX = ARVF$. Mais (*Cor.* 3. *Prop. génér.*) les espa-

ces parcourus pendant les tems écoulés *AT* ou *FV(t)*, sont comme les aires *ARVF*; & les espaces à parcourir pendant les restes infinis *TC* ou *VC* de tems à écouler jusqu'à l'entiére extinction des vitesses *RV* ou *EF*, sont comme les aires *CRVC* qui (*Corol.* 2.) s'étendent à l'infini du côté de *C*, quoique (*nomb.* 5. *Corol.* 5. & *Corol.* 6.) elles soient toutes finies. Donc les espaces parcourus pendant les tems écoulés *AT* ou *FV*, sont ici entr'eux comme les aires hyperboliques *AELX* correspondantes; & les espaces à parcourir pendant les restes infinis *TC* ou *VC* de tems à écouler jusqu'à l'entiére extinction des vitesses, comme les aires restantes *EFSL* de l'aire totale *AFSX*, laquelle est par conséquent comme l'espace total à parcourir pendant le tems total infini *AC* ou *FC*. Ce qui fait voir que cet espace total n'est encore que fini, ainsi qu'on l'a déja vû dans le nomb. 5. du Corol. 5. & dans le Corol. 6.

COROLLAIRE IX.

Il suit delà & des Corol. 4. 6. & 7. que les aires hyperboliques *AELX* sont entr'elles comme les parties correspondantes *PQ*, *OZ*, des axes *FC*, *OH*; les restes *EFSL* de l'aire totale *AFSX*, comme les restes correspondans *PF*, *ZY*, des parties totales *FQ*, *OY* de ces mêmes axes. D'où l'on voit comment l'aire hyperbolique *AFSX* peut être divisée en raison donnée quelconque par la seule division de la partie *QF* de l'axe *FC*, ou de la partie *OY* de l'axe *OH*, en cette raison.

Il est à remarquer qu'il n'est pas necessaire que l'hyperbole équilatere HSX *ait* FS = FO, *& que ce qu'on en vient de démontrer dans les deux derniers Corol.* 8. *&* 9. *sera toûjours vrai, quel que soit le raport de* FS *à* FO; *puisque les aires* AELX, EFSL, AFSX, *qui en résulteront, seront toûjours à celles-ci* : : SF. FO. *qui est une raison constante; & par conséquent aussi toûjours entr'elles comme celles-ci.*

COROLLAIRE X.

Les espaces parcourus pendant les tems *AT* (*t*), se trouveront encore autrement que dans les précédens

Corol. 4. 6. & 8. si l'on considere que la division de $\frac{-aadu}{a+u}$ (udt) continuée à l'infini, donnant $\frac{-aadu}{a+u} = -adu + udu - \frac{uudu}{a} + \frac{u^3du}{aa} - \frac{u^4du}{a^3} + \frac{u^5du}{a^4} - \frac{u^6du}{a^5} +$ &c. donne aussi (en intégrant) $\int\frac{-aadu}{a+u}$ ou $\int udt$ ($ARVF$) $= -au + \frac{1}{2}uu - \frac{u^3}{3a} + \frac{u^4}{4aa} - \frac{u^5}{5a^3} + \frac{u^6}{6a^4} -$ &c $+q$, que le cas de $RV(u)$ en $AF(a)$, réduit à $o = -aa + \frac{1}{2}aa - \frac{1}{3}aa + \frac{1}{4}aa - \frac{1}{5}aa + \frac{1}{6}aa -$ &c $+q$; d'où résulte $q = aa - \frac{1}{2}aa + \frac{1}{3}aa - \frac{1}{4}aa + \frac{1}{5}aa - \frac{1}{6}aa +$ &c. Et par conséquent aussi $ARVF = aa - \frac{1}{2}aa + \frac{1}{3}aa - \frac{1}{4}aa + \frac{1}{5}aa - \frac{1}{6}aa +$ &c $- au + \frac{1}{2}uu - \frac{u^3}{3a} + \frac{u^4}{4aa} - \frac{u^5}{5a^3} + \frac{u^6}{6a^4} -$ &c. Donc (*Cor.* 3. *Prop. génér.*) les espaces parcourus pendant les tems $AT(t)$, seront encore ici entr'eux comme ces différences dont la suite constante $aa - \frac{1}{2}aa + \frac{1}{3}aa - \frac{1}{4}aa + \frac{1}{5}aa - \frac{1}{6}aa +$ &c. surpasse chacune des variables correspondantes $au - \frac{1}{2}uu + \frac{u^3}{3a} - \frac{u^4}{4aa} + \frac{u^5}{5a^3} - \frac{u^6}{6a^4} +$ &c.

COROLLAIRE XI.

Puisque (*Cor.* 4.) les espaces parcourus pendant les tems AT ou FV (t), sont ici comme les grandeurs $aa \times \int\frac{-du}{a+u}$ ou $\int\frac{-du}{a+u}$ correspondantes, & leurs différences instantanées comme les fractions $\frac{-du}{a+u}$ pareillement correspondantes; il est manifeste que si l'on prend ces espaces en progression arithmétique, c'est à dire, leurs différences par tout égales entr'elles, les fractions $\frac{-du}{a+u}$ seront aussi par tout égales entr'elles, c'est à dire, les grandeurs $a+u$ par tout proportionnelles à leurs différences $-du$; & par conséquent ces mêmes grandeurs $a+u$ seront alors en progression geométrique. Donc tant que les espaces parcourus

courus seront en progression arithmétique, les vitesses u (RV) restantes à la fin de ces espaces, augmentées chacune de la primitive constante a (AF ou TV) c'est-à-dire leurs sommes correspondantes $TV + RV$, seront ici en progression geométrique ; & réciproquement. Ce qui est la Prop. 12. Sect. 3. Liv. 2. des Princip. Mathem. de M Newton.

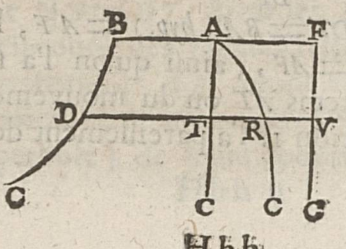
L'hyperbole HSX du Cor. 8. donnera encore la même chose. Car puisque suivant ce Corollaire les espaces parcourus pendant les tems AT ou $FV(t)$, sont entr'eux comme les aires hyperboliques $AELX$ correspondantes ; & que suivant le P. Gregoire * de S. Vincent, si ces aires sont en progression arithmétique, à commencer à leur origine AX, c'est-à-dire, si leurs differences $Ee\,lL$ sont par tout égales entr'elles, les abscisses OE ($a + u$) correspondantes seront en progression geométrique ; il suit encore manifestement de-là que tant que les espaces parcourus pendant les tems AT ou FV, seront en progression arithmétique, les sommes $a + u$ (OE) faites des vitesses correspondantes (u) & de la primitive (a) seront en progression geométrique.

* De Hyperb. part. 4. prop. 109. p. 585.

AUTRE SOLUTION.

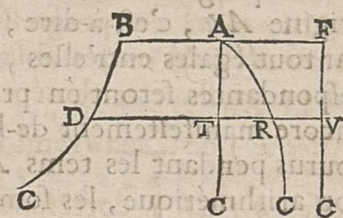
Soit presentement $\frac{aa}{y} = u$. l'on aura $\frac{aady}{yy} = -du$, $a + u = a + \frac{aa}{y} = \frac{ay + aa}{y}$, & $au + uu = \frac{a^3y + a^4}{yy}$.

Donc $\frac{-du}{au + uu} = \frac{aady}{a^3y + a^4} = \frac{dy}{ay + aa}$. Mais la Solution 1. donne $\frac{dt}{aa} = \frac{-du}{au + uu}$. Donc on aura ici $\frac{dt}{aa} = \frac{dy}{ay + aa}$, ou $\frac{dt}{a} = \frac{dy}{y + a}$, qui est une équation à une logarithmique BDC, qui auroit FC pour asymptote dont elle s'éloigneroit du côté de C, sa soûtangente $= AF$ (a), & son ordonnée $BF = 2AF$ ($2a$) car si l'on prend ici DT



pour y sur VT prolongée jusqu'à cette logarithmique en D, l'on aura DV ($DT + TV$) $= y + a$ pour une autre quelconque de ses ordonnées, & son équation sera la même que la précédente $\frac{dt}{a} = \frac{dy}{y+a}$ en prenant toûjours AT ou $FV = t$, qui sera le logarithme de DV en supposant ici BF ($2a$) $= 1$, c'est-à-dire $a = \frac{1}{2}$.

Cela étant, puisque (*hyp.*) $u = \frac{aa}{y}$ il n'y a plus qu'à prendre par tout VR (u) $= \frac{AF \times AF}{DT} = \frac{TV \times TV}{DT}$ $\left(\frac{aa}{y}\right)$ sur les ordonnées correspondantes DV de la logarithmique BDC, c'est-à-dire, VR par tout troisiéme proportionnelle aux parties DT, TV, de chaque correspondante de ces ordonnées; & la ligne ARC qui passera par tous les points R ainsi trouvés, sera la Courbe cherchée des vitesses restantes (u) exprimée par les ordonnées exterieures RV de cette Courbe, laquelle aura (ainsi que dans la Solution 1.) $\frac{dt}{aa} = \frac{-du}{au + uu}$ pour son équation, qui se concluëra sans peine de la logarithmique $\frac{dt}{a} = \frac{dy}{y+a}$, & de la supposition faite ici de $\frac{aa}{y} = u$.



COROLLAIRE XII.

De ce que cette Solut. 2. donne $RV = \frac{AF \times AF}{DT}$ (*hyp.*) $= \frac{AB \times AB}{DT}$, il est manifeste que DV en BF, rendant $DT = BA$ (*hyp.*) $= AF$, l'on aura aussi pour lors $RV = AF$, ainsi qu'on l'a supposé au commencement du tems AT ou du mouvement en question, & que la Solution 1. l'a pareillement donné dans le Corol. 1.

COROLLAIRE XIII.

Cette même valeur du $RV = \frac{AF \times AF}{DT}$, fait aussi voir que depuis *AF* vers *C*, elle diminuëra à l'infini à mesure que *TD* croîtra, sans pouvoir devenir nulle ou zero que lorsque *DT*, & par conséquent aussi *FV* sera infinie. D'où l'on voit que l'axe *FC* de la Courbe *ARC* en sera aussi une asymptote, & qu'il faudroit ici un tems infini *AT* ou *FV* (*t*) pour l'entiére extinction des vitesses *RV* (*u*) ainsi qu'on l'a déja vû dans les Corol. 2. & 3.

COROLLAIRE XIV.

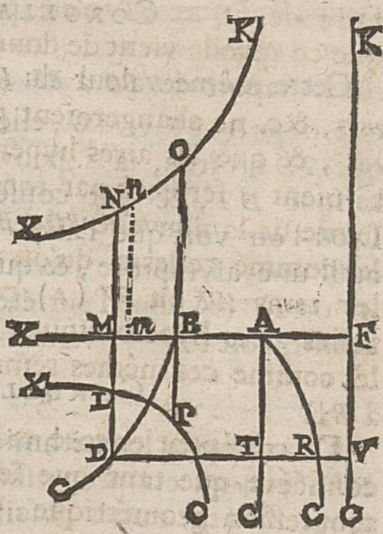
De ce que la logarithmique *BDC* rend ses ordonnées *DV* ($y+a$) en progression geométrique tant que les tems *AT* (*t*), ou les abscisses *FV* de son asymptote sont en progression arithmétique ; & de ce que la supposition (*Solut.* 2.) de $\frac{aa}{y} = u$ rend les *y* (*DT*) reciproques aux vitesses *u* (*RV*) correspondantes ; il suit manifestement que ces grandeurs réciproques *y* (*DT*) augmentées chacune de la constante *a* (*AF* ou *TV*), c'est à dire, leurs sommes $y+a$ sont toûjours en progression geométrique tant que les tems *AT* ou *FV* (*t*) sont en progression arithmétique ; ainsi que M. Newton l'a démontré dans la Prop. 11. Sect. 3. Liv. 2. de ses Princ. Math. par le moyen de l'hyperbole, dont voici aussi l'usage tiré de ceci.

COROLLAIRE XV.

Aprés avoir prolongé *AB* vers *X*, soit entre les asymptotes *AC*, *AX*, une hyperbole quelconque *CPX* rencontrée en *L* par *DM* parallele à son asymptote *AC*, & qui rencontre en *M* son autre asymptote *AX* ; il est manifeste que l'on aura par tout $MA = DT$. Ainsi les *DT* étant (*Solut.* 2.) en raison réciproque des vitesses restantes *RV* (*u*), les abscisses asymptotiques *AM* seront aussi en raison réciproque de ces vitesses, de même qu'elles le sont (par la nature de l'hyperbole) de leurs coordon-

Voyez la figure de la page suivante.

nées *LM*. D'où il suit que ces ordonnées *LM* seront au contraire en raison directe de ces mêmes vitesses *RV* (*u*). De sorte que ces vitesses pourront également être exprimées par les *RV*, *LM*, $\frac{1}{AM}$, $\frac{1}{DT}$, correspondantes. Et si l'on suppose l'hyperbole *CPX* telle qu'elle ait son ordonnée $BP = AB = AF = a$, non-seulement ses ordonnées *LM* seront en raison directe des vitesses correspondantes *RV* (*u*), mais encore chaque $LM = RV$ correspondante ; puisqu'en ce cas cette hyperbole donneroit $LM = \frac{BP \times AB}{AM}$, (*hyp.*) $= \frac{AF \times AF}{DT}$ (*Solut.* 2.) $= RV$.



COROLLAIRE XVI.

Si après avoir prolongé *CF* vers *K*, on fait encore une autre hyperbole équilatere *KOX* entre les assymptotes *FK*, *FX*, laquelle soit rencontrée en *O*, *N*, par *PB*, *DM*, prolongées vers elle, & qui ait son ordonnée $BO = BF$, $(2a) = 1$; cette hyperbole ayant $AF = a$, & $AM = DT = y$, l'on aura par tout ses coordonnées $FM = a + y$, $MN = \frac{BO \times BF}{FM} = \frac{1}{a+y}$; & si l'on fait *mn* parallelle à *MN*, & infiniment près d'elle, ayant pour lors $Mm = dy$, l'on aura pareillement $MmNn = \frac{dy}{a+y}$, & (en intégrant) $MBON = l\overline{a+y} = lDV$ (*Solution* 2.) $= FV$ (*t*). Donc les tems *FV* (*t*) seront ici comme les aires hyperbolyques *MBON* correspondantes, dont l'origine est en *BO*.

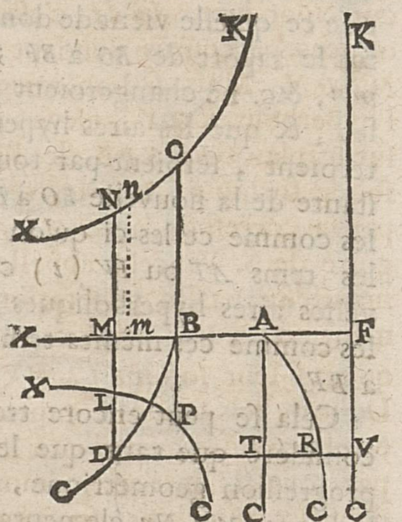
Il est à remarquer que la supposition qu'on vient de

faire de $BO = BF$ n'est pas absolument necessaire, & que ce qu'elle vient de donner seroit encore vrai quel que fût le raport de *BO* à *BF*; puisque les ordonnées *MN*, *mn*, &c. ne changeroient pas pour cela de raison entr'elles, & que les aires hyperboliques *MBON* qui en résulteroient, seroient par tout à celle-ci dans la raison constante de la nouvelle *BO* à *BF*, & par conséquent entr'elles comme celles-ci qu'on vient de trouver être comme les tems *AT* ou *FV* (*t*) correspondans. Donc ces nouvelles aires hyperboliques *MBON* seroient aussi entr'elles comme ces mêmes tems, quel que fût le raport de *BO* à *BF*.

Cela se peut encore trouver immédiatement si l'on considére que tant que les abscisses *FM* (*VD*) sont en progression geométrique, toutes les petites aires hyperbolyques *Mm Nn* élementaires de l'espace fini *MBON*, sont égales entr'elles, de même que tous les élemens dt du tems t (*FV*) corréspondant, quel que soit le raport de *BO* à *BF*. Car le nombre de ces élémens étant égal de part & d'autre, la somme *MBON* des premiers doit être par tout en raison constante à la somme *FV* des derniers; & par conséquent toutes les aires hyperboliques *MBON* doivent être entr'elles comme les *FV* correspondantes, c'est-à-dire (*hyp.*) comme les tems correspondans, quelque soit l'hyperbole équilatere *KOX*, ou le raport de ses coordonnées *BO*, *BF*.

COROLLAIRE XVII.

Delà suit encore ce qui a déja été conclu de la logarithmique *BDC* dans le Corol. 14. sçavoir que lorsque les tems *AT* ou *FV* sont en progression arithmétique, les grandeurs y réciproques (*Solut.* 2.) aux vitesses restantes u à la fin de ces tems, augmentées chacune de la grandeur constante a, c'est-à-dire les sommes $a + y$, sont en progression geométrique. Car puisque (*Corol.* 16.) les aires *MBON* sont entr'elles comme les tems *AT* ou *FV* (*t*) correspondans, il est manifeste que lorsque ces tems se-



ront en progression arithmétique, ces aires hyperboliques y seront aussi. Or on sçait qu'en ce cas les *FM* ($a+y$) seroient en progression geométrique. Donc lorsque les tems *t* sont en progression arithmetique, les grandeurs correspondantes $a+y$ doivent être ici en progression geometrique, ainsi qu'on l'a déja vû dans le Corollaire 14.

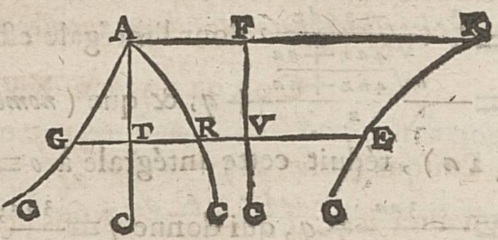
On a vû dans les Corol. 15. *&* 16. *que quelles que soient les deux hyperboles* CPX, KOX, *elles serviront également chacune à ce qu'on démontre dans chacun de ces deux Corollaires : sçavoir la premiere* (Cor. 15.) *à mesurer les vitesses restantes ; & la seconde non-seulement à mesurer* (Cor. 16.) *les tems à la fin desquels ces vitesses se trouvent, mais encore à démontrer* (Cor. 17.) *ce que la logarithmique* BDC *avoit déja donné dans le Corol.* 14. *Voici presentement comment ces deux hyperboles serviront ensemble à mesurer encore les espaces parcourus de ces vitesses pendant ces tems.*

COROLLAIRE XVIII.

Puisque (*Solut.* 2.) $-du = \frac{aady}{yy}$, & $a+u = \frac{aa+ay}{y}$, l'on aura ici $\frac{-aadu}{a+u} = \frac{a^3dy}{ay+yy}$ Mais les Coroll. 15. & 16. donnent $ML = \frac{AB \times BP}{AM} = \frac{a}{y} \times BP$, $MN = \frac{FB \times BO}{FM} = \frac{2a}{a+y} \times BO$, $Mm = dy$; & par conséquent $MN \times ML \times Mm = \frac{2aady}{ay+yy} \times BO \times BP$, ou $\frac{a}{2} \times \frac{MN \times ML \times Mm}{BO \times BP} = \frac{a^3dy}{ay+yy}$. Donc $\frac{a}{2} \times \frac{MN \times ML \times Mm}{BO \times BP} = \frac{-aadu}{a+u}$ (*Solut.* 1.) $= udt$, & par conséquent (à cause de $\frac{a}{2}$, BO, BP, constantes) les som-

mes $\overline{\int MN \times ML \times Mm}$ seront par tout ici en raison des correspondantes $\int u\,dt$, c'est à dire (*Lem.* 2.) en raison des espaces parcourus pendant les tems FV ou (*Corol.* 16.] $MBON$. Mais si l'on imagine le plan $KFXXOK$ de l'hyperbole KOX, élevé perpendiculairement en FX sur le plan $CFXXPG$ de l'autre hyperbole CPX, & un solide formé de tous les réctangles faits de chaque MN par sa correspondante ML, de la maniére que le P. Gregoire de S. Vincent appelle *Ductus plani in planum*; il est manifeste par la génération de ce solide que les infiniment petits $MN \times ML \times Mm$ en feront les élemens, & qu'ainsi leur somme $\overline{\int MN \times ML \times Mm}$ en sera la valeur. Donc de tels solides compris entre le réctangle $PB \times BO$, & chacun des autres $ML \times MN$ depuis B vers X, seront par tout ici entr'eux comme les espaces parcourus pendant les tems correspondans AT ou FV exprimés aussi (*Cor.* 16.) par les faces correspondantes $MBON$ de ces solides, desquels le plus grand d'entre les possibles, ne peut jamais (*nomb.* 5. *Cor.* 5. & *Corol.* 6. & 8.) être que fini, quoiqu'il s'étende à l'infini depuis B vers X, & qu'il ait toutes ses quatre faces collaterales infinies.

SCHOLIE.



1°. Toutes choses étant ici les mêmes que dans la Solut. 1. Il est à remarquer que puisque (*hyp.*) $\frac{au+uu}{a} = z$, ou $au + uu = az$, l'on aura $a(AF).u(RV)::a+u(AF+RV).z(VE) = \frac{AF+RV}{AF} \times RV$. D'où l'on voit que si l'on prend par tout VE de cette valeur sur GV prolongée vers E, la Courbe KEC, qui passera par tous les points E ainsi trouvés, sera celle dont les ordonnées VE (z) doivent être ici comme les résistances instantanées (dr) qu'on y suppose.

2°. Il suit encore de cette construction que RV en AF, rendant VE en FK, & $\frac{AF+RV}{AF} \times RV = 2AF$, doit aussi rendre $FK = 2AF = 2a$.

3°. De plus $VE\left(\frac{AF+RV}{AF} \times RV\right)$ diminuant avec RV, & ne devenant zero qu'avec elle, c'est à dire (*Corol.* 2.) seulement à une distance infinie de AK, l'asymptote FC des Courbes ARC, AGC, en doit aussi être une de KEC.

4°. Il est encore à remarquer que puisque (*hyp.*) $au + uu = az$, l'on aura $uu + au + \frac{1}{4}aa - az + \frac{1}{4}aa$, & $u = -\frac{1}{2}a + \sqrt{az + \frac{1}{4}aa}$; ce qui donnant $du = \frac{adz}{2\sqrt{az+\frac{1}{4}aa}} = \frac{adz}{\sqrt{4az+aa}}$, donne aussi $\frac{-dz}{z\sqrt{4az+aa}} = \frac{-du}{au+uu}$ (*Solut.* 1.) $= \frac{dt}{aa}$, ou $dt = \frac{-aadz}{z\sqrt{4az+aa}}$ pour l'équation de la Courbe KEC, laquelle équation se change en $dt = \frac{ads}{\sqrt{4as+ss}}$ en prenant $\frac{aa}{s} = z$, & dont par conséquent l'intégrale dépend de la quadrature de l'hyperbole ou de la construction de la logarithmique.

5°. Si l'on considére que la précédente équation $dt = \frac{-aadz}{z\sqrt{4az+aa}}$ de la Courbe KEC, donne $zdt = \frac{-aadz}{\sqrt{4az+aa}} = \frac{a}{2} \times \frac{-2adz}{\sqrt{4az+aa}}$, dont l'intégale est $\int zdt\,(FVEK) = -\frac{a\sqrt{4az+aa}}{2} + q$; & que (*nomb.* 2.) $VE\,(z)$ en $FK\,(2a)$, réduit cette intégrale à $o = -\frac{a\sqrt{8aa+aa}}{2} + q = -\frac{3aa}{2} + q$, qui donne $q = \frac{3aa}{2}$; cette intégrale complette ou l'aire $FVEK$ se trouvera être $= \frac{3aa - a\sqrt{4az+aa}}{2}$.

6°. Pour ce qui est de l'équation de la Courbe ARC par raport à l'axe AC, il faut considérer aussi que puisque $TR\,(r) = TV - RV\,(a - r)$, l'on aura $u = a - r$, & $du = -dr$; & ces valeurs de u, du, substituées dans l'équation $\frac{-du}{au+uu} = \frac{dt}{aa}$ trouvée ci-dessus (*Solut.* 1.) pour celle

de

de cette Courbe ARC par raport à l'axe FC, donneront $\frac{dr}{2aa+rr-3ar} = \frac{dt}{aa}$ pour l'autre équation de cette même Courbe par raport à son autre axe AC : la premiére de ces deux équations lui conviendra en qualité de Courbe des vitesses restantes ; & la seconde, en qualité de Courbe des résistances totales.

Les Corol. 3. & 13. font voir que l'inconvenient des vitesses qui ne s'éteindroient jamais dans les deux premiers Problêmes, se trouve pareillement dans celui-ci ; ce qui pourroit faire aussi douter de la validité de l'hypothêse qu'on y vient de faire, quoique beaucoup plus vrai-semblable que celles de ces deux Problêmes-là, ainsi qu'on l'a observé dans la Remarque qui précede celui-ci. Voici donc encore quelques autres Problêmes, dans plusieurs desquels les vitesses s'éteindroient effectivement ; outre que s'ils ne contiennent pas la veritable hipothêse des résistances, non-plus que les Corollaires du Probl. 3. où l'on a déja vû les vitesses s'éteindre aussi, ils serviront du moins à faire voir l'usage qu'on doit faire de cette hypothêse quand on l'aura trouvée.

PROBLÊME V.

Trouver la Courbe ARC, *&c. dans l'hypothêse des résistances instantanées en raison des puissances quelconques des résistances totales, ou des vitesses perduës & retranchées de primitivement uniformes.*

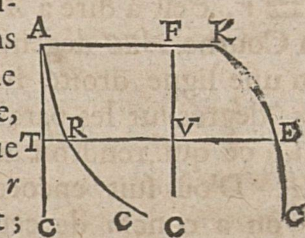
SOLUTION.

Soit n l'exposant de ces puissances. La presente hypothêse donnera $\frac{\overline{TR}^{n}}{\overline{AF}^{n-1}} \left(\frac{r^n}{a^{n-1}}\right) = VE\ (z)$; & cette valeur de z substituée dans l'équation $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$ de la Solution de la Prop. génér. & de son Corol. 7. la changera ici en $\frac{dr}{r^n} = \frac{dt}{a^n}$, ou en $\frac{dt}{a^n} = r^{-n}dr$, dont l'intégrale complete est $\frac{t}{a^n} = \frac{r^{1-n}}{1-n}$, le cas de $t\ (AT) = o$, rendant

Voyez la figure de la page suivante.

pareillement ici r (TR) $= o$. Ainsi $\frac{t}{a^n} = \frac{r^{1-n}}{1-n}$ sera l'équation de la Courbe cherchée ARC par raport à l'axe AC, laquelle donnera tout le reste.

COROLLAIRE I.



Si $n > 1$, cette hypothêse rendant $1-n$ négative, tous les tems (t) ou les résistances totales (r) le seroient aussi ; ce qui est impossible, ou contre l'hypothêse ; outre que le cas de t (AT) $= o$, rendroit r (TR) infinie, & réciproquement ; ce qui est aussi contre l'hypothêse.

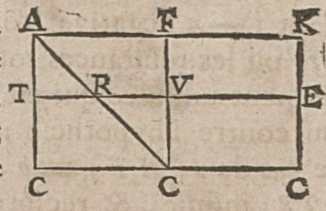
COROLLAIRE II.

Si $n = 1$, ainsi qu'il arriveroit si les résistances instantanées étoient en raison des resistances totales, cette hypothêse changeant l'équation précédente $\frac{t}{a^n} = \frac{r^{1-n}}{1-n}$ en $\frac{t}{a} = \frac{ro}{o} = \frac{1}{o}$, les tems AT (t) seroient ici tous infinis ; ce qui est encore impossible & contre l'hypothêse.

Il est vrai que si au lieu de cette équation générale $\frac{t}{a^n} = \frac{r^{1-n}}{1-n}$, on se sert de sa différentielle $\frac{dr}{r^n} = \frac{dt}{a^n}$, cette différentielle se reduisant ici à $\frac{dr}{r} = \frac{dt}{a}$, la Courbe ARC s'y trouveroit être une logarithmique dans laquelle les tems AT (t) semblent augmenter avec les résistances totales TR (r) ; mais comme la ligne droite ATC en seroit l'asymptote, au point A de laquelle cette logarithmique commenceroit, la nature de cette Courbe éxigeant ce point de concours à une distance infinie de quelque ordonnée finie TR que ce soit, elle donneroit encore ici tous les tems AT (t) infinis, ou les résistances totales TR (r) nulles ; ce qui est encore également contre l'hypothêse.

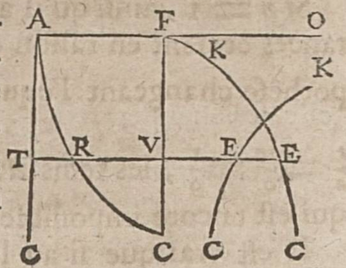
COROLLAIRE III.

Si $n = o$, ainſi qu'il arriveroit ſi les réſiſtances inſtantanées (dr) étoient conſtantes & par tout les mêmes, comme dans le Corol. 1. du Prob. 3. Cette hypothêſe réduiſant la précédente équation générale $\frac{t}{a^n} = \frac{r^{1-n}}{1-n}$ à $t = r$, c'eſt à dire à $AT = TR$, la Courbe ARC dégénéreroit ici en une ligne droite inclinée de 45. dégrés ſur les paralleles AC, FC; ce qui rendroit auſſi $FC = AF$. D'où ſuit encore tout ce qu'on a conclu de cette hypothêſe dans le Corol. 1. du Problême 3.



COROLLAIRE IV.

Si $n < 1$, ou $n = -$ quelque nombre que ce ſoit; c'eſt à dire ſi n vaut un nombre quelconque poſitif moindre que l'unité, ou un négatif abſolument quelconque; la Courbe ARC exprimée par l'équation générale $\frac{t}{a^n} = \frac{r^{1-n}}{1-n}$, ſera toûjours une parabole d'un expoſant $= 1 - n$, & d'un parametre $= \frac{a^n}{1-n}$, laquelle viendra toûjours rencontrer FC en un point C qui donnera toûjours $FC . AF :: 1 . 1-n$. ou $FC = \frac{AF}{1-n}$; puiſque ce point de rencontre rendant TR (r) $= TV = AF$ (a), l'équation précédente s'y réduira à $\frac{t}{a^n} = \frac{a^{1-n}}{1-n}$, d'où réſulte t (alors FC) $= \frac{a}{1-n} = \frac{AF}{1-n}$.



SCHOLIE.

30. Suivant l'équation donnée $z = \frac{r^n}{r^{n-1}}$, l'on aura

$r = z^{\frac{1}{n}} a^{\frac{n-1}{n}}$, & $r^{1-n} = z^{\frac{1-n}{n}} a^{\frac{2n\,nn-1}{n}}$. Ainſi la Solution, ſuivant l'équation générale $\frac{t}{a^n} = \frac{r^{1-n}}{1-n}$ qu'on y a trouvée, donnera $t = \frac{z^{\frac{1-n}{n}} a^{\frac{2n-1}{n}}}{1-n}$ pour l'équation générale de la Courbe *KEC*; laquelle ſera toûjours une parabole (y compris le triangle) ayant ſon ſommet en *F*, tant qu'elle aura $n < 1$; une hyperbole entre les aſymptotes orthogonales *FO*, *FC* tant que *n* vaudra un nombre négatif quelconque; & une ligne droite parallele à *FC*, diſtante d'elle de la valeur de *AF* (*a*) du côté de *O*, ſi $n = 0$. On voit par les Corol. 1. & 2. que ce ſont-là toutes les valeurs poſſibles de *n* dans ce Problême-ci.

2°. Puiſque $RV\ (u) = TV - TR\,(a - r)$, & conſéquemment auſſi $r = a - u$; ſi l'on ſubſtituë cette valeur de *r* dans l'équation générale $\frac{t}{a^n} = \frac{r^{1-n}}{1-n}$ de la Solution, elle ſe changera en $\frac{t}{a^n} = \frac{\overline{a-u}^{1-n}}{1-n}$, qui ſera encore une autre équation de la Courbe *ARC* par raport à l'axe *FC*.

PROBLÊME VI.

Trouver en général la Courbe ARC, *&c. dans l'hypothêſe des réſiſtances inſtantanées en raiſon des puiſſances quelconques des tems écoulés depuis le commencement du mouvement juſqu'à telle viteſſe qu'on voudra, reſtante d'une primitivement uniforme quelconque.*

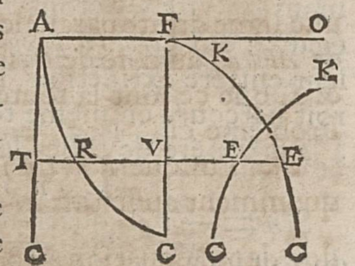
SOLUTION.

Soit *n* l'expoſant de ces puiſſances. La preſente hypothêſe donnera $\frac{\overline{AT}^n}{\overline{AF}^{n-1}} \left(\frac{t^n}{a^{n-1}}\right) = VE\,(z)$; & cette valeur de *z* ſubſtituée dans l'équation $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$ de la Solution de

la Prop. gén. & de ſon Cor. 7. la changera ici en $\frac{dr}{t^n} = \frac{dt}{a^n}$, ou en $dr = \frac{t^n dt}{a^n}$, dont l'intégrale $\frac{t^{n+1}}{\overline{n+1} \times a^n} = r$, ou $t^{n+1} = \overline{n+1} \times a^n r = \overline{n+1} \times a^n \times \overline{a-u}$, ſera l'équation de la Courbe cherchée ARC D'où l'on voit,

COROLLAIRE I.

Que tant que n ſera un nombre poſitif quelconque, ou un négatif moindre que l'unité, cette Courbe ARC ſera une parabole, touchée en ſon ſommet A par la droite ATC dans le premier cas, & par la droite AF dans le ſecond, ayant ſes appliquées TR ($r = a - u$) en raiſon des puiſſances $n+1$ des abſciſſes correſpondantes AT (t) de ſon axe ATC, dont le parametre ſera $= \overline{n+1} \times a^n$.



COROLLAIRE II.

Cette parabole ayant RV (u) $= 0$ dans le point C où elle rencontrera la droite FC, ſon équation ſe changera-là en $t^{n+1} = \overline{n+1} \times a^{n+1}$; ce qui donne $t = \overline{n+1}^{\frac{1}{n+1}} \times a$. D'où l'on voit qu'en prenant FC (t) $= \overline{n+1}^{\frac{1}{n+1}} \times a = \overline{n+1}^{\frac{1}{n+1}} \times AF$, le point C ſera ce point de rencontre où ſe fera l'entiére extinction des viteſſes reſtantes RV (u), leſquelles ſuivant l'équation donnée dans ce Problême-ci, ſeront par tout comme les fractions $\frac{\overline{n+1} \times a^{n+1} - t^{n+1}}{\overline{n+1} \times a^n}$ correſpondantes; & les viteſſes perduës, comme les fractions $\frac{t^{n+1}}{\overline{n+1} \times a^n}$, ou comme les grandeurs t^{n+1} ($\overline{FV}^{n+1}$) pareillement correſpondantes.

COROLLAIRE III.

Suivant le Corol. 3. de la Prop. génér. les espaces parcourus pendant les tems AT ou FV (t), seront ici comme les aires paraboliques $ARVF$, lesquelles sont aisées à trouver.

COROLLAIRE IV.

Si $n=o$, cette parabole générale ARC dégénérera en une ligne droite inclinée de 45 dégrés sur les paralleles AC, FC, la précédente équation générale se réduisant ici à $t=a^o r=r$, c'est à dire à $AT=TR$. De sorte que les décroissemens de vitesse seront ici tous égaux dans des instans égaux ; & (*Corol.* 3. *Prop. génér.*) l'espace parcouru jusqu'à leur entiére extinction, moitié de ce que le mobile en auroit parcouru en même tems d'une vitesse uniforme égale à la premiére de celles-là.

COROLLAIRE V.

Si $n=-1$, l'équation générale de ce Problême-ci se réduiroit ici à $t^o=o\times\overline{a-u}$, c'est à dire, à $1=o$; ce qui est contradictoire & rend cette hypothêse impossible. On ne réüssiroit pas mieux par la différentielle $\frac{dr}{t^n}=\frac{dt}{a^n}$, ou $\frac{-du}{t^n}=\frac{dt}{a^n}$, de cette équation générale, laquelle se réduisant ici à la logarithmique $\frac{-du}{a}=\frac{dt}{t}$, jetteroit dans un inconvenient approchant de celui de la logarithmique du Corol. 2. du Probl. 5.

COROLLAIRE VI.

Et si l'on supposoit n négative plus grande que l'unité, le premier membre t^{n+1} de l'équation générale $t^{n+1}=\overline{n+1}\times a^n r=\overline{n+1}\times a^n\,\overline{a-u}$, se trouvant alors négatif, cette hypothêse se trouveroit encore impossible ; puisqu'il faudroit pour cela ou qu'une puissance d'un dégré pair fût négative, ou que les tems (t) ou les résistances totales (r) le fussent ; ce qui est également impossible.

COROLLAIRE VII.

Donc (*Cor.* 1. 4. 5. & 6.) la Courbe ARC de ce Pro-

blême-ci, doit toûjours être une parabole de quelque degré que ce soit, ou du moins une ligne droite qui divise l'angle *FAC* en deux parties égales.

COROLLAIRE VIII.

Cette impossiblité (*Cor.* 5. & 6.) de *n* négative égale ou plus grande que l'unité, fait voir que la Courbe *KEC* exprimée par l'équation supposée $z = \frac{t^n}{a^{n-1}}$, ne peut jamais être ici qu'une parabole (j'y comprens aussi le triangle) de quelque dégré que ce soit moindre d'une unité que celui de la précédente *ARC*; ou une hyperbole entre les asymptotes orthogonales *FC*, *FO*, laquelle ait les appliquées *VE* (*z*) d'un plus haut dégré quelconque que ses abscisses *FV* (*t*); ou enfin une ligne droite parallele à *FVC*, & distante d'elle du côté de *O* de la valeur de *AF* (*a*): une parabole, lorsque *n* est d'une valeur positive quelconque; une hyperbole, lorsque *n* est négative moindre que l'unité; & une ligne droite parallele à *FVC*, lorsque $n = o$.

PROBLÊME VII.

Trouver en général la Courbe ARC, *&c. dans l'hypothêse des résistances instantanées en raison des puissances quelconques des tems à écouler jusqu'à l'entiére extinction des vitesses restantes de primitivement uniformes.*

SOLUTION.

Voyez la Figure suivante.

Soit *c* le tems complet & total du mouvement entier depuis le commencement jusqu'à l'entiére extinction des vitesses. L'on aura $c - t$ pour ce qui reste de tems à écouler jusque-là depuis telle vitesse restante *RV* (*u*) qu'on voudra; puisqu'on prend par tout ici *AT* ou *FV* (*t*) pour le tems écoulé depuis le commencement du mouvement jusqu'à elle. Donc en prenant *n* pour l'exposant général des puissances des tems *VC* ($c - t$) à écouler, la presente hypothêse donnera $z = \frac{\overline{c-t}^n}{a^{n-1}}$; & cette valeur de *z* substituée en sa place dans l'équation $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$ de la Solution

de la Prop. génér & de son Corol. 7. la changera pour ici en $\frac{dr}{\overline{c-t}^{\,n}} = \frac{dt}{a^n}$, on en $dr = \frac{\overline{c-t}^{\,n} \times dt}{a^n}$; ce qui (en prenant $x = c - t$, & conséquemment $-dx = dt$) donnera $dr = \frac{-x^n dx}{a^n}$. Donc (en intégrant) $r = \frac{-x^{n\ 1}}{\overline{n+1} \times a_n} + q$ $= \frac{-\overline{c-t}^{\,n+1}}{\overline{n+1} \times a^n} + q$ Mais le cas de $r\ (TR) = o$, qui rend aussi $t\ (AT) = o$, réduisant cette intégrale à $o = \frac{-c^{n+1}}{\overline{n+1} \times a_n} + q$, donne $q = \frac{c^{n+1}}{\overline{n+1} \times a^n}$. Donc $r\,(a-u)$ $= \frac{c^{n+1} - \overline{c-t}^{\,n+1}}{\overline{n+1} \times a^n}$ sera l'équation complette cherchée de la Courbe *ARC*.

D'où l'on voit que l'extinction des vitesses, rendant $u = o$, ou $r = a$, & $t = c$, la précédente équation se trouve alors $a = \frac{c^{n+1}}{\overline{n+1} \times a^n}$, ou $\overline{n+1} \times a^{n+1} = c^{n+1}$. Donc aussi $r = \frac{\overline{n+1} \times a^{n+1} - \overline{c-t}^{\,n+1}}{\overline{n+1} \times a^n}$, ou $\overline{n+1}\, a^n r =$ $= \overline{n+1} \times a^{n+1} - \overline{c-t}^{\,n+1}$, ou bien aussi (à cause de $r = a - u$) $\overline{n+1}\, a^{n+1} - \overline{n-1} \times a^n u = \overline{n+1}\, a^n\ 1 - \overline{c-t}^{\,n+1}$: d'où résulte pareillement $\overline{n+1} \times a^n u = \overline{c-t}^{\,n+1}$ pour l'équation de la Courbe *ARC*.

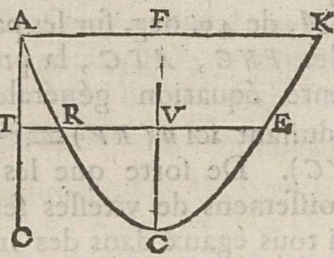
La même chose se seroit encore trouvée en se servant de l'autre équation $\frac{-du}{z} = \frac{dt}{a}$ du Corol. 7. de la Prop. génér. comme l'on vient de faire de la premiére $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$: car alors on auroit eu $du = \frac{x^n dx}{a^n}$, qui auroit donné

$n =$

$u = \frac{x+1}{\overline{n+1} \times a^{n}}$, ou bien encore $\overline{n+1} \times aun = x^{n\pm1} = \overline{c-t}^{\,n+1}$ pour l'équation de la même Courbe *ARC*. D'où il suit,

COROLLAIRE I.

Que tant que n sera un nombre positif quelconque, ou un négatif moindre que l'unité, cette Courbe *ARC* sera une parabole d'un exposant $= n+1$, laquelle aura son sommet en *C* sur l'axe *FC*, à une distance $FC (c) = \overline{n+1}^{\frac{1}{n+1}} \times a$; puisqu'on vient de trouver en ce point *C*, $\overline{n+1} \times a^{n+1} = c^{n+1}$,



qui donne $c (FC) = \overline{n+1}^{\frac{1}{n+1}} \times a$, ainsi que dans le Corol. 2. du Prob. 6. On voit aussi que cette parabole *ARC* aura son parametre $= \overline{n+1} \times a^{n}$ en *C*, de même que dans ce Corol. 1. du Prob. 6. elle l'a en *A*, qui là en est le sommet.

COROLLAIRE II.

On voit de plus que l'extinction des vitesses *RV* (u) se fera au sommet *C* de cette parabole, & qu'elles seront par tout entr'elles comme les grandeurs $\overline{c-t}^{\,n+1}$ ($\overline{VC}^{\,n+1}$) correspondantes.

COROLLAIRE III.

Donc les résistances totales *TR* ($a-u$) ou les vitesses perduës, seront aussi par tout ici comme les fractions $\frac{c^{n+1} - \overline{c-t}^{\,n+1}}{\overline{n+1} \times a^{n}}$, ou comme les grandeurs $c^{n+1} - \overline{c-t}^{\,n+1}$ pareillement correspondantes.

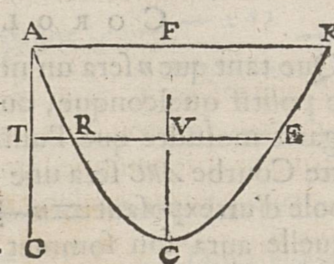
COROLLAIRE IV.

Suivant le Corol. 3. de la Prop. génér. les espaces par-

courus pendant les tems *AT* ou *FV*, seront ici comme les aires paraboliques *ARVF*, lesquelles sont aisées à trouver.

COROLLAIRE V.

Si $n = o$, la parabole générale *ARC* dégénérera en une ligne droite inclinée en *C* & en *A*, de 45. deg. sur les paralleles *FVC*, *ATC*, la précédente équation générale se réduisant ici $u\,(RV) = c - t\,(VC)$. De sorte que les décroissemens de vitesses seront ici tous égaux dans des instans égaux ; & (*Corol.* 4. *Prop. génér.*.) l'espace parcouru jusqu'à l'entiére extinction de ces vitesses, moitié de ce que le mobile en auroit parcouru en même tems d'une vitesse uniforme égale à la premiére de celles-là, ainsi que dans le Corol. 4. du Prob. 6.



COROLLAIRE VI.

Si $n = -1$, l'équation générale du present Prob. 7. se réduira à $o \times \frac{u}{a} = \overline{c - t}^{\,o}$, c'est à dire, à $o = a$; ce qui est contradictoire, & rend cette hypothêse impossible de même que dans le Corol. 5. du Prob. 6. Sa différentielle ne feroit pas mieux.

COROLLAIRE VII.

Et si *n* étoit négative plus grande que l'unité, l'équation générale $\overline{n + 1}\, a^n u = \overline{c - t}^{\,n+1}$ de la Solution, réduisant ici à $\overline{1 - n} \times a^{-n} u = \overline{c - t}^{\,1-n}$, c'est à dire, à $u \times \overline{c - t}^{\,n-1} = \frac{an}{1 - n}$, dont *n* plus grande (*hyp.*) que l'unité, exprime presentement un nombre positif par le changement de signes qu'on y vient de faire ; cette hypothêse seroit encore impossible ; puisqu'en ce cas les vitesses *RV*(*u*), bien

loin de diminuer par les résistances supposées jusqu'à devenir nulles en *C*, augmenteroient au contraire avec les tems *FV* (*t*) jusqu'à devenir infinies en ce point *C*, cette équation étant à une hyperbole dont le centre seroit *C*, & *FC* une des asymptotes orthogonales.

COROLLAIRE VIII.

Donc (*Cor.* 1. 5. 6. & 7.) la Courbe *ARC* de ce Problême-ci, doit toûjours être une parabole de quelque degré que ce soit, ou une ligne droite qui divise l'angle *FAC* en deux parties égales, ainsi que dans le Corol. 7. du Prob. 6.

COROLLAIRE IX.

Cette impossibilité (*Cor.* 6. & 7.) de *n* négative égale ou plus grande que l'unité, fait voir que la Courbe *KEC*, exprimée par l'équation supposée $z = \frac{\overline{c-t}^{\,n}}{a^{n-1}}$, ne peut jamais être ici qu'une parabole de quelque degré que ce soit, moindre d'une unité que celui de la précédente *ARC*, ayant le même sommet qu'elle ; ou une hyperbole dont ce sommet *C* soit le centre, & *FC* une des asymptotes orthogonales ; ou enfin une ligne droite parallele à *FVC*, & distante d'elle du côté de *K* de la valeur de *AF* (*a*) : une parabole lorsque *n* est d'une valeur positive quelconque ; une hyperbole lorsque *n* est négative moindre que l'unité ; & enfin une ligne droite parallele à *FVC*, lorsque $n = 0$. Tout cela s'accorde encore avec le Cor. 8. du Prob. 6.

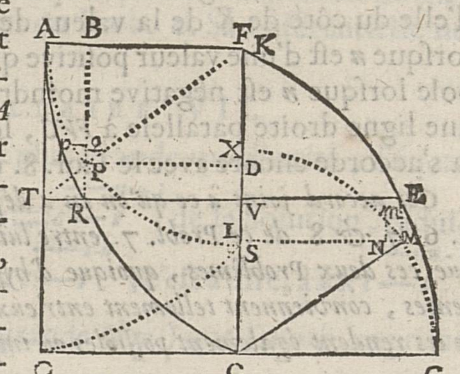
Cet accord joint à ce qu'on en a déja vû dans les Corol. 1. 5. 6. 7. & 8. de ce Probl. 7. entre lui & le Probl. 6. fait voir que ces deux Problêmes, quoique d'hypothêses tout à fait différentes, conviennent tellement entr'eux que les mêmes valeurs de n *les rendent également possibles ou impossibles.*

PROBLÊME VIII.

Trouver la Courbe ARC, *&c. dans l'hypothêse des résistances instantanées en raison des espaces parcourus par des corps mûs de vitesses primitivement uniformes.*

SOLUTION.

Suivant le Cor. 3. de la Prop. gén. les espaces parcourus pendant les tems *AT* (t) sont toûjours comme les aires *ARVF* ($\int udt$) correspondantes. Donc l'hypothêse de ce Problême-ci donnera $z = \frac{\int udt}{a}$; & par conséquent l'équation $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$ de la Solut. de la Propos. génér. & de son Corol. 7. se changera ici en $\frac{dt}{aa} = \frac{dr}{\int udt} = \frac{dr}{\int \overline{a-r} \times dt}$, ou en $dr = \frac{dt \times \int \overline{a-r} \times dt}{aa}$; ce qui (en différentiant, & en faisant toûjours dt constante) donnera $ddr = \frac{\overline{a-r} \times dt^2}{aa}$, ou $drddr = \frac{\overline{a-r} \times drdt^2}{aa}$. Donc (en intégrant) l'on aura pareillement ici $\frac{1}{2}dr^2 = \frac{\overline{ar - \frac{1}{2}rr} \times dt^2}{aa}$, ou $dt = \frac{adr}{\sqrt{2ar - rr}}$ pour l'équation cherchée de la Courbe *ARC*.



Pour construire cette Courbe, soit le quart de cercle *APS* du centre *F* & du rayon *FA* (a). Ensuite aprés avoir pris *AB* pour une résistance totale quelconque (r), c'est à dire, pour celle qu'on voudra des résistances totales de ce Problême-ci, soit faite *BP* parallele à la droite *ATC*, & qui rencontre le quart de cercle au point *P*, qui par le dévelopement de l'arc *AP*, décrive

la dévelopée *PT*, & fasse ainsi *AT* = *AP*. Soit de plus *TV* parallele à *AF*, & qui soit rencontrée en *R* par *BP* prolongée de ce côté-là.

Je dis que le point *R* ainsi trouvé, sera un de ceux de la Courbe cherchée *ARC*; & que la dévelopée *SC* décrite par le dernier point S du quart de cercle *APS* dévelopé jusqu'en *ATC* de la maniére qu'on vient de supposer que son arc *AP* l'est en *AT*, donne un point *C* tel sur *AC*, que si l'on fait *CC* parallele à *AF*, & qui rencontre aussi *FC* en *C*; ce dernier point *C* sera celui où la Courbe *ARC* rencontrera *FC*, & où se fera l'entiére extinction des vitesses *RV* (*u*).

La démonstration en est aisée : Car si aprés avoir fait le rayon *FP*, on prend *Pp* pour un des élémens du quart de cercle *APS*, & qu'on fasse *pQ* parallele à *AF* & qui rencontre *BP* en *Q*; les triangles semblables *FBP*, & *PQp*, donneront *BP* $(\sqrt{2ar-rr})$. $FP(a)::Qp(dr)$ $Pp = \frac{adr}{\sqrt{2ar-rr}}$. Donc (en intégrant) $\int\frac{adr}{\sqrt{2ar-rr}} = AP = AT = t$. Donc (en différentiant) l'on aura aussi $\frac{adr}{\sqrt{2ar-rr}} = dt$ pour l'équation de la Courbe *ARC* décrite comme l'on vient de faire. Donc enfin cette équation étant celle-là même qui vient de résulter des conditions du Problême, la Courbe *ARC* ainsi décrite, doit être aussi la Courbe requise, laquelle on voit être celle des sinus *PD* ou *RV*.

AUTRE SOLUTION.

La même Courbe *ARC* se trouvera encore en se servant de l'autre équation $\frac{-du}{z} = \frac{dt}{a}$ du Cor. 7. de la Prop. génér. comme l'on vient de faire de la premiére $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$. Car la supposition qu'on fait ici de $z = \int\frac{udt}{a}$, changeant cette autre équation en $\frac{-du}{\int udt} = \frac{dt}{aa}$, l'on aura ici $-du = \frac{dt \times \int udt}{aa}$; ce qui (en différentiant, & en faisant

toûjours dt constante) donnera $-ddu = \frac{udt^2}{aa}$, ou $-duddu = \frac{ududt^2}{aa}$, dont l'intégrale est $du^2 = -\frac{uudt^2}{aa} + q$. Mais le cas de RV (u) en AF (a), ou de $u = a$, rendant l'aire $ARVF$ ($\int udt$) $= o$, & conséquemment aussi $-du = o$, ou nulle par raport à dt, comme $\int udt$ le seroit alors par raport à aa dans l'équation $\frac{-du}{\int udt} = \frac{dt}{aa}$: la précédente intégrale se changera ici en $o = -dt^2 + q$; ce qui donne $q = dt^2$. Donc cette intégrale complette sera $du^2 = -\frac{uudt^2}{aa} + dt^2 = \frac{aa-uu}{aa} \times dt^2$, ou $dt = \frac{-adu}{\sqrt{aa-uu}}$, laquelle sera aussi l'équation de la Courbe ARC, & qui se trouvera encore être ici la même Courbe des sinus PD ou RV, que dans la premiére Solution.

En effet la ressemblance des triangles FBP, PQp, donnant encore BP ($\sqrt{aa-uu}$). FP (a) : : Qp ($-du$). $Pp = \frac{-adu}{\sqrt{aa-uu}}$; l'on aura encore ici $Pp = dt$, ou $AP = t = AT = FV$. Donc en prenant $VR = DP$, le point R sera encore un de ceux de la Courbe cherchée ARC, laquelle se trouvera encore ici être la même Courbe des sinus PD ou RV, que dans la premiére Solution, & rencontrera encore son axe FC en un point C tel que FC sera encore égale au quart de cercle APS.

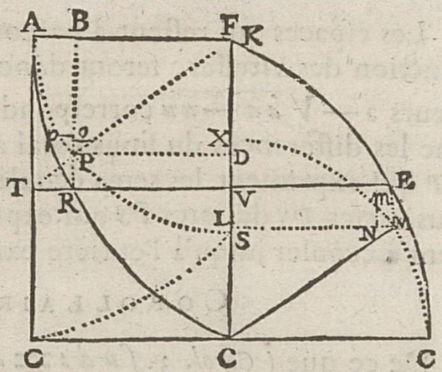
REMARQUE.

L'accord ou la conformité de ces deux Solutions se verra encore tout d'un coup en substituant seulement une des deux grandeurs (*hyp.*) égales $a-u$, r, ou $a-r$, u, à la place de l'autre dans celle des deux équations précédentes qui la contient. Par éxemple,

1°. Si l'on substituë $a-u$ à la place de r, & $-du$ à la place de dr, dans l'équation $dt = \frac{adr}{\sqrt{2ar-rr}}$ de la premiére Solution, cette équation se changera en $dt = \frac{-adu}{\sqrt{2aa-2au-aa+2au-uu}} = \frac{-adu}{\sqrt{aa-uu}}$, qui est celle de la seconde Solution.

2°. Réciproquement si l'on substituë $a-r$ à la place de u, & dr à la place de $-du$, dans cette derniére équation $dt = \frac{-adu}{\sqrt{aa-uu}}$, elle se changera de même en $dt = \frac{adr}{\sqrt{aa-aa+2ar-rr}} = \frac{adr}{\sqrt{2ar-rr}}$, qui sera celle de la premiére Solution. D'où l'on voit encore que les deux Solutions précédentes ne donnent que la même Courbe *ARC*. Delà voici le reste.

COROLLAIRE I.



Il suit de chacune de ces deux Solutions que les tems écoulés *AT* ou *FV* (t) sont ici comme les arcs circulaires *AP* correspondans, & que ce qu'il en reste (*VC*) à écouler jusqu'à l'entiére extinction des vitesses, est toûjours comme l'arc *PS* restant du quart de cercle *APS*, l'extinction des vitesses se devant faire au point *C* de la droite *FC* = *APS*.

COROLLAIRE II.

Que les vitesses *VR* (u) restantes, sont toûjours comme les sinus droits *DP* de ces arcs *PS* de reste ; & les vitesses perduës ou les résistances totales *TR* (r), comme les différences *AB* de ces sinus au sinus total *AF*.

COROLLAIRE III.

Que (*Corol.* 3. *Prop. génér.*) les espaces parcourus pendant les tems *AT* ou *FV* (t), doivent être comme les aires *ARVF* correspondantes. Mais l'équation $dt = \frac{-adu}{\sqrt{aa-uu}}$ trouvée dans la Solut. 2. donne *ARVF* ($\int udt$)

$=\int\frac{-adu}{\sqrt{aa-uu}}=a\sqrt{aa-uu}$. Donc les eſpaces parcourus pendant les tems *AT* ou *FV*, doivent être ici entr'eux comme les grandeurs *BP* ($\sqrt{aa-uu}$) correſpondantes, c'eſt à dire, comme les ſinus des arcs *AP* qui expriment ces tems *AT* (t); & à tout leſpace parcouru juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes *RV* (u) : ; *ARVF*. *ARCF* : : $\sqrt{aa-uu}$. a : : *BP*. *PF*. c'eſt à dire, comme les ſinus des arcs *AP* qui expriment les tems écoulés (t), ſont au ſinus total.

COROLLAIRE IV.

Les eſpaces qui reſtent à parcourir juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes, ſeront donc auſſi comme les grandeurs $a-\sqrt{aa-uu}$ correſpondantes, c'eſt à dire, comme les différences du ſinus total aux ſinus droits des arcs *AP* qui expriment les tems écoulés (t), ou comme les ſinus verſes *DS* des arcs *PS* qui expriment les tems qui reſtent à écouler juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes.

COROLLAIRE V.

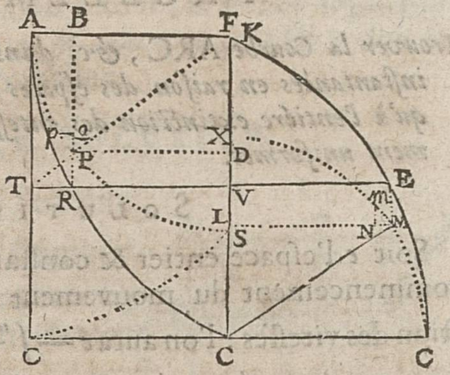
De ce que (*Corol.* 3. $\int udt=a\sqrt{aa-uu}$, l'on aura $\frac{-du}{\int udt}=\frac{-du}{a\sqrt{aa-uu}}=\frac{-adu}{aa\sqrt{aa-uu}}$ (à cauſe de l'équation $dt=\frac{-adu}{\sqrt{aa-uu}}$ trouvée dans la Solut. 2.) $=\frac{dt}{aa}$, c'eſt à dire $\frac{-du}{\int udt}=\frac{dt}{aa}$, qui eſt l'équation elle-même, donnée pour condition de ce Problême-ci. D'où l'on voit encore que la Courbe *ARC* des ſinus *DP*, trouvée dans les Solut. 1. & 2. a effectivement la proprieté qu'on y ſouhaitoit, qui étoit d'avoir par tout $-du$, ou les réſiſtances inſtantanées dr (*Qp*) en raiſon des aires $\int udt$ (*ARVF*) correſpondantes, ou (*Cor.* 3. *Prop. génér.*) en raiſon des eſpaces parcourus pendant les tems *AF* ou *AT* (t) correſpondans.

SCHOLIE.

Suivant l'équation donnée $z=\int\frac{udt}{a}$, l'on aura $udt=adz$,

ou

ou $u = \frac{adz}{dt}$; & (en faiſant toûjours dt conſtantes) l'on aura auſſi $du = \frac{addz}{dt}$ poſitive, les conſtantes a & dt faiſant voir que u & dz croiſſent & décroiſſent ici enſemble. Donc en ſubſtituant ces valeurs de u, du, dans l'équation $dt = \frac{-adu}{\sqrt{aa-uu}}$ trouvée dans la Solut. 2. l'on aura pareillement $dt = \frac{-aaddz}{dt\sqrt{aa - \frac{aadz^2}{dt^2}}} = \frac{-addz}{\sqrt{dt^2 - dz^2}}$, ou $dtdz = \frac{-adzddz}{\sqrt{dt^2-dz^2}}$, dont l'intégrale eſt $zdt = a\sqrt{dt^2 - dz^2} + q$. Mais le cas de $z \left(\int \frac{udt}{a}\right) = o$, rendant $u = a$, rend auſſi $dz = dt$; ce qui réduit alors l'intégrale précédente à $o = o + q$. Donc elle ſera ici $zdt = a\sqrt{dt^2 - dz^2}$, ou $zzdt^2 = aadt^2 - aadz$; ce qui donne $aadz = aadt^2 - zzdt^2$, ou $dt = \frac{az}{\sqrt{aa-zz}}$ pour l'équation de la Courbe KEC. D'où l'on voit que cette Courbe en eſt encore une des ſinus LM ou VE du quart de cercle CMX décrit du centre C du milieu, & du rayon $CX = FS = a$; & préciſément la même que la précédente ARC, ayant ſeulement des poſitions différentes, & leurs origines C, K, à des extrémités différentes de leur axe commun $FC = APS = XMC$.



Pour le voir, ſoit pris l'arc $XM = FV = AT = t$, dont ML ſoit le ſinus, & Mm (dt) un de ſes élemens. Cela fait, je dis que ſi l'on tire ME parallele à CF, & qui rencontre TV prolongée en E; ce point E ſera un de ceux de la Courbe cherchée KEC.

Car appellant encore a, le rayon CM; & VE ou LM, z; la reſſemblance des triangles CLM, MNm,

donnera $CL\,(\sqrt{aa - zz}).\ CM\,(a) :: MN\,(dz).\ Mm\,(dt)$. D'où résulte $dt = \frac{a\,dz}{\sqrt{aa - zz}}$ pour l'équation de la Courbe *KEC* qui paſſera par les points *E* qu'on vient de trouver. Donc cette équation étant celle qu'il falloit conſtruire, cette Courbe *KEC* ſera auſſi celle qu'il falloit trouver. Par conſéquent celle-ci ſera encore une Courbe de ſinus *LM*, & préciſément la même que la précédente *ARC*, n'y ayant de différence qu'en ce que ces deux Courbes ont des poſitions différentes, & leurs origines *C*, *K*, à des extrémités différentes de leur axe commun *FG*. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

PROBLÊME IX.

Trouver la Courbe ARC, *&c. dans l'hypothêſe des réſiſtances inſtantanées en raiſon des eſpaces qui reſtent à parcourir juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes reſtantes de primitivement uniformes.*

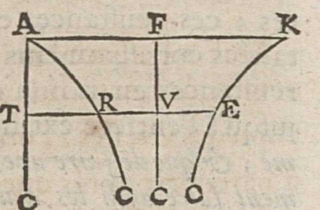
SOLUTION.

Soit e l'eſpace entier & conſtant à parcourir depuis le commencement du mouvement juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes : l'on aura $e - \int \frac{u\,dt}{a}$ pour ce qu'il en reſte à parcourir aprés quelque tems écoulé (t) que ce ſoit juſqu'à cette entiére extinction des viteſſes. Donc ſuivant la preſente hypothêſe, l'on aura ici $z = e - \int \frac{u\,dt}{a}$; ce qui changera ici l'équation $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$ de la Solut. de la Prop. génér. & de ſon Corol. 7. en $\frac{dr}{ae - \int u\,dt} = \frac{dt}{aa}$, ou en $dr = \frac{\overline{ae - \int u\,dt} \times dt}{aa}$; & (en différentiant) $ddr = \frac{-u\,dt^2}{aa}$ à cauſe de a, e, dt, conſtantes. Donc $dr\,ddr = -\frac{u\,dr\,dt^2}{aa}$ (à cauſe de $a - r = u$) $= \frac{r\,dr - a\,dr}{aa} \times dt^2$; & (en intégrant) $\frac{1}{2}\,dr^2 = \frac{\frac{1}{2}rr - ar}{aa} \times dt^2 + q$. Mais le cas de $r = a$ lorſqu'il

ne reſte plus du tout de viteſſe, rendant $\int \frac{udt}{a} = e$, ou $ae - \int udt = o$, & l'hypothéſe de $\frac{dr}{ae - \int udt} = \frac{dt}{aa}$ donnant auſſi pour lors $dr = o$; l'intégrale précédente ſe réduit pour lors à $o = \frac{\frac{1}{2}aa - aa}{aa} \times dt^2 + q = -\frac{1}{2}dt^2 + q$; c'eſt à dire, à $q = \frac{1}{2}dt^2$. Donc cette intégrale complette ſera ici $\frac{1}{2}dr^2 = \frac{\frac{1}{2}rr - ar}{aa} \times dt^2 + \frac{1}{2}dt^2$, ou $aadr^2 = \overline{rr - 2ar + aa} \times dt^2$: D'où réſulte $adr = \overline{a - r} \times dt$, ou (à cauſe de $a - r = u$ & de $dr = -du$) $-adu = udt$, ou bien auſſi $\frac{-du}{u} = \frac{dt}{a}$ pour l'équation de la Courbe cherchée *ARC*. Ce qui fait voir que cette Courbe doit être ici la même logarithmique que dans le Probl. 1. & que tout le reſte y doit être auſſi comme dans ce Problême.

AUTRE SOLUTION.

Si l'on veut ſe ſervir de l'autre équation $\frac{-du}{z} = \frac{dt}{a}$ du Corol. 7. de la Prop. génér. la preſente hypothêſe la changera pareillement en $\frac{-du}{e - \int udt} = \frac{dt}{aa}$ ou en $-du = \frac{ae - \int udt}{aa} \times dt$; & (en différentiant) l'on aura $-ddu = -\frac{udt^2}{aa}$, à cauſe que a, e, dt, ſont (*hyp.*) conſtantes, Donc $duddu = \frac{udu\,dt^2}{aa}$; & (en intégrant) $du^2 = \frac{uudt^2}{aa} + q$. Mais le cas de $u = o$ à la fin de tout le mouvement, rendant $e = \int \frac{udt}{a}$, ou $ae - \int udt = o$, la preſente hypothêſe de $\frac{-du}{ae - \int udt} = \frac{dt}{aa}$ donne auſſi pour lors $-du = o$; ce qui réduit alors la précédente intégrale à $o = o + q$. Donc cette intégrale complette ſera encore ſeulement ici $du^2 = \frac{uudt^2}{aa}$, ou $-du = \frac{udt}{a}$, c'eſt



à dire, la même $\frac{-du}{u} = \frac{dt}{a}$ que dans la premiére Solution, & que dans le Probl. 1. dont les Corollaires convenant à celui-ci, on ne s'arrêtera point à en rien détailler.

SCHOLIE.

Pour faire voir que la Courbe *KEC* est pareillement ici la même que dans ce Probl. 1. il faut considérer que la Corol. 2. de ce Problême, donnant ici $\int udt = aa - au$; & par consequent l'espace entier $e = a$, cet espace entier (e) ayant $u = o$; l'équation donnée $z = e - \int \frac{udt}{a} = \frac{ae - \int udt}{a}$, se réduira ici à $z = \frac{aa - aa + au}{a} = u$. Donc la Courbe *KEC* exprimée par cette équation, sera encore ici la même logarithmique que dans le Scholie de ce Probl. 1.

On voit delà, du Probl. 1. & de son Corol. 11. qu'en fait de mouvemens primitivement uniformes, ces trois hypothêses: Les résistances instantanées en raison des vitesses restantes; ces résistances en raison des accroissemens instantanées correspondans des espaces parcourus; & ces mêmes résistances en raison des espaces qui restent à parcourir jusqu'à l'entiére extinction des vitesses: *reviennent à la même; & que de faire une de ces trois hypothêses, c'est conséquemment faire aussi les deux autres.*

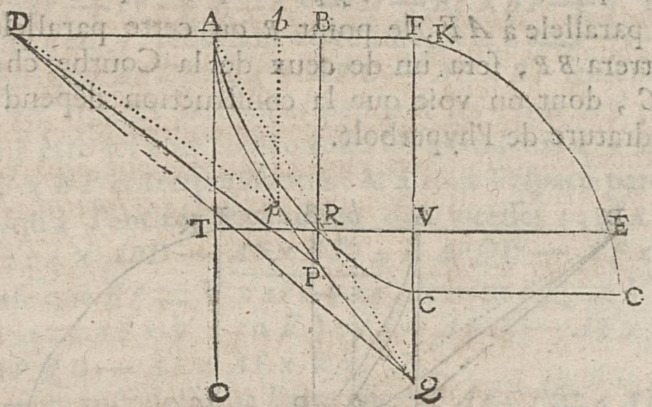
PROBLÊME X.

Trouver la Courbe ARC, *&c. dans l'hypothêse des résistances instantanées en raison des longueurs correspondantes* AR *de cette Courbe des vitesses restantes de primitivement uniformes ainsi retardées.*

SOLUTION.

Soit s la longueur de cet arc *AR*, la presente hypothêse donnera $z = s$, & l'équation $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$ de la Solution de la Prop. génér. & de son Corol. 7. se changera ici en

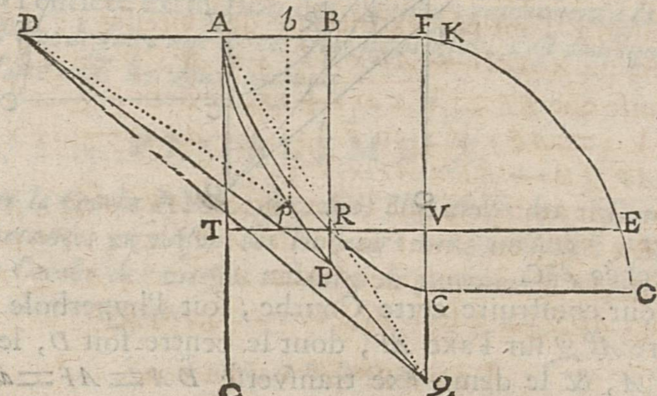
$\frac{dr}{s} = \frac{dt}{a}$, ou en $adr = sdt$; de sorte qu'en différentiant (dt demeurant toûjours constante) l'on aura ici $addr = dsdt = dt\sqrt{dr^2 + dt^2}$, ou $\frac{addr}{\sqrt{dr^2 + dt^2}} = dt$, ou bien aussi $\frac{adrddr}{\sqrt{dr^2 + dt^2}} = drdt$, dont l'intégrale est $a\sqrt{dr^2 + dt^2} = rdt + q$. Mais le cas de r (TR) $= o$, rendant s (AR) $= o$, & conséquemment aussi (suivant l'equation donnée $\frac{dr}{s} = \frac{dt}{a}$) $dr = o$; cette intégrale se réduira pour lors ici à $a\sqrt{o + dt^2} = o + q$, c'est à dire à $dt = q$. Donc cette intégrale complette sera $a\sqrt{dr^2 + dt^2} = rdt + adt$; & par consequent $aadr^2 + aadt^2 = \overline{r + a}^2 \times dt^2 = \overline{aa + 2ar + rr} \times dt^2$, ou $aadr^2 = \overline{2ar + rr} \times dt^2$; ce qui donne $\frac{adr}{\sqrt{2ar + rr}} = dt$ pour l'équation de la Courbe



cherchée ARC.

Pour construire cette Courbe, soit l'hyperbole équilatere APQ sur l'axe AF, dont le centre soit D, le sommet A, & le demi-axe transverse $DA = AF = a$; soit prise AB pour une résistance totale quelconque TR (r); soient de plus les deux ordonnées BP, bp, infiniment proches l'une de l'autre, lesquelles rencontrent l'hyperbole APQ en P, p. Soient enfin les droites DP, Dp.

Cela fait, on aura $BP = \sqrt{2ar + rr}$; & par conséquent le triangle réctangle $DBP = \frac{a+r}{2}\sqrt{2ar+rr}$, dont la différentielle sera $PDp + BPpb = \frac{1}{2}dr\sqrt{2ar+rr} + \frac{\overline{a+r}^2}{2\sqrt{2ar+rr}} \times dr$. Mais $BPpb = dr\sqrt{2ar+rr}$. Donc on aura $PDp = \frac{\overline{a+r}^2}{2\sqrt{2ar+rr}} \times dr - \frac{1}{2}dr\sqrt{2ar+rr} = \frac{\overline{a+r}^2 - \overline{2ar-rr}}{2\sqrt{2ar+rr}} \times dr = \frac{aadr}{2\sqrt{2ar+rr}}$, ou $\frac{adr}{\sqrt{2ar+rr}} = \frac{2}{a} \times PDp = 2 \times \frac{PDp}{DA} = 2 \times \frac{PDp}{AF}$. Mais on vient de trouver $dt = \frac{adr}{\sqrt{2ar+rr}}$. Donc on aura pareillement ici $dt = 2 \times \frac{PDp}{AF}$; & en intégrant, $t\,(AT) = 2 \times \frac{APD}{AF}$. Donc si l'on prend $AT = 2 \times \frac{APD}{AF}$, & que du point T on fasse TV parallele à AF, le point R où cette parallele rencontrera BP, sera un de ceux de la Courbe cherchée ARC, dont on voit que la construction dépend de la quadrature de l'hyperbole.



COROLLAIRE I.

Il suit de cette construction que les tems écoulés AT ou $FV\,(t)$ sont ici par tout comme les aires hyperboli-

ques APD correspondantes ; & que ce qu'il en reste (VC) à écouler jusqu'à l'entiére extinction des vitesses, est toûjours comme l'aire hyperbolique restante DPQ, l'extinction des vitesses se devant faire au point C de $FG = 2 \times \frac{APQD}{AF}$, sur l'ordonnée $FQ = a\sqrt{3} = AF \times \sqrt{3}$.

COROLLAIRE II.

Que (*Cor.* 3. *Prop. génér.*) les espaces parcourus pendant les tems AT, sont comme les aires correspondantes $ARVF$. Mais l'équation $\frac{adr}{\sqrt{2ar+rr}} = dt$ qu'on vient de trouver pour la Courbe ARC, donne ces aires $ARVF$ $(\int \overline{a-r} \times dt) = \int \frac{aadr - ardr}{\sqrt{2ar+rr}} = \int \frac{2aadr}{\sqrt{2ar+rr}} - \int \frac{aadr + rrdr}{\sqrt{2ar+rr}}$ (ayant déja trouvé $\frac{aadr}{2\sqrt{2ar+rr}} = PDp = 4 \times APD - a\sqrt{2ar+rr} + q = 4 \times APD - AF \times BP + q$. Mais le cas de R en A, réduisant cette intégrale à $o = o - o + q$, fait voir que $ARVF = 4 \times APD - AF \times BP$ seulement. Donc les espaces parcourus pendant les tems AT (t), doivent être ici entr'eux comme les grandeurs $4 \times APD - AF \times BP$ correspondantes ; & à tout l'espace parcouru jusqu'à l'entiére extinction des vitesses :: $ARVF$. $ARCF$ :: $4 \times APD - AF \times BP$. $4 \times APQD - AF \times FQ$ (à cause que $BP = \sqrt{2ar+rr}$, devient $FQ = \sqrt{3aa} = a\sqrt{3} = AF \times \sqrt{3}$ en F) :: $4 \times APD - AF \times BP$. $4 \times APQD - AF \times AF \times \sqrt{3}$.

On voit aussi delà que l'aire entiére $ARCF = 4\,APQD - AF \times FQ$ (en tirant la corde AQ) $= 4\,APQD - 2$ ting. AFQ (à cause de $AD = AF$) $= 4\,APQD - 2$ triang. $ADQ = 2$ sect. $APQD - 2$ seg. $APQA$.

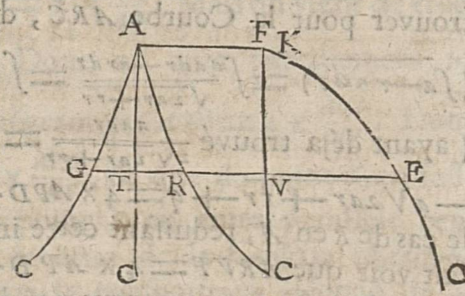
AUTRE SOLUTION.

On vient de trouver $dt = \frac{adr}{\sqrt{2ar+rr}}$ pour l'équation de la Courbe ARC. Soit presentement $r = \frac{xx - 2ax + aa}{2x}$:

l'on aura $dr = \frac{2xxdx - 2axdx - xxdx + 2axdx - aadx}{2xx} = \frac{xx-aa}{2xx} \times dx$.
Donc $\frac{adr}{\sqrt{2ar+rr}} (dt) = \frac{xx-aa}{2xx\sqrt{\overline{\frac{2axx-4aax+2a}{2x}}^{2} + \frac{xx-2ax+aa}{4xx}}} \times adx$

$= \frac{xx-aa}{x\sqrt{4axx^3 - 8aaxx + 4a^3x + x^4 - 4ax^3 + 4aaxx + 2aaxx - 4a^3x + a^4}} \times adx$

$= \frac{xx-aa}{x\sqrt{x^4 - 2aaxx + a^4}} \times adx = \frac{xx-aa}{x \times xx-aa} \times adx = \frac{adx}{x}$. Donc on aura ici l'équation logarithmique $dt = \frac{adx}{x}$, ou $\frac{dt}{a} = \frac{dx}{x}$, au lieu de la précédente hyperbolique $dt = \frac{adr}{\sqrt{2ar+rr}}$.



Pour construire la Courbe cherchée *ARC* par le moïen de cette équation logarithmique, soit par le point *A* sur l'asymptote *FC*, une logarithmique *AGC* qui s'en écarte du côté de *C*, & qui ait sa soûtangente $= AF (a)$. Il est manifeste qu'en appellant ses ordonnées *VG*, x; & ses abscisses *FV* ou *AT*, t; son équation sera la même $\frac{dt}{a} = \frac{dx}{x}$ que la précédente; que *AC* parallele à *FC*, coupera toutes les *VG* en *T* au dessous de *AF* du côté de *C*, de maniére qu'elle y donnera par tout, non-seulement $VG = x$, mais aussi $GT = x - a$. De sorte que suivant la supposition précédente de $r = \frac{xx - 2ax + aa}{2x}$, l'on aura ici $2x$ $(2 \times VG)$ $x - a (GT) :: x - a (GT) . r(TR) = \frac{GT \times GT}{2 \times VG}$. D'où l'on voit que si l'on prend $TR (r)$ de cette valeur, c'est à dire, troisiéme proportionnelle à $2 \times VG$, GT, ensorte que GT soit par tout moïenne proportionnelle entre $2 \times VG$ & TR, le point *R* ainsi trouvé, sera un de ceux de la Courbe cherchée *ARC*, & ainsi des autres à l'infini, *Ce qu'il falloit encore trouver.*

COROL.

COROLLAIRE III.

Il suit de cette Solut. 2. que lorsque GT sera moïenne proportionnelle entre $2 \times VG$ & AF, l'ordonnée TR se trouvant alors égale à AF, la Courbe ARC rencontrera FC à l'extrémité de cette ordonnée. D'où l'on voit aussi que les vitesses RV s'y doivent enfin éteindre, & que l'ordonnée VG qui passera par-là, sera $= 2a + a\sqrt{3}$.

SCHOLIE.

1°. Suivant l'équation donnée $z = s$, l'on aura $dz = ds = \sqrt{dr^2 + dt^2}$, ou $dz^2 = dr^2 + dt^2$ (à cause de l'équation $dt = \frac{adr}{\sqrt{2ar + rr}}$ trouvée dans la Solut. 1.) $= dr^2 + \frac{aadr^2}{2ar + rr} = \frac{2ar + rr + aa}{2ar + rr} \times dr^2$; & par conséquent aussi $dz = \frac{adr + rdr}{\sqrt{2ar + rr}}$, dont l'intégrale est $z = \sqrt{2ar + rr} = BP$ dans la Figure de la Solut. 1. Ainsi si l'on prend $VE\ (z) = BP$ sur TV prolongée dans cette Figure, le point E sera un de ceux de la Courbe KEC, qu'on voit devoir ainsi passer par F, & avoir son ordonnée $CC = PQ = a\sqrt{3}$.

Voyez la figure de la Solution 1. page 453 & 454.

2°. Delà il suit dans la même Figure de la Solut. 1. que chaque arc $AR = BP$ correspondante, & la Courbe entiére $ARC = FQ$; puisque (*hyp.*) $AR = s = z$ (*nomb.* 1.) $= BP$.

3°. Puisque (*nombr.* 1.) $z = \sqrt{2ar + rr}$, l'équation $\frac{adr}{\sqrt{2ar + rr}} = dt$ trouvée dans la Solut 1. pour la Courbe ARC, rendra $\frac{adr}{z} = dt$, ou $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$, qui est l'equation donnée dans ce Probléme-ci. D'où l'on voit encore que la Courbe ARC trouvée cy-dessus, est effectivement celle de cette hypothêse.

4°. La supposition de $r = \frac{xx - 2ax + aa}{2x}$ dans la Solution 2. devant donner $x = 2a + a\sqrt{3}$ dans le cas de $r\ (TR) = a\ (AF)$, ainsi qu'il arrive au point C de concours de la Courbe ARC avec son axe FC ; il suit manifestement que lorsque $VG\ (x)$ est de cette valeur dans la

Voyez la figure de la Solution 2. page 456.

Figure de la Solut 2. le point C, où elle coupe alors FC, eſt le terme de la durée du mouvement, & celui où les viteſſes $RV(u)$ s'éteignent tout à fait conformément au Corol. 3.

5°. Puiſque (*nomb.* 1.) $z = \sqrt{2ar + rr}$, & (*nomb.* 4.) $r = \frac{xx - 2ax + aa}{2x}$, on trouvera par tout z (VE) $= \frac{xx - aa}{2x}$: de ſorte que le point C où la Courbe ARC rencontre ſon axe FC, rendant (*num.* 4.) $x = 2a + a\sqrt{3}$, l'on y aura auſſi $z = \frac{4aa + 4aa\sqrt{3} + 2aa}{4a + 2a\sqrt{3}} = a\sqrt{3}$ conformément au nomb. 1.

PROBLÊME XI.

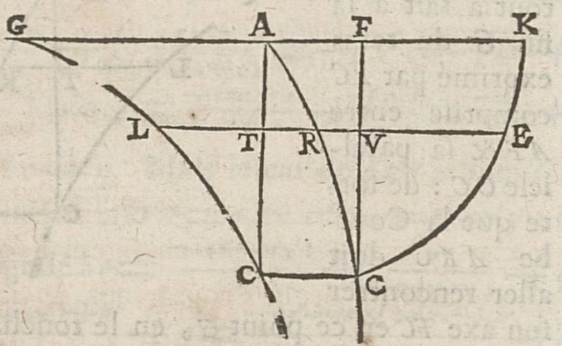
Trouver la Courbe ARC *des viteſſes reſtantes, &c. dans l'hypothêſe des réſiſtances inſtantanées en raiſon des longueurs des complémens correſpondans de cette Courbe, c'eſt à dire, en raiſon des arcs* RC *pris depuis quelque viteſſe* RV *que ce ſoit juſqu'à ſon entiére extinction, ou en raiſon des arcs* CR *pris depuis la fin* C *de la Courbe* ARC *juſqu'au point* R *correſpondant à quelque viteſſe* RV *que ce ſoit, reſtante d'une primitivement uniforme quelconque* AF.

SOLUTION.

Soit c la longueur entiére de la Courbe cherchée ARC, & ſon arc $AR = s$. La preſente hypothêſe donnera $z = c - s = CR$; ce qui changera l'équation $\frac{-du}{z} = \frac{dt}{a}$ de la Solution de la Prop. génér. & de ſon Corol. 7. en $\frac{-du}{c-s} = \frac{dt}{a}$, ou en $-du = \frac{c-s}{a} \times dt$; ce qui différentié (en faiſant toûjours dt conſtante) donnera auſſi $-ddu = \frac{-dsdt}{a} = -\frac{dt\sqrt{du^2 + dt^2}}{a}$, ou $\frac{duddu}{\sqrt{du^2 + dt^2}} = \frac{dudt}{a}$. Donc (en intégrant) l'on aura $\sqrt{du^2 + dt^2} = \frac{udt}{a} + q$. Mais le cas de u (RV) $= o$ en C, rendant $s = c$, & $c - s = o$, l'équation donnée $\frac{-du}{c-s} = \frac{dt}{a}$ doit auſſi donner ici $-du = o$; ainſi l'intégrale précédente s'y doit réduire à $\sqrt{o + dt^2} =$

$= o + q$, c'est à dire, à $dt = q$. Donc cette intégrale complette sera $\sqrt{du^2 + dt^2} = \frac{udt}{a} + dt = \frac{a+u}{a} \times dt$; d'où résulte $aadu^2 + aadt^2 = aadt^2 + 2audt^2 + uudt^2$, c'est à dire $aadu^2 = 2audt^2 + uudt^2$; ce qui donne $dt = \frac{-adu}{\sqrt{2au+uu}}$ pour l'équation de la Courbe *ARC*.

Soit presentement $\frac{xx - 2ax + aa}{2x} = u$: l'on aura $du = \frac{2xx - 2ax - xx + 2ax - aa}{2xx} \times dx = \frac{xx - aa}{2xx} \times dx$, & $2au + uu = \frac{2axx - 4aax + 2a^3}{2x} + \frac{xx - 2ax + aa^2}{4xx} = \frac{4ax^3 - 8aaxx + 4a^3x + x^4}{4xx}$ $\frac{-4ax + 4aaxx + 2aaxx - 4a^3x + a^4}{4xx} = \frac{x^4 - 2aaxx + a^4}{4xx}$, ou $\sqrt{2au + uu} = \frac{xx - aa}{2x}$. Donc $\frac{-du}{\sqrt{2au+uu}} = -\frac{dx}{x}$. Mais on vient de trouver $dt = \frac{-adu}{\sqrt{2au + uu}}$, ou $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{\sqrt{2au + uu}}$. Donc $\frac{dt}{a} = -\frac{dx}{x}$, qui est une équation à une logarithmique *GLC*, dont l'asymptote doit être *FC*, la soûtangente $= a$ (*AF*), & les ordonnées *LV* $= x$, entre lesquelles la plus grande des necessaires ici, doit être $GF = 2a + a\sqrt{3}$, ainsi qu'il résulte de l'équation supposée $u = \frac{xx - 2ax + aa}{2x}$ dans le cas de *RV* (u) en *AF* (a).

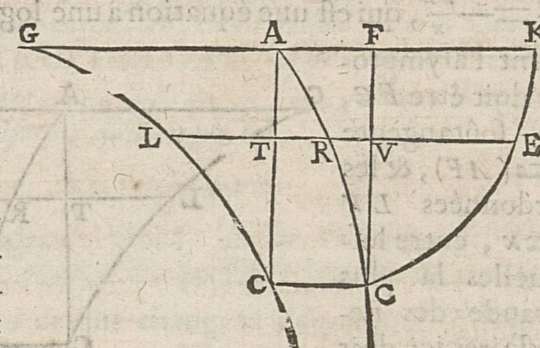


Cette logarithmique ainsi posée, la construction de la Courbe cherchée *ARC* est facile. Car la précédente équation $u = \frac{xx - 2ax + aa}{2x}$ donnant $2x$ ($2LV$). $x - a$ (LT) : : $x - a$ (LT). u (RV), il n'y a qu'à prendre par

tout $RV = \frac{LT \times LT}{2LV}$ ſur la correſpondante LV, c'eſt à dire, RV par tout troiſiéme proportionelle à $2\,LV$, LT; & la ligne ARC qui paſſera par tous les points R ainſi trouvés, ſera la Courbe cherchée des viteſſes reſtantes RV (u) par raport à l'axe FC, & des réſiſtances totales TR (r) par raport à l'axe AC.

COROLLAIRE I.

Il ſuit de cette conſtruction non-ſeulement que LT ($x - a$) en GA ($a + a\sqrt{3}$), y rend $RV\left(\frac{LT \times LT}{2LV}\right) = \frac{\overline{a+a\sqrt{3}}^2}{4a+2a\sqrt{3}} = \frac{aa+2aa\sqrt{3}+3aa}{4a+2a\sqrt{3}} = \frac{4aa+2aa\sqrt{3}}{4a+2a\sqrt{3}} = a = AF$, ainſi que le Problême l'éxige ; mais auſſi que l'anéantiſſement de LT au point C où la logarithmique GLC rencontre AC, rendant $RV\left(\frac{LT \times LT}{2LV}\right) = \frac{0}{2a}$, les viteſſes RV (u) doivent s'éteindre ici tout à fait à la fin C du tems exprimé par FC compriſe entre AF & ſa parallele CC : de ſorte que la Courbe ARC doit aller rencontrer



ſon axe FC en ce point C, en le touchant ſeulement en ce point, puiſque ſon équation $dt = \frac{-du}{\sqrt{2 \mp u + uu}}$ s'y réduit à $dt = \frac{-adu}{0}$; au lieu que la logarithmique GLC doit rencontrer AC en C ſous un angle de 45. deg. ſon équation $\frac{dt}{a} = -\frac{dx}{x}$, s'y réduiſant à $\frac{dt}{a} = \frac{-dx}{a}$.

COROLLAIRE II.

Il ſuit encore de la conſtruction précédente que ſi l'on

prend ici GF pour l'unité, c'est à dire (*Sol.*) $2a + a\sqrt{3} = 1$, ou a (AF) $= \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$, les abscisses FV, FC, seront les logarithmes des ordonnées correspondantes LV, CC. Donc les tems écoulés AT ou FV (t) seront ici entr'eux comme les logarithmes des ordonnées LV (x) correspondantes ; les tems VC à écouler (*Cor* 1.) jusqu'à l'entiére extinction des vitesses, aussi entr'eux comme les différences correspondantes dont ces logarithmes sont surpassés par le logarithme de CC (a) ; & au tems total requis depuis le commencement du mouvement jusqu'à la fin, comme ces logarithmes, ou leurs différences à celui de CC, sont à celui-ci.

COROLLAIRE III.

Pour trouver les espaces parcourus pendant les tems AT ou FV (t), il faut considérer que puisque la Solution donne $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{\sqrt{2au + uu}}$ pour l'équation de la Courbe ARC, l'on aura ici $\int udt$ ($ARVF$) $= \int \frac{-audu}{\sqrt{2au + uu}} = \int \frac{-aadu - audu}{\sqrt{2au + uu}} + \int \frac{aadu}{\sqrt{2au + uu}} = -a\sqrt{2au + uu} + \int \frac{aadu}{\sqrt{2au + uu}}$ (*Solut.*) $= \frac{-axx + a^3}{2x} + \int \frac{aadx}{x} = \frac{-ax}{2} + \frac{a^3}{2x} + aa \times lx + q$. Mais le cas de LV (x) en GF ($2a + a\sqrt{3}$) rendant $ARVF = 0$, & $x = 2a + a\sqrt{3}$, il réduit cette intégrale à $0 = \frac{-2aa - aa\sqrt{3}}{2} + \frac{a^3}{4a + 2a\sqrt{3}} + q = \frac{\overline{2aa - aa\sqrt{3}} \times \overline{2a + a\sqrt{3}} + a^3}{4a + 2a\sqrt{3}} + q = \frac{-4a^3 - 4a^3\sqrt{3} - 3a^3 + a^3}{4a + 2a\sqrt{3}} + q = \frac{-3aa - 2aa\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} + q$; cequi donne $q = \frac{3 + 2\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \times aa$. Donc $ARVF = -\frac{ax}{2} + \frac{a^3}{2x} + aa \times lx + \frac{3 + 2\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \times aa = \frac{3 + 2\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \times aa + \frac{a^3 - axx}{2x} + aa \times lx$. Mais (*Cor.* 3. *Prop. génér.*) les espaces parcourus pendant les tems AT ou FV (t), sont entr'eux comme les aires $ARVF$ correspondantes. Donc ces mêmes espaces sont aussi entr'eux comme les gran-

deurs correſpondantes $\frac{3+2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \times aa + \frac{a^3-axx}{2x} + aa \times lx$; ou $\frac{3+2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \times a + \frac{aa-xx}{2x} + a \times lx$; & à l'eſpace total à parcourir pendant tous les tems *FC* (*Corol.* 1.) à écouler juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes, comme ces mêmes grandeurs correſpondantes ſont à $\frac{3+2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} aa + aa \times la$, ou à $\frac{3+2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} a + a \times la$, puiſque $LV(x)$ en $CC(a)$, réduit ces grandeurs-là à celles-ci.

La même choſe ſe peut encore trouver en conſidérant ſeulement que puiſque la Solution donne $u = \frac{xx-2ax+aa}{2x}$, & $\frac{dt}{a} = -\frac{dx}{x}$, ou $dt = -\frac{adx}{x}$, l'on aura auſſi $udt = = \frac{-axx+2aax-a^3}{2xx} \times dx = \frac{-adx}{2} + \frac{aadx}{x} - \frac{a^3dx}{2xx}$. Donc (en intégrant) l'on aura encore ici $\int udt$ $(ARVF) = -\frac{ax}{2} + aa \times lx + \frac{a^3}{2x} + q$, comme ci-deſſus : le reſte ſe trouvera de même ici que là.

SCHOLIE I.

Puiſque la ſuppoſition de $u = \frac{xx-2ax+aa}{2x}$ faite dans la Solution précédente, donne $-aa = xx - 2ax - 2ux$, l'on aura $xx - 2ax - 2ux + \overline{a+u}^2 = -aa + \overline{a+u}^2 = 2au + uu$, ou $x = a + u + \sqrt{2au+uu}$, & $dx = du + \frac{adu+udu}{\sqrt{2au+uu}} = \frac{a+u+\sqrt{2au+uu}}{\sqrt{2au+uu}} \times du$. Donc $\frac{du}{\sqrt{2au+uu}} = \frac{dx}{x}$ (*Sol.*) $= -\frac{dt}{a}$; ce qui eſt déja l'équation tirée d'abord de la ſuppoſition preſente de $z = c - s$, ou de $\frac{-du}{c-s} = \frac{dt}{a}$. Voici preſentement comment la première $\frac{-du}{\sqrt{2au+uu}} = \frac{dt}{a}$ des deux équations trouvées ci-deſſus, & conſéquemment auſſi la ſeconde $\frac{-dx}{x} = \frac{dt}{a}$, rendront cette ſuppoſition.

Cette première équation $\frac{-du}{\sqrt{2au+uu}} = \frac{dt}{a}$ donnera

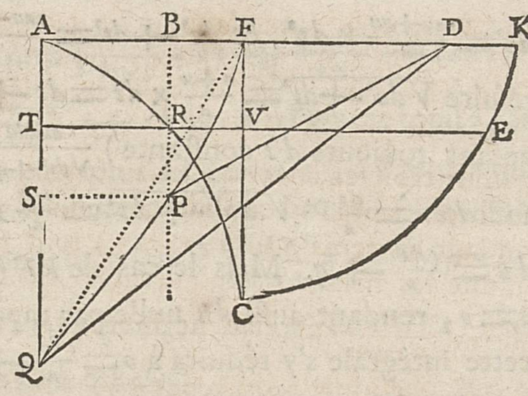
$du^2 = \frac{2au+uu}{aa} \times dt^2$, & $du^2 + dt^2 = \frac{2au+uu+aa}{aa} \times dt^2$: d'où résulte $\sqrt{du^2+dt^2} = \frac{a+u}{a} \times dt = dt + \frac{udt}{a}$, ou (en supposant toûjours dt constante) $\frac{duddu}{\sqrt{dt^2+du^2}} = \frac{dudt}{a}$, ou bien aussi $ddu = \frac{dt}{a} \times \sqrt{du^2+dt^2} = \frac{dsdt}{a}$; & (en intégrant) $du = \frac{sdt}{a} + q$. Mais le cas de $RV(u)$ en C, qui rend $u = o$, rendant aussi du nulle par raport à dt, & $s = c$; cette intégrale s'y réduira à $o = \frac{cdt}{a} + q$; ce qui donne $q = -\frac{cdt}{a}$. Donc cette intégrale complette sera $du = \frac{s-c}{a} \times dt$, ou $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{c-s}$ (*hyp.*) $= \frac{-du}{z}$; ce qui est la supposition qu'il falloit ici retrouver.

Delà & de la premiére $\frac{-du}{\sqrt{2au+uu}} = \frac{dt}{a}$ des deux équations trouvées dans la Solution précédente, on voit que $\sqrt{2au+uu} = z = c - s$, & que d'avoir supposé ici les résistances instantanées en raison des complémens $c - s$ (RC) de la Courbe ARC des vitesses restantes, c'est la même chose que si l'on eût supposé ces résistances en raison des racines quarrées $\sqrt{2au+uu}$ des sommes faites de ces mêmes vitesses (u) & de leurs quarrés (uu); ce qui auroit fait encore un nouveau Problême qui d'abord auroit paru fort différent de celui-ci.

AUTRE SOLUTION.

La construction de la Courbe ARC trouvée dans la Solution précédente en transformant l'équation $dt = \frac{-adu}{\sqrt{2au+uu}}$ de cette Courbe en une équation logarithmique, peut aussi se tirer immédiatement de cette premiére équation : voici comment. Soit l'hyperbole équilatere FPQ, dont le centre soit D, le sommet F, & le demi-axe transverse $FD = FA = a$; soit prise FB pour

Voyez la figure suivante.



une viteſſe reſtante quelconque $RV(u)$; ſoit de plus l'ordonnée BP de cette hyperbole avec la droite DP. On trouvera ici (comme dans la Solution 1. du précédent Probl. 10.) $\int \frac{-adu}{\sqrt{2au+uu}} = -2 \times \frac{FPD}{AF} + q$. Mais on vient de trouver $dt = \frac{-adu}{\sqrt{2au+uu}}$; & par conſequent auſſi $t = \int \frac{-adu}{\sqrt{2au+uu}}$. Donc on aura ici $t = -2 \times \frac{FPD}{AF} + q$. Mais le cas de $RV(u) = AF(a)$, c'eſt à dire de RV en AF, & de BP en AQ, rendant $t(AT) = 0$, & $FPD = FPQD$, cette intégrale s'y réduiroit à $0 = -2 \times \frac{FPQD}{AF} + q$, d'où réſulte $q = 2 \times \frac{FPQD}{AF}$. Donc on aura ici $t = -2 \times \frac{FPD}{AF} + 2 \times \frac{FPQD}{AF} = 2 \times \frac{DPQ}{AF}$, pour cette intégrale complette. Donc auſſi en prenant $AT(t) = 2 \times \frac{DPQ}{AF}$, & en faiſant TV parallele à AF, le point R où cette parallele rencontrera BP prolongée juſqu'à elle, ſera un de ceux de la Courbe cherchée ARC, dont on voit que la conſtruction dépend de la quadrature de l'hyperbole.

COROLLAIRE IV.

Il ſuit de cette conſtruction que les tems écoulés $AT(t)$ ou FV, ſont par tout ici comme les aires hyperboliques DPQ correſpondantes; & que ce qu'il en reſte (VC) à écouler juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes, eſt toûjours comme l'aire hyperbolique reſtante DPF, l'extinction des viteſſes ſe devant faire au point C de

$FC =$

$FC = 2 \times \frac{FPQD}{AF}$, que la Courbe ARC doit toucher en ce point, ainſi qu'on l'a vû dans le Corol. 1.

COROLLAIRE V.

Pour trouver encore ici les eſpaces déja trouvés dans le Corol. 3. il faut conſiderer que ces eſpaces parcourus pendant les tems AT ou FV (t), ſont (*Cor.* 3. *Prop. gén.*) comme les aires correſpondantes $ARVF$. Mais l'équation $dt = \frac{-adu}{\sqrt{2au+uu}}$ qu'on vient de trouver (*Sol.* 1.) de la Courbe ARC, donne ces aires $ARVF$ ($\int udt$) $\int - \frac{audu}{\sqrt{2au+uu}} = -\int \frac{aadu+audu}{\sqrt{2au+uu}} + \int \frac{aadu}{\sqrt{2au+uu}} = -a\sqrt{2au+uu} + \int \frac{aadu}{\sqrt{2au+uu}} + q$ (l'hyperbole FPQ donnant $BP = \sqrt{2au+uu}$, & $\int \frac{aadu}{\sqrt{2au+uu}} = 2a \times \frac{FPD}{AF}$) $= -a \times BP + 2a \times \frac{FPD}{AF} + q = \times FPD \times - AF \times BP + q$. Mais le cas de R en A réduiſant cette équation à $o = 2 \times FPQD - AF \times AQ + q$, donne $q = AF \times AQ - 2 \times FPQD$. Donc l'aire complette $ARVF = AF \times AQ - AF \times BP + 2 \times FPD - 2 \times FPQD$ (ſoit PS parallele à FA) $= AF \times SQ - 2 \times DPQ$. Donc auſſi les eſpaces parcourus pendant les tems AT (t) doivent être ici entr'eux comme les grandeurs $AF \times SQ - 2 \times DPQ$ correſpondantes; & à tout l'eſpace parcouru juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes : : $ARVF$. $ARCF$: : $AF \times SQ - 2 \times DPQ$. $AF \times AQ - 2 \times FPQD$ (à cauſe que $AD = 2AF$ rend $AF \times AQ =$ triangle $AQD = 2 \times$ triangles FQD en tirant la corde FQ) : : $AF \times SQ - 2 \times DPQ$ 2 triangles FQD — 2 ſecteurs $FPQD$: : $AF \times SQ$ — 2 ſecteurs DPQ. 2 ſegments $FPQF$.

On voit auſſi delà que l'aire entiére $ARCF$ de la Courbe ARC, eſt ici double du ſegment hyperbolique $FPQF$.

SCHOLIE II.

Suivant l'équation donnée $z = c - s$, l'on aura ici

$dz = -ds = -\sqrt{du^2 + dt^2}$, ou $dz^2 = du^2 + dt^2$ (à cauſe de l'équation $dt = \frac{\sqrt{2au+uu}}{-adu}$ trouvée dans la Solution prémiere) $= du^2 + \frac{aadu^2}{2au+uu} = \frac{2au+uu+aa}{2au+uu} \times du^2$, c'eſt à dire, $dz = \frac{a+u}{\sqrt{2au+uu}} \times du$ poſitive, à cauſe que z & u croiſſant alternativement chacune avec s (AR), croiſſent ou décroiſſent toûjours enſemble. Donc (en intégrant) $z = \sqrt{2au+uu} + q$. Mais le cas de R en C, rendant RV (u) $= o$, AR (s) $= ARC$ (c), & conſéquemment auſſi z ($c-s$) $= c - c = o$; cette intégrale $z = \sqrt{2au+uu} + q$ s'y réduit à $o = o + q$. Donc on aura ſeulement ici z (VE) $= \sqrt{2au+uu} = BP$, ainſi qu'on l'a déja trouvé dans le Scholie 1. Donc auſſi en prenant par tout $VE = BP$ correſpondante, la Courbe KEC paſſera par tous les points E ainſi trouvés. D'où l'on voit,

1°. Que VE en C, rendant $BP = o$, l'on y aura auſſi $VE = o$. Ainſi la Courbe KEC doit paſſer par le point C de FC (*Corol.* 4.) $= 2 \times \frac{FPQD}{AF}$.

2°. R en A, rendant $BP = AQ$, & V en F, l'on y aura auſſi l'ordonnée $FK = AQ = a\sqrt{3} = AF \times \sqrt{3}$.

3°. Puiſque $c - s = z = \sqrt{2au+uu} = BP$, l'on aura auſſi $s = c - BP$, c'eſt à dire $AR = ARC - BP = AR + RC - BP$; ce qui donne l'arc $RC = BP$ correſpondante; & par conſequent la Courbe entiére $ARC = AQ = AF \times \sqrt{3}$.

Cela ſe peut encore démontrer autrement. Car puiſque $ds^2 = du^2 + dt^2$ (à cauſe de $dt = \frac{-adu}{\sqrt{2au+uu}}$ trouvée dans la Sol. 1.) $= du^2 + \frac{aadu^2}{2au+uu} = \frac{aa+2au+uu}{2au+uu} \times du^2$, l'on aura auſſi $ds = \frac{a+u}{\sqrt{2au+uu}} \times -du$. Donc (en intégrant) $s = -\sqrt{2au+uu} + q$. Mais le cas de R en C, donnant RV (u) $= o$, & AR (s) $= ARC$ (c), réduit cette intégrale à $c = o + q$. Donc cette intégrale complette ſera s (AR) $= c - \sqrt{2au+uu} = ARC - BP$, comme ci-deſſus.

4°. Puisque $z = \sqrt{2au + uu}$, l'équation $dt = \frac{-adu}{\sqrt{2au + uu}}$ trouvée dans la Solution premiére pour la Courbe *ARC*, rendra $dt = \frac{-adu}{z}$, ou $\frac{-du}{z} = \frac{dt}{a}$, qui est l'équation générale qui a donné celle-là dans la presente hypothêse de $z = c - s$ déja retrouvée par son moïen dans la Scholie 1. D'où l'on voit encore que la Courbe *ARC* trouvée ci-dessus, est effectivement celle de cette hypothêse.

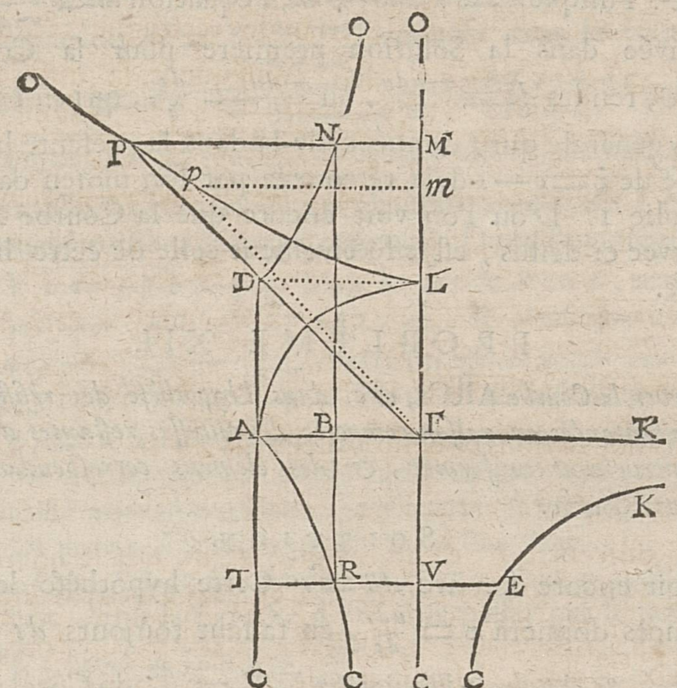
PROBLÊME XII.

Trouver la Courbe ARC, *&c. dans l'hypothêse des résistances instantanées en raison composée des vitesses restantes de primitivement uniformes, & des élémens correspondans de cette Courbe.*

Solution.

Soit encore son arc $AR = s$. Cette hypothêse des résistances donnera $z = \frac{uds}{dt}$, en faisant toûjours dt constante, & changera l'équation $\frac{-du}{z} = \frac{dt}{a}$ du Corol 7. de la Prop. génér. en $\frac{-du}{uds} = \frac{1}{a}$; ce qui donne $-adu = uds = u\sqrt{du^2 + dt^2}$, ou $aadu^2 = uudu^2 + uudt^2$; d'où résulte $dt = \frac{-du}{u} \times \sqrt{aa - uu}$ pour l'équation cherchée de la Courbe *ARC*.

Cela étant, l'on aura aussi $dt = \frac{-aadu + uudu}{u\sqrt{aa - uu}} = \frac{-aadu}{u\sqrt{aa - uu}} + \frac{udu}{\sqrt{aa - uu}}$. Soit presentement $\frac{aa}{x} = u$; & par conséquent $\frac{aadx}{xx} = -du$. L'on aura $\frac{-aadu}{u\sqrt{aa - uu}} = \frac{a^2dx}{x\sqrt{aa - \frac{a^4}{xx}}} = \frac{adx}{\sqrt{xx - aa}}$. Donc $dt = -\frac{udu}{\sqrt{aa - uu}} + \frac{adx}{\sqrt{xx - aa}}$; & (en intégrant) $t = \sqrt{aa - uu} + \int \frac{adx}{\sqrt{xx - aa}} + q$.



Pour trouver l'intégrale $\int \frac{adx}{\sqrt{xx-aa}}$, ſoit par l'angle *D* du quarré *AFLD*, entre les aſymptotes orthogonales *FA*, *FO*, l'hyperbole équilatere *DNO*, que *BN* parallele à *FO*, rencontre en *N*. Enſuite du centre *F* par *L* ſur l'axe *FO*, ſoit encore l'hyperbole équilatere *LPO*, que *MP* tirée par *N* parallelement à *FA*, rencontre en *P*. Enfin du centre *F* par les extrémités *P*, *p*, de l'élément *Pp* de cette hyperbole, ſoient les droites *FP**, *Fp*, avec l'ordonnée *pm* parallele à *PM*.

* *C'eſt un haz rd que* FP *paſſe ici par* D, *cela n'étant point neceſſaire.*

Cela fait, l'hyperbole *DNO* donnera $BN = \frac{AF \times AD}{BF}$ (en prenant *BF* pour *u*, & toûjours $AF = a$) $= \frac{aa}{u}$. Mais la précédente hypothêſe de $\frac{aa}{x} = u$, donne auſſi $x = \frac{aa}{u}$. Donc $BN = x$. Par conſéquent ayant (*hyp.*)

$LF = FA = a$, l'hyperbole LPO donnera $MP = \sqrt{xx - aa}$. Donc le triangle réctiligne réctangle $FMP = \frac{x}{2}\sqrt{xx - aa}$. Par conséquent sa différence $MPpm + PFp = \frac{dx}{2}\sqrt{xx - aa} + \frac{xxdx}{2\sqrt{xx - aa}} = dx\sqrt{xx - aa} + \frac{xxdx}{2\sqrt{xx - aa}} - \frac{dx}{2}\sqrt{xx - aa}$. Mais $MPpm = dx\sqrt{xx - aa}$. Donc $PFp = \frac{xxdx}{2\sqrt{xx - aa}} - \frac{dx}{2} \times \sqrt{xx - aa} = \frac{aadx}{2\sqrt{xx - aa}}$, ou $\frac{adx}{\sqrt{xx - aa}} = \frac{2}{a} \times PFp$. Ainsi en intégrant l'on aura $\int \frac{adx}{\sqrt{xx - aa}} = \frac{2}{a} \times PLF = 2 \times \frac{PLF}{AF}$.

Mais nous avions ci-dessus $t = \sqrt{aa - uu} + \int \frac{adx}{\sqrt{xx - aa}} + q$.

Donc on aura ici $t = \sqrt{aa - uu} + 2 \times \frac{PLF}{AF} + q$. De sorte que si du centre F, & du rayon FA, on fait le quart de cercle AHL qui rencontre BN en * H, cette construction donnant $BH = \sqrt{aa - uu}$, l'on aura aussi $t = BH + 2 \times \frac{PLF}{AF} + q$. Mais le cas de RV (u) en AF (a), qui rendant AT ou FV (t) $= 0$, & $BH = 0 = 2 \times \frac{PLF}{AF}$, réduit cette intégrale à $0 = 0 + 0 + q$. Donc cette intégrale complette sera $t = BH + 2 \times \frac{PLF}{AF}$. D'où l'on voit que si l'on prend par tout AT ou FV (t) de cette valeur; ayant déja (*hyp.*) $BF = u$, l'angle R du réctangle BV, sera un des points de la Courbe cherchée ARC; & ainsi de ses autres points à l'infini. D'où l'on voit aussi,

* *Ajoûtez une* H *omise au point où* B N *coupe l'arc* A L *dans la Fig. de la précédente page* 468.

COROLLAIRE I.

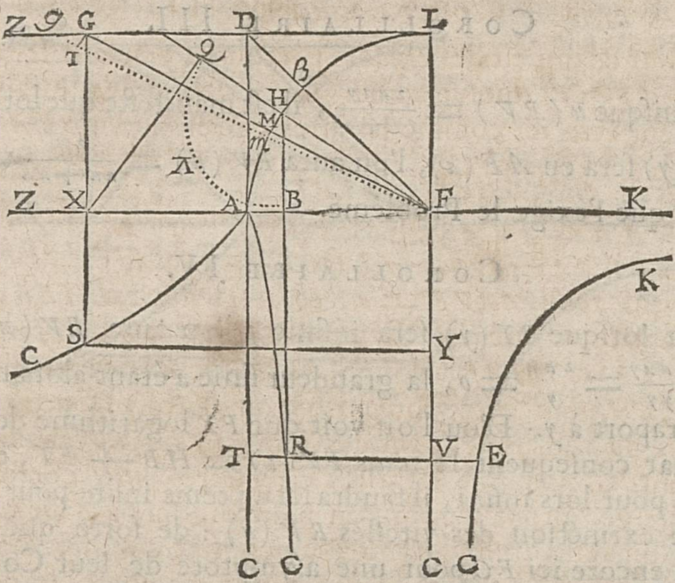
Que le secteur hyperbolique PLF augmentant à l'infini avec BN, le tems AT ou FV (t) doit aussi augmenter sans fin, & l'asymptote OFC de l'hyperbole DNO, en être aussi une de la Courbe ARC. D'où il suit que les vitesses RV (u) ne s'éteindroient jamais ici.

COROLLAIRE II.

Pour ce qui eſt des eſpaces parcourus pendant les tems *AT* ou *FV* (t), on voit auſſi (*Cor.* 3. *Prop. gén.*) qu'ils devroient être ici comme les aires correſpondantes *ARVF* ($\int udt$). Mais l'équation $dt = \frac{-du}{u} \sqrt{aa - uu}$ trouvée ci-deſſus pour la Courbe *ARC*, donne $\int udt$ (*ARVF*) $= \int -du\sqrt{aa-uu} = - LHBF + q$; & le cas de *RV* en *AF*, qui rend $ARVF = o$, & $LHBF = LHAF$, réduiſant cette intégrale à $o = - LHAF + q$, & rendant par-là $q = LHAF$, donne $ARVF = LHAF - LHBF = ABH$ pour cette intégrale complette. Donc les eſpaces parcourus pendant les tems *AT* ou *FV* (t) ſeront ici entr'eux comme les aires circulaires *ABH* correſpondantes ; & à tout ce qui s'en pourroit ici parcourir pendant un tems infini *AC* ou *FC*, comme ces aires correſpondantes *ABH* ſont à l'aire totale du quart de cercle *AHLF*. D'où l'on voit que cet eſpace total ne pourroit jamais être que fini, quoiqu'il fallût un tems infini pour le parcourir,

AUTRE SOLUTION.

Pour ſe paſſer preſentement des hyperboles *LPO*, *DNO*, ſoit $u = \frac{2aay}{yy+aa}$: l'on aura $aa - uu = aa - \frac{a^4yy}{\overline{yy+aa}^2} = \frac{aay^4 + 2a^4yy + a^6 - 4a^4yy}{\overline{yy+aa}^2} = \frac{aay^4 - 2a^4yy + a^6}{\overline{yy+aa}^2}$, ou $\sqrt{aa-uu} = \frac{ayy - a^3}{yy+aa}$; & $du = \frac{\overline{yy+aa} \times 2aady - 4aayydy}{\overline{yy+aa}^2} = \frac{2a^4 - 2aayy}{\overline{yy+aa}^2} \times dy$. Donc $\frac{-aadu}{u\sqrt{aa-uu}} = \frac{aa}{2aay} \times \frac{-2a^4 + 2aayy}{ayy - a^3} \times dy = \frac{ady}{y}$. Mais (*Sol.* 1.) $dt = \frac{udu}{\sqrt{aa-uu}} - \frac{aadu}{u\sqrt{aa-uu}}$. Donc $dt = \frac{udu}{\sqrt{aa-uu}} + \frac{ady}{y}$. Donc auſſi en prenant $a = 1$, $t = \sqrt{aa-uu} + a \times ly$. Mais la ſuppoſition précédente de $u = \frac{2aay}{yy+aa}$ donne $y = \frac{aa + a\sqrt{aa-uu}}{u}$: De ſorte que ſi par le point *H*, dans lequel *RH* parallele à *VL*, rencontre le quart de cercle



AHL décrit du centre *F* par *A*, on mene la droite *FQ* rencontrée en *Q* par un arc de cercle *BπQ* décrit du centre *H* par le point *B* dans lequel *RH* rencontre *AF*; que du point *Q* l'on tire *QX* perpendiculaire sur *FQ*, & qui rencontre en *X* la droite *FA* indéfiniment prolongée du côté de Z : l'on aura non-seulement $HB = \sqrt{aa - uu}$ en prenant *FB* pour *u*; mais encore $FB(u). FH(a) :: FQ(a + \sqrt{aa-uu}). FX = \frac{aa + a\sqrt{aa-uu}}{u} = y$. Donc $t = HB + a \times lFX$. Mais si par le point *A* l'on imagine une logarithmique *ASC*, dont l'asymptote soit *FC*, de laquelle elle s'écarte du côté de *C*, & dont l'ordonnée *AF* (*a*) soit prise pour l'unité ; son ordonnée *SY* (*y*) tirée du point *S* où cette logarithmique est rencontrée par *XS* parallele à *FC*, aura *FY* pour son logarithme : de sorte que si l'on prend $YV = HB$, l'on aura $FV = HB + lFX = t$. Donc ayant déja (*hyp.*) $FB = u$, si l'on fait le réctangle *VFBR*, son angle *R* sera un des points de la Courbe cherchée *ARC* des vitesses restantes (*u*) ; & ainsi de ses autres points à l'infini.

COROLLAIRE III.

Puisque $u\,(RV) = \frac{2aay}{yy+aa}$, il est manifeste que lorsque $SY\,(y)$ sera en $AF\,(a)$, l'on aura $RV\,(u) = \frac{2a^3}{aa+aa} = a$, ainsi que l'éxige le Problême.

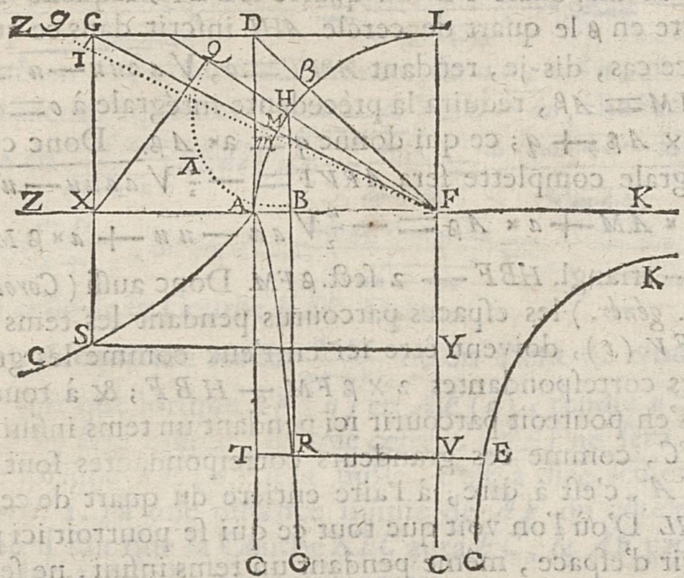
COROLLAIRE IV.

Et lorsque $SY\,(y)$ sera infinie, l'on aura $RV\,(u) = \frac{2aay}{yy} = \frac{2aa}{y} = o$, la grandeur finie a étant alors nulle par raport à y. D'où l'on voit que FX logarithme de SY, & par consequent le tems $FV\,(t) = HB + FY$, étant aussi pour lors infini, il faudra ici un tems infini pour l'entiére extinction des vitesses $RV\,(u)$: de sorte que l'on aura encore ici FC pour une asymptote de leur Courbe ARC, ainsi qu'on l'a déja vû dans le Corol. 1.

COROLLAIRE V.

Pour avoir ptesentement ici les espaces déja trouvés dans le Corol. 2. c'est à dire, les espaces parcourus pendant les tems AT ou $FV\,(t)$, il faut considérer que puisque la précédente Solut. 2. donne $u = \frac{2aay}{yy+aa}$, & $dt = \frac{udu}{\sqrt{aa-uu}} + \frac{ady}{y}$, l'on aura ici $udt = \frac{uudu}{\sqrt{aa-uu}} + \frac{2a^3dy}{yy+aa}$.
Mais $\frac{uudu}{\sqrt{aa-uu}} = \frac{u\,du}{\sqrt{aauu-u^4}} = \frac{1}{2} \times \frac{-aaudu+2u^3du}{\sqrt{aauu-u^4}} + \frac{1}{2} \times \frac{aadu}{\sqrt{aa-uu}}$.
Donc $udt = \frac{1}{2} \times \frac{-aaddu+2u^3du}{\sqrt{aauu-u^4}} + \frac{1}{2} \times \frac{aadu}{\sqrt{aa-uu}} + \frac{2a^3dy}{yy+aa}$.
Mais (*Solut.* 2) $du = \frac{2a^4-2aayy}{\overline{yy+aa}^2} \times dy$, & $\sqrt{aa-uu} = \frac{ayy-a^3}{yy+aa}$; ce qui donne $\frac{1}{2} \times \frac{aadu}{\sqrt{aa-uu}} = \frac{aa}{2} \times \frac{2a-2aayy}{yy+aa \times ayy-a^3} \times dy = \frac{a^3dy}{yy+aa} \times \frac{aa-yy}{yy-aa} = -\frac{a^3dy}{yy+aa}$. Donc $udt = \frac{1}{2} \times \frac{-aaudu+2u^3du}{\sqrt{aauu-a^4}} + \frac{a^3dy}{yy+aa}$.

Mais



Mais si l'on fait LZ parallele à FZ, & qui soit rencontrée en G par SX prolongée de ce côté-là ; qu'on mene les droites FG, Fg, infiniment proches l'une de l'autre, lesquelles rencontrent LZ en G, g, & le quart de cercle AHL en M, m ; & que du centre F par G, l'on fasse l'arc de cercle GI, lequel rencontre Fg en I : les triangles semblables GLF, gIG, donneront $FG(\sqrt{aa+yy}) . FL(a) :: Gg(dy) . GI = \frac{ady}{\sqrt{aa+yy}}$. Et les secteurs semblables GFI, MFm, donneront pareillement $FG(\sqrt{aa+yy}) . FM(a) :: GI(\frac{ady}{\sqrt{aa+yy}}) . Mm = \frac{aady}{aa+yy}$. D'où résulte $\frac{a^3dy}{yy+aa} = a \times Mm$. Donc $udt = \frac{1}{2} \times \frac{-aadu+2u^3du}{\sqrt{aauu-u^4}} + a \times Mm$, de qui l'intégrale est $\int udt\ (ARVF) = \frac{1}{2} \times \sqrt{aauu-u^4} - a \times AM + q$, en faisant aussi $a \times AM$ négative, à cause que les arcs AM & les aires $ARVF$ croissent & décroissent alternativement.

Mais le cas de $RV\ (u)$ en $AF\ (a)$, qui confond les points R, T, B, H, Q, X, S, dans le seul point A, & FG

avec la diagonale FD du quarré $ADLF$, laquelle rencontre en β le quart de cercle AHL inſcrit dans ce quarré ; ce cas, dis-je, rendant $ARVF = o$, $\sqrt{aauu - u^4} = o$, & $AM = A\beta$, réduira la précédente intégrale à $o = o - a \times A\beta + q$; ce qui donne $q = a \times A\beta$. Donc cette intégrale complette ſera $ARVF = -\frac{1}{2}\sqrt{aauu - u^4} - a \times AM + a \times A\beta = -\frac{u}{2}\sqrt{aa - uu} + a \times \beta M =$ $= -$ triangl. HBF + 2 ſect. βFM. Donc auſſi (*Corol.* 3. *Prop. génér.*) les eſpaces parcourus pendant les tems AT ou FV (t), doivent être ici entr'eux comme les grandeurs correſpondantes $2 \times \beta FM - HBF$; & à tout ce qui s'en pourroit parcourir ici pendant un tems infini AC ou FC, comme ces grandeurs correſpondantes ſont à $2 \times \beta FA$, c'eſt à dire, à l'aire entiére du quart de cercle $FAHL$ D'où l'on voit que tout ce qui ſe pourroit ici parcourir d'eſpace, même pendant un tems infini, ne ſeroit encore que fini, ainſi qu'on l'a déja vû dans le Cor. 2.

COROLLAIRE VI.

Il ſuit de ce Corol. 2. & du précédent Corol. 5. que les aires circulaires ABH doivent toûjours être ici égales aux grandeurs $2\beta FM - HBF$ correſpondantes.

SCHOLIE.

La preſente hypothêſe des réſiſtances donnant $z = \frac{uds}{dt} = \frac{u}{dt}\sqrt{du^2 + dt^2}$, ou $uudu^2 + uudt^2 = zzdt^2$, l'on aura ici $-udu = dt\sqrt{zz - uu}$. Mais l'équation $dt = \frac{-du}{u}\sqrt{aa - uu}$ trouvée ci-deſſus (*Solut.* 1.) pour celle de la Courbe ARC, donne auſſi $-udu = \frac{uudt}{\sqrt{aa - uu}}$. Donc $\frac{uudt}{\sqrt{aa - uu}} = dt\sqrt{zz - uu}$, ou $uu = \sqrt{aa - uu} \times \sqrt{zz - uu}$ $= \sqrt{aazz - aauu - zzuu + u^4}$, ou bien auſſi $u^4 = aazz - aauu - zzuu + u^4$; d'où réſulte $uu = \frac{aazz}{aa + zz}$, $udu =$

$$= \frac{\overline{aa+zz} \times aazdz - aaz^3dz}{\overline{aa+zz}^2} = \frac{a^4z + aaz^3 - aaz^3}{\overline{aa+zz}^2} \times dz = \frac{a^4zdz}{\overline{aa+zz}}.$$

Donc en substituant ces valeurs de uu, udu, dans la précédente équation $-udu = dt\sqrt{zz-uu}$, elle se changera en $\frac{-a^4zdz}{\overline{aa+zz}^2} = dt\sqrt{zz - \frac{aazz}{aa+zz}} = \frac{dt\sqrt{aazz+z^4-aazz}}{\sqrt{aa+zz}} =$ $= \frac{z^2zdt}{\sqrt{aa+zz}}$, ou en $dt = \frac{-a^4dz\sqrt{aa+zz}}{z \times \overline{aa+zz}^2} = \frac{-a^4dz}{z\sqrt{\overline{aa+zz}^3}}$, qui sera celle de la Courbe *KEC*. Delà,

1°. L'équation $uu = \frac{aazz}{aa+zz}$ qu'on vient de trouver, fait voir que lorsque *RV* (u) en *AF* (a), rendra $u = a$, z (*VE*) sera infinie, & que cette z (*VE*) ne sera zero que lorsque *RV* (u) sera nulle, c'est à dire seulement (*Corol.* 1.) à une distance infinie de *AF* du côté de *C*. D'où il suit que la Courbe *KEC* aura *FC*, & *AF* prolongée du côté de *K*, pour asymptotes.

2°. La même équation $uu = \frac{aazz}{aa+zz}$ donnant $\frac{au}{\sqrt{aa-uu}} = z$ (*hyp.*) $= \frac{uds}{dt}$, on voit aussi que d'avoir supposé ci-dessus les résistances instantanées en raison composée des vitesses restantes (u) & des élemens correspondans (ds) de la Courbe *ARC*, c'est la même chose que si l'on eût supposé ces résistances en raison des quotiens resultans chacun du produit correspondant (au), de la vitesse primitive (a) par chaque restante (u), divisé par la racine quarrée de la différence ($\sqrt{aa-uu}$) des quarrés de ces vitesses, c'est à dire, en raison des raports correspondans des vitesses restantes à ces racines quarrées ; ce qui d'abord auroit encore paru un Problême tout différent de celui-ci.

3°. De ce que (*nomb.* 2.) $\frac{au}{\sqrt{aa-uu}} = \frac{uds}{dt}$, il est manifeste que les élemens (ds) de la Courbe *ARC* des vitesses restantes, doivent être par tout ici en raison réciproque des racines quarrées ($\sqrt{aa-uu}$) des différences dont le

quarré de chacune de ces vitesses restantes (u) est surpassé par le quarré de la primitive (a), dt étant constante.

4°. Puisque (*nomb.* 2.) $z = \frac{au}{\sqrt{aa - uu}}$, l'on aura aussi $\frac{\sqrt{aa - uu}}{u} = \frac{a}{z}$ (*hyp.*) $= \frac{adt}{uds}$. Donc l'équation $dt = \frac{-du}{u} \times \sqrt{aa - uu}$ trouvée dans la Solution 1. pour celle de la Courbe *ARC*, rendra ici $dt = \frac{-adu}{z} = \frac{-adtdu}{uds}$, ou $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{z} = \frac{-dtdu}{uds}$, ou bien aussi $\frac{1}{a} = \frac{-du}{uds}$ qui est l'hypothêse elle-même qui avoit donné cette équation-là.

Tous ces Problêmes fournissent, ce me semble, assez d'exemples de la Proposition générale pour en faire voir l'étenduë & l'usage dans la recherche des mouvemens primitivement uniformes, retardés par des résistances quelconques des milieux où ils se font. Ainsi il ne reste plus qu'à en faire voir aussi l'usage dans la recherche des mouvemens primitivement variés, & retardés par de pareilles résistances. Mais ce Mémoire n'étant déja que trop long, ce sera pour un autre dans lequel on verra contre le sentiment de quelques Philosophes, que les mouvemens primitivement accélérés à la maniére de Galilée, desquels il est parlé au commencement de ce Mémoire-ci, ne sçauroient jamais être réduits à d'uniformes par les résistances qu'on y a marquées, c'est à dire, à ne plus s'accélérer du tout dans les hypothêses qu'on fait d'ordinaire de ces résistances, quelques vrai-semblables que soient ces hypothêses.

REMARQUE.

Si l'on prend p pour la pesanteur du corps mû, q pour celle d'un pareil volume du fluide ou milieu dans lequel il est mû, & le reste comme dans la précédente Proposition générale ; l'équation $\frac{pdr \mp qdv}{pz} = \frac{dt}{a}$ sera encore une Regle générale des résistances des fluides ou milieux à traverser, laquelle se démontrera à peu prés de même que celle de cette Proposition : Les suites en paroîtront aussi à leur tour.

DES FORCES CENTRIPETES ET CENTRIFUGES,

Considerées en général dans toutes sortes de Courbes, & en particulier dans le Cercle.

PAR M. BOMIE.

1707.
3. Aoust.

MOnsieur Hugens est le premier, que je sçache, qui nous ait donné l'idée des Forces Centripetes ou Centrifuges, dans son excellent Livre de *Horologio oscillatorio.* M. Newton aprés lui a traité de ces Forces plus à fond. Aprés eux M. Varignon a donné des Methodes infiniment générales sur cette matiere dans differentes Pieces répanduës dans les Memoires de cette Academie.

Le nouveau Systême, ou la nouvelle explication du mouvement des Planetes est entierement fondée sur cette idée, & c'est la consideration de ces sortes de Forces, qui donne occasion à l'Auteur de ce Livre, d'expliquer les mouvemens des corps celestes d'une maniere fort ingenieuse.

M. Newton dans son Livre de *Principiis Mathematicis Philosophiæ naturalis* Livre 1. Section 2. Theorême 4. démontre le raport des Forces Centripetes dans deux cercles differens. Comme il m'a paru que cette démonstration avoit beaucoup de rapport avec le principe fondamental du nouveau Systême dont je viens de parler, & que d'ailleurs le Theorême de M. Newton & le principe fondamental de M. Villemot sont d'une grande consequence & dans la Physique & dans l'Astronomie, j'ai crû qu'on verroit avec plaisir ces deux Propositions déduites fort naturellement d'une Proposition beaucoup plus generale, & beaucoup plus simple.

Comme tout ce que je dois démontrer roule sur les

Forces Centripetes ou Centrifuges, il ne ſera pas inutile d'en donner une notion diſtincte.

Si l'on ſuppoſe qu'un corps ſe meut ſur la circonference d'un cercle, c'eſt à dire ſur un poligone d'une infinité de côtés : Il eſt évident que ce corps décrira à chaque inſtant un de ces petits côtés, & que par conſequent ce corps tendra dans tous les inſtans à s'échaper ſuivant la direction de ces petits côtés ; de cet effort il en réſulte neceſſairement un autre qui eſt celui de s'éloigner du centre, & c'eſt cet effort réſultant qu'on appelle Force Centrifuge.

Si l'on conçoit à preſent une force continuellement appliquée à ce corps qui à chaque inſtant l'oblige à ſe détourner, & à parcourir par ces détours infinis la circonference du cercle, cette force ainſi appliquée continuellement s'appelle Force Centripete.

Il ſuit de ces deux notions qu'on peut prendre indifferemment la Force Centripete pour la Force Centrifuge, & réciproquement ; puiſque ces deux forces ſont toûjours égales entr'elles.

La notion que je viens de donner de ces ſortes de forces ſe peut entendre des Forces Centripetes, ou Centrifuges conſiderées dans toutes ſortes de lignes courbes ; & je ne l'ai expliquée dans le cercle, que parce qu'étant plus connu, il m'a paru le plus propre à fixer l'imagination dans cette ſorte de matiere.

Ayant ainſi défini les Forces Centripetes ou Centrifuges, je démontre cette Propoſition generale.

PROPOSITION GENERALE.

Si un corps roule ſur une ligne courbe quelconque *APG*, en ſorte que cherchant continuellement à s'échaper par la tangente infiniment petite *PQ*, il ſoit obligé de décrire la portion infiniment petite *PG* de la ligne courbe par une force quelconque tendante au centre *C* pris à volonté ; je dis que la force Centripete que j'appelle (*f*) ſera toûjours à une quantité conſtante (*a*), comme la petite ligne *GQ* au quarré du tems.

REMARQUE.

Les temps peuvent toûjours être exprimés par les secteurs infiniment petits *PCG*, c'est-à-dire par $PC \times GH$, oubien ayant continué la tangente infiniment petite PQ, & abaissé du centre *C* la perpendiculaire *CS* par $PQ \times CS = PG \times CS$.

SUPPOSITION PREMIERE.

Je suppose pour cette démonstration que les effets sont proportionnés à leurs causes, c'est-à-dire que si une certaine force cause un mouvement comme (*m*), le double de cette force causera (2*m*), le triple (3*m*) &c. & cela suivant la direction de cette force.

SUPPOSITION SECONDE.

Je suppose en second lieu que les espaces infiniment petits parcourus par une force constante & constamment appliquée, sont entr'eux comme les quarrés des temps.

DEMONSTRATION.

Si un corps se meut suivant la ligne *AB*, & qu'une force constante & constamment appliquée oblige ce corps à parcourir les espaces infiniment petits *Abc*, *ABC*, dans des temps exprimés par les lignes *Ab*, *AB*; ces petits espaces *Abc*, *ABC* pouvant passer pour des triangles rectilignes & semblables, seront entr'eux comme Ab^2 à AB^2. *Ce qu'il falloit trouver.*

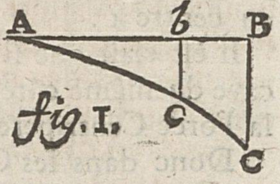


fig. I.

Ceci étant supposé, je démontre la Proposition generale.

DEMONSTRATION.

Il est clair que la petite ligne *GQ* dans un temps déterminé, est comme la Force Centripete (*f*) (par la premiere Supposition). Mais (*f*) étant déterminée, la même ligne est comme le quarré du temps (par la seconde Suppo-

ſition) ; c'eſt-à-dire, ſi on appelle le temps (t) & (dt) un inſtant comme (dt^2) ; donc ſi la force & le temps ſont indéterminées, $\mathcal{Q}G$ ſera comme le produit de la force par le quarré du temps, c'eſt-à-dire, comme fdt^2. donc $G\mathcal{Q} : fdt^2$. donc $\frac{G\mathcal{Q}}{f} : dt^2$. donc $\frac{a}{f} : \frac{dt^2}{G\mathcal{Q}}$. donc $f : a :: G\mathcal{Q} : dt^2$. Mais $dt^2 = CP^2 \times GH^2 = PG^2 \times CS^2$. donc $f : a :: G\mathcal{Q} : CP^2 \times GH^2$, ou $PG^2 \times CS^2$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

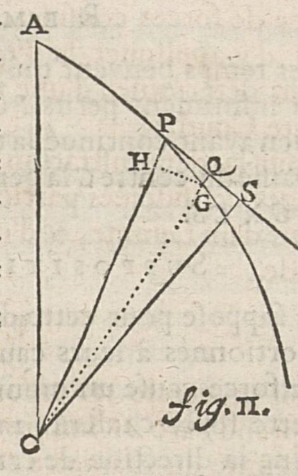


fig. II.

COROLLAIRE.

Il ſuit des deux Suppoſitions que les eſpaces parcourus avec des forces conſtantes & continuellement appliquées, ſont comme le produit de ces forces & des quarrés des temps.

Cette Propoſition eſt generale, & peut s'étendre à toutes les Courbes, en connoiſſant le raport de tous leurs points au centre C.

Il eſt clair que ſi on ſuppoſe la Courbe toûjours concave du même côté, & le point C hors de cette Courbe, la Force Centripete ſe changera en Centrifuge.

Donc dans les Courbes qui ſont tantôt concaves & tantôt convexes du même côté, la petite ligne $G\mathcal{Q}$ où la Force Centripete devient égale à zero ou à l'infini dans le point d'inflexion, c'eſt-à-dire dans le point dans lequel la Force Centripete ſe change en Centrifuge, & réciproquement.

Si C eſt un foyer de quelque Section Conique, comme le raport de tous les points de la Section au foyer C eſt aiſé à connoître, il ſera auſſi facile de déterminer dans tous les points la Force Centripete qui tend à ce foyer.

Mais comme mon but principal eſt de parler de ces

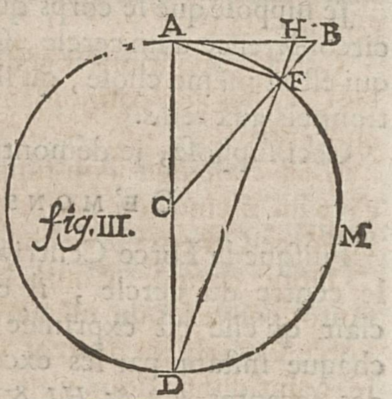
ſortes

ſortes de forces conſiderées dans le cercle, je me contenterai d'y appliquer la Propoſition générale aprés que je l'aurai déterminée d'une maniere plus ſimple par raport à cette Courbe.

Pour la démonſtration des Forces Centripetes & Centrifuges conſiderées particulierement dans le cercle, j'ay beſoin d'un Lemme, & d'une Définition connuë de tout le monde.

LEMME.

Soit un cercle *AFM* ſon diametre quelconque *AD*, ſi l'on prend l'arc *AF* infiniment petit, & que l'on mene par l'extrémité du diametre *D* & par le point *F* la ligne *DFH* terminée en *H* à la tangente menée par le point *A*; je dis que le petit arc *AF* ſera toûjours moïen proportionnel entre le diametre *DA*, & la partie *PH* de la ligne *DH* compriſe entre le cercle & la tangente.



La Démonſtration en eſt évidente, puiſque *DF* ou $DA : AF :: AF$ eſt à *FH*.

Les mêmes choſes étant poſées, ſi l'on mene du centre *C* la ſecante *CFB*, il eſt évident que l'angle *HFB* étant infiniment petit, *FH* ſera $= FB$; donc on aura $DA : AF :: AF : FH$ ou *FB*; donc *FB* ſera $= \frac{AF^2}{DA}$, & ſera toûjours comme $\frac{AF^2}{CA^2}$.

DÉFINITION.

La viteſſe eſt toûjours exprimée par l'eſpace diviſé par le tems; ainſi ſupoſant l'eſpace (*s*) le tems (*t*) la viteſſe *v*), on aura toûjours $^{s} = v$.

PREMIERE CONSEQUENCE.

Donc si les tems sont égaux, les vitesses seront comme les espaces.

SECONDE CONSEQUENCE.

Donc ces vitesses pourront être exprimées par ces espaces.

PROPOSITION.

Dans tout le cercle la Force Centripete est toûjours égale au quarré de la vitesse qui sert à le décrire, divisé par le rayon.

Je considere la Force Centripete dans le cercle comme tendante continuellement au centre du cercle, quoiqu'on la puisse considerer comme tendante à tout autre point : Mais dans le cas du Theorême de M. Newton, on ne la doit considerer que par raport au centre.

Je suppose que le corps qu'on conçoit se mouvoir sur la circonference d'un cercle, se meut uniformément ; ou, ce qui est la même chose, qu'il parcourt des espaces proportionnels aux tems.

Ceci supposé, je démontre ainsi la Proposition.

DE'MONSTRATION.

Puisque la Force Centripete tend à chaque instant vers le centre du cercle, il est clair qu'elle est exprimée à chaque instant par les excés des secantes *FB* & *HI* &c. Mais FB est $= \frac{AF^2}{AC}$ par le Lemme précédent ; donc la Force Centripete sera dans tous les points du cercle comme les quarrés des arcs infiniment petits *AF*, *FH*, &c. divisés par le rayon *AC*.

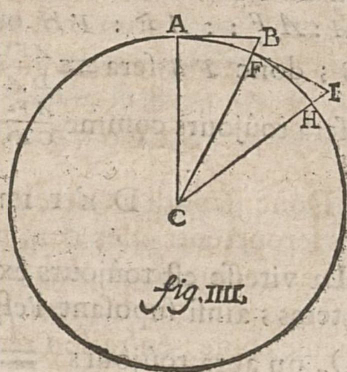


fig. IIII.

Mais parcequ'on a supposé le mouvement uniforme, ces petits arcs égaux sont décrits en tems égaux ; donc par la premiere Consequence de la Définition, ils seront comme les vitesses ; donc par la seconde Consequence, ils peuvent exprimer ces vitesses ; donc la Force Centripete ou Centrifuge est dans tous les points du cercle comme le quarré de la vitesse divisé par le rayon. *Ce qu'il falloit démontrer.*

AUTRE D'EMONSTRATION.

Il est aisé de démontrer la même chose de la Proposition générale. Car *FB* ou *HI* par cette Proposition est toûjours comme $f\,dt^2$; mais par le Lemme précédent *FB* est comme $\frac{AF^2}{AC}$; donc $\frac{AF^2}{AC}$ sera comme $f\,dt^2$; donc en général dans toute sorte de cercle (f) sera comme $\frac{AF^2}{AC \times dt^2}$, soit que les tems soient égaux ou inégaux. Mais en supposant le mouvement uniforme $\frac{AF^2}{dt}$ sera $= v\,v$; donc on aura comme dans la Proposition précédente $\frac{v\,v}{AC} = \frac{AF}{AC} = f$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PREMIER COROLLAIRE.

Il est évident que la Force Centripete ou Centrifuge dans un cercle quelconque est par tout la même, puisque $\frac{AF^2}{AC} = \frac{FH_2}{AC}$. En un mot puisque les petits excés des secantes *FB* & *HI* &c. sont égaux.

SECOND COROLLAIRE.

Donc dans deux cercles differens les Forces Centripetes seront entr'elles comme les quarrés des arcs parcourus en même tems, ou comme les quarrés des vitesses divisés chacun par le rayon de leur cercle ; ou, ce qui est la même chose, en raison réciproque des rayons ou des circonferences.

Ce Corollaire est la même chose que le Theorême 4. de la Section 2. du premier Livre *de Principiis Mathematicis Philosophiæ Naturalis* de M. Newton.

TROISIE'ME COROLLAIRE.

Donc si les Forces Centripetes dans deux cercles differens sont supposées égales, le rayon de l'un des cercles sera au rayon de l'autre, comme le quarré de la vitesse dans le premier est au quarré de la vitesse dans le second; & c'est-là le principe fondamental du nouveau Systême des Planetes.

Quoique ces deux Corollaires soient évidens par la Proposition que j'ay démontrée, il ne sera pas inutile de les expliquer par le calcul; ce qui servira à leur donner un nouveau jour.

Soient deux cercles differens, un grand & un petit.

On appellera.

La Force Centripete dans le grand.	F.
La même dans le petit.	f.
La circonference du grand.	C.
La même du petit.	c.
Le rayon du grand.	R.
Le rayon du petit.	r.
La vitesse dans le grand.	V.
Dans le petit.	v.
Le tems d'une révolution entiere dans le grand.	T.
Le même dans le petit.	t.

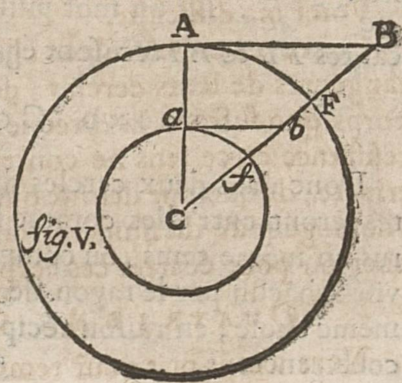


fig. V.

On aura dans le grand $F = \frac{AF^2}{AC} = \frac{V^2}{AC}$, & dans le petit $f = \frac{af^2}{aC} = \frac{v^2}{aC}$. Donc $F : f :: \frac{AF^2}{AC} : \frac{af^2}{aC} :: \frac{V^2}{C} : \frac{v^2}{c} :: cV^2 : Cv^2$. C'est la démonstration du quatriéme Theorême de M. Newton. Donc si $F = f$, on aura $\frac{V^2}{C} = \frac{v^2}{c}$.

ou $\frac{V^2}{R} = \frac{v^2}{r}$. Donc $C : c :: V^2 : v^2$; & c'est le troisiéme Corollaire que j'ay tiré de ma Proposition, & le principe fondamental du nouveau Systême.

On voit clairement que ce principe se peut tirer assez naturellement du Theorême de M. Newton, & que ce Theorême même n'est qu'une consequence de la Proposition que j'ay démontrée.

Comme l'Auteur du nouveau Systême ne suppose point que F soit $= f$, mais qu'il entreprend de démontrer cette égalité, j'ay cru que je pouvois ici proposer le doute qui m'est venu touchant sa démonstration.

Cet Auteur imagine un fluide homogene, c'est à dire d'une égale résistance par tout. Il suppose que toutes les parties de ce fluide sont en repos; & prenant deux points à discretion, l'un plus éloigné, & l'autre plus proche du centre, il les fait circuler autour de ce centre. En ce cas il démontre que les Forces Centrifuges sont égales, & voici le Lemme dont il se sert pour le démontrer.

LEMME page 14. *

Les Forces Centrifuges de plusieurs mobiles, qui dans un fluide homogene font des circulations premieres chacun avec differens degrés de vitesse, sont toutes égales entr'elles. Cela est évident, dit l'Auteur, *puisqu'elles sont toutes égales à la résistance du fluide, laquelle est par tout la même dans un fluide homogene.* Ce sont ses propres termes.

* *Du nouveau Systême des Planetes par M. Villemot.*

Voici ma difficulté.

Ces corps en circulant cherchent à s'échaper par les tangentes de leurs cercles; donc le fluide ne résiste à ces corps que suivant la direction de ces tangentes: mais la résistance en ce sens ne contribuë en rien à la Force Centripete, de quelque densité que l'on suppose le fluide; donc l'homogeneïté du fluide ne contribuë en rien pour approcher ou pour écarter ces corps du centre.

QUATRIE'ME COROLLAIRE.

Nous avons pris pour tems des révolutions entiéres T

dans le grand cercle, & (t) dans le petit: mais le tems est toujours comme l'espace divisé par la vitesse; donc on aura $T = \frac{C}{V}$ dans le grand cercle, & $t = \frac{c}{v}$ dans le petit; donc aussi $V = \frac{C}{T}$ dans le grand, & $v = \frac{c}{t}$ dans le petit: mais (par le second Corollaire) $F : f :: \frac{VV}{C} : \frac{vv}{c}$; donc en mettant $\frac{CC}{TT}$ pour V^2, & $\frac{cc}{tt}$ pour v^2, on aura $F : f :: \frac{C}{TT} : \frac{c}{tt} :: ctt : CTT$; c'est à dire que les Forces Centripetes sont encore entr'elles en raison directe des circonferences, & en raison réciproque des quarrés des tems des révolutions entieres.

CINQUIE'ME COROLLAIRE.

Donc si les révolutions entieres se font en tems égaux, c'est à dire, si $T = t$, on aura $F : f :: C : c :: R : r :: V : v$. Car $\frac{C}{V}$ sera $= \frac{c}{v}$, c'est à dire, qu'en ce cas les Forces Centripetes sont entr'elles en raison directe des rayons ou des vitesses.

SIXIE'ME COROLLAIRE.

Si les quarrés des tems des révolutions entieres sont en raison directe des rayons ou des circonferences, les Forces Centripetes seront égales.

Si $T^2 :: t^2 : R : r :: C : c$; donc $T^2 c = t^2 C$; donc (par le quatriéme Corollaire) puisque $F : f :: t^2 C : T^2 c$, F sera $= f$; donc dans le cas du principe fondamental du nouveau Systême, les quarrés des tems periodiques sont entr'eux comme les circonferences ou comme les rayons.

SEPTIE'ME COROLLAIRE.

Si $T : t :: R : r$, on aura (par le quatriéme Corollaire) $F : f :: \frac{1}{R} : \frac{1}{r} :: r : R$, c'est à dire, que les Forces Centripetes seront entr'elles en raison réciproque des distances: mais (par le second Corollaire) $F : f :: \frac{V^2}{R} : \frac{v^2}{r}$; donc

$\frac{V^3}{R} : \frac{v^3}{r} :: r : R$; donc en multipliant les extrêmes & les moïens $V^2 = v^2$; donc $V = v$, c'est à dire, qu'en ce cas les vitesses des corps seront égales.

HUITIE'ME COROLLAIRE.

Si $T^2 : t^2 :: R^3 : r^3$, on aura $F : f :: \frac{1}{R^2} : \frac{1}{r^2}$. Car (par le quatriéme Corollaire) $F : f :: \frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}$, ou $\frac{R}{R^3} : \frac{r}{r^3}$; donc $F : f :: \frac{1}{R^2} : \frac{1}{r^2} :: r^2 : R^2$, c'est à dire que les Forces Centripetes seront en raison réciproque des quarrés des distances. Mais (par le second Corollaire) $F : f :: \frac{V^2}{R} : \frac{v^2}{r}$; donc en ce cas $\frac{V^2}{R} : \frac{v^2}{r} :: r^2 : R^2$; donc en multipliant les extrêmes & les moïens, on aura $V^2 R = v^2 r$; donc $V^2 : v^2 :: r : R$, c'est à dire les quarrés des vitesses en raison réciproque des distances ou des rayons ; donc $V : v :: \sqrt{r} : \sqrt{R}$, c'est à dire les vitesses en raison réciproque des racines des rayons ou des distances.

NEUVIE'ME COROLLAIRE.

Donc si par hypothêse ou autrement l'on sçait que les vitesses des Planetes sont en raison réciproque des racines de leurs distances au centre, on démontrera que leurs tems periodiques seront entr'eux comme les cubes des distances ou des rayons. Car si $V : v :: \sqrt{r} : \sqrt{R}$, on aura $V^2 : v^2 :: r : R$; donc $V^6 : v^6 :: r^3 : R^3 :: t^2 :: T^2$, ce qui donneroit en ce cas-là la solution du Problême de Kepler.

Les Corollaires 4, 5, 6, 7, 8, sont de M. Newton : mais outre que j'y joints la démonstration qui ne s'y trouve point, j'ay été bien aise de faire voir qu'ils renferment la démonstration du Problême de Kepler.

J'espere joindre à ce Mémoire bien des choses qui m'ont paru pouvoir être de quelque utilité par raport à l'Astronomie.

DISSERTATION SUR UNE ROSE MONSTRUEUSE.

Par M. Marchant.

1707. 17. Aoust.

LEs monſtres ſont plus ordinaires & plus biſares dans les Plantes que dans les Animaux, parceque les differens ſucs s'y dérangent & s'y confondent plus aiſément. Cependant on y fait peu d'attention : mais un Phyſicien ne doit rien negliger, ſurtout lorſqu'il peut trouver dans les choſes ordinaires dequoi rendre raiſon des effets ſurprenans que les combinaiſons differentes produiſent dans la nature. C'eſt ce qui m'a déterminé à rapporter la conformation d'une Roſe qui m'a paru ſinguliere, & digne des reflexions de ceux qui étudient la nature.

Le treiziéme du mois de Juillet, je remarquai qu'au bas d'une des tiges d'un Roſier taillé en buiſſon, il ſortoit une fleur *A* portée par un pedicule long de ſept à huit pouces, gros d'une ligne dans toute ſa longueur, qui au lieu de ſe terminer par un bouton qu'on appelle vulgairement le cul de la Roſe, produiſoit une fleur, ſoûtenuë par cinq feüilles vertes en côte *B* longues de plus d'un pouce, qui chacunes portoient trois feüilles dentelées en dents de ſcie. La feüille qui terminoit chaque côte étoit de figure ovale, longue d'un pouce : les deux feüilles inferieures qui étoient directement oppoſées l'une à l'autre, n'avoient que le tiers de la grandeur de la premiere, & toutes enſemble reſſembloient aſſez aux autres feüilles du même Roſier.

Sur ces feüilles étoit immédiatement poſé une Roſe ſans calice *C*, compoſée de quatorze feüilles, bien rangées les unes prés les autres, de la figure, de la couleur & de l'odeur des Roſes ; & du centre de ces feüilles, au

lieu

lieu des filets qui occupent ordinairement le milieu de cette fleur, il s'élevoit une branche de Rosier *D*, longue de deux à trois pouces, grosse d'une ligne par sa base, de couleur verd rougeâtre & lisse jusques vers son milieu, mais verte & épineuse dans le reste de sa longueur, alternativement garnie par le bas de sept feüilles, d'un rouge plus vif que celles de dessous qui composoient la fleur, toutefois plus petites & un peu recoquillées par les bords.

Le haut de cette branche étoit garni de quatre feüilles en côte *E*, aussi alternativement situées autour de la branche, portant chacunes cinq feüilles, d'un verd rougeâtre, rangées à la maniere des feüilles de Rosier, mais plus petites, & demi pliées, ainsi qu'on les voit dans les nouvelles pousses ou bourgeons des Rosiers.

La monstruosité de cette fleur consiste, 1°. En ce que, au lieu du bouton ou pericarpe, qui ordinairement termine le pedicule de la Rose, & où les graines sont contenuës, il y avoit cinq feüilles en côte, qui soûtenoient la fleur, & qui en cet endroit tenoient lieu de calice. 2°. Qu'à la place des filets, des sommets, & des autres petits corps charnus, qui dans l'état naturel occupent le milieu de la Rose, on remarquoit un bourgeon qui s'élevoit, & commençoit à former une branche, qui vrai-semblablement seroit devenuë par la suite une branche ligneuse, d'une grosseur & d'une longueur considerable, ainsi que les Rosiers de cette espece en produisent.

Ce phenomene me parut d'autant plus curieux qu'il est fort different d'une Rose monstrueuse, dont il est fait mention dans les Journaux des Sçavans pour l'année 1679, & que c'est pour la seconde fois en des années differentes, que je fais une semblable remarque sur le même Rosier; ce que j'ay vû arriver toutes les deux fois, aprés que le temps des Roses est passé, & aprés qu'on a tondu les Rosiers en buisson, ainsi qu'on le doit faire, à la fin du mois de Juin, quand on veut que les Rosiers se regarnissent du pied, & qu'ils poussent abondamment des

fleurs l'année suivante. Car par cette tonture on arrête les jets gourmands, ainsi que les nomment les Jardiniers, ce qui fait que les bourgeons du bas de l'arbrisseau se fortifient, & c'est de ces bourgeons que sortent ordinairement les fleurs, qui paroissent l'année suivante ; au lieu que si on laissoit la liberté à ces grands brins de pousser & de se fortifier, ils ne produiroient que beaucoup de bois, & fort peu de fleurs.

Il n'y a gueres d'apparence que la graine qui dés le commencement du monde (suivant l'opinion de quelques Sçavans) étoit, dis-je, destinée à produire ce Rosier, eut des vaisseaux tissus de telle maniere, qu'ils dussent faire sortir une branche du milieu d'une fleur, autrement ce Rosier auroit toûjours produit de semblables Roses depuis qu'il est en nature ; & en ce cas il auroit fait une espece particuliere de Rosier, comme nous voïons plusieurs especes de Plantes, qui portent regulierement des fleurs qui sortent les unes de dedans les autres.

Il semble au contraire, par ce qui a été dit cy-devant, que la taille qu'on fait à ces arbrisseaux, pourroit fort bien avoir contribué à la production de cette fleur monstrueuse, en interceptant la circulation de la seve ; car les sucs qui étoient destinez à la nourriture des branches qu'on a coupées, aïant été arrêtez, ont abondamment reflué dans les bourgeons, & dans les petites branches qui sont au bas des tiges, & y ont forcé & déchiré quelques organes, d'où il est arrivé une extravasion qui a confondu les sucs, & par ce mêlange a formé cette monstruosité, jusqu'à ce que la seve étant peu à peu rentrée dans ses conduits ordinaires, & aïant rencontré des vaisseaux bien organisez, ou les sucs retenus, y ont recommencé une vegetation reglée, pour la production des parties de la plante ausquelles ils étoient destinez.

On objectera peut-être que par la même raison, tous les Rosiers tondus en buisson, ou que d'autres arbrisseaux étant ainsi taillez, devroient produire des fleurs mons-


E
E
E
E
B
B
D
A
C
B
B
B

trueuſes ; mais à cela on peut dire que les Animaux portent des monſtres, & qu'il ne s'enſuit pas pour cela qu'ils en doivent tous porter, non-plus que les Plantes, d'autant que ces ſortes de choſes ſont contre nature ; d'où il réſulte que toutes les productions extraordinaires qui ſe trouvent dans les Animaux & dans les Plantes, n'arrivent que par quelque dérangement des ſucs & même des parties, leſquelles par l'analogie qu'elles ont entr'elles, & par le principe de totalité des parties qui les compoſent, ſuppléent ſouvent les unes aux autres; ainſi que je l'ay déja remarqué, dans quelques productions beaucoup plus extraordinaires que celle-cy, dont il eſt parlé dans les Memoires de l'Academie pour les années 1692 & 1693 touchant le Cheſne, & concernant la Plante appellée Fraxinelle.

QUESTION DE CHIRURGIE,

SCAVOIR:

Si le Glaucoma & la Cataracte ſont deux differentes, ou une ſeule & même maladie.

PAR M. MERY.

1707. 23. Aouſt.

LEs anciens Operateurs pour ces ſortes de maladies ont tous été convaincus que le Glaucoma & la Cataracte ſont deux maladies eſſentiellement differentes l'une de l'autre. L'experience leur avoit appris que le Glaucoma eſt une alteration du criſtalin qui lui ôte ſa tranſparence, & que la Cataracte n'eſt qu'une taye ou pellicule qui ſe forme dans l'humeur aqueuſe, & qui ſe plaçant au devant du criſtalin, bouche le trou de la prunelle, & empêche de voir.

Cette opinion a regné depuis Galien juſqu'au milieu du dernier Siecle ou environ. Ce ne fut que dans ce tems-

là que quelques Operateurs Oculiſtes de Paris commencerent à l'abandonner, & crurent que le Glaucoma & la Cataracte ne ſont qu'une ſeule & même maladie.

Cette opinion trouva dans ſa nouveauté des partiſans fameux entre les Chirurgiens Oculiſtes, & même parmi les Philoſophes de cette grande Ville. L'illuſtre Rohault qui y brilloit alors par les ſçavantes conferences qu'il y faiſoit, & qui a rendu ſon nom recommandable à la poſterité par l'excellent Ouvrage qu'il a donné au public, embraſſa ce ſentiment, comme on le peut voir dans le premier Tome de ſa Phyſique pag. 416. où il dit : *Que la Cataracte n'eſt pas une taye qui ſe forme au devant de l'humeur criſtaline, comme on l'a cru fort long-tems ; mais bien une alteration de cette humeur même, qui a entierement perdu ſa tranſparence.*

9. Edition.

Cependant ni la nouveauté d'abord ſéduiſante, ni le ſuffrage de ce grand Philoſophe ne furent pas aſſez puiſſans pour donner un long cours à cette opinion naiſſante. Elle fut peu ſuivie. Elle tomba même ſi fort dans l'oubli, que deux Auteurs du Siecle preſent n'en ayant rien appris, mais à qui la même penſée eſt venuë dans l'eſprit preſqu'en même tems, ſe diſputent aujourd'huy l'un à l'autre cette découverte, que le Glaucoma & la Cataracte ne ſont qu'une ſeule & même maladie. Delà vient que tous deux ſoûtiennent que c'eſt toûjours le criſtalin qu'on abat en abattant la Cataracte ; d'où ils tirent cette conſéquence, que puiſque les malades voient aprés le déplacement du criſtalin, ce corps n'eſt pas abſolument neceſſaire à la viſion.

Pour décider qui des anciens ou de ces modernes ſe trompe, il ne faut que s'aſſurer, ſi certainement la Cataracte priſe pour une taye ou petite peau, peut ou non ſe former dans l'œil ſans l'obſcurciſſement du criſtalin qu'on appelle Glaucoma, & celui-cy ſans l'autre, & ſi le criſtalin étant abattu, les malades perdent la vûë pour toûjours, ou la recouvrent. Car de ces deux faits averés, vrais ou faux, dépend tout le dénouëment de la queſtion propoſée.

Pour faire cette recherche je me servirai seulement de quelques Observations que je vais rapporter, sans y mêler aucuns raisonnemens d'Optique; parcequ'ils ne sont que trop souvent sujets à des contradictions qui tiennent l'esprit suspendu, & l'empêchent de prendre parti * ; au lieu qu'on ne peut, sans une prévention invincible, s'empêcher de se rendre d'abord à l'évidence des faits qui tombent sous les yeux, & de recevoir les consequences qui en sont directement tirées.

Messieurs Rohault, Brisseau, Anthoine, soûtiennent qu'on peut voir sans cristalin. D'autres Philosophes & d'autres Operateurs soûtiennent le contraire.

Premiere Observation. Un homme de Sedan âgé de quarante ans ou environ, aprés avoir perdu la vûë de l'œil gauche par l'obcurcissement de tout le cristalin devenu plâtreux, & aussi blanc & opaque que le peut être celui d'un poisson boüilli, fut ensuite attaqué d'une ophtalmie fort considerable & tres-douloureuse à l'occasion de ce cristalin glaucomatique sorti par le trou de la prunelle, & placé vis à vis d'elle entre l'iris & la cornée transparente.

Ce pauvre homme n'ayant pû trouver en son païs de remedes contre cette maladie qui l'affligeoit cruellement, prit la résolution de venir chercher du secours à Paris. Pour cet effet il s'adressa au Frere Charles S. Yves Chirurgien & Apoticaire des Reverends Peres de S. Lazare, homme tres-éclairé dans les maladies des yeux, & grand abatteur de Cataractes, mais zelé sectateur des anciens. Le jour pris avec le malade pour l'operation qu'il lui devoit faire, ce Frere m'en avertit, & je m'y trouvai.

Etant assemblez, le malade nous dit que son cristalin glaucomatique, qui s'étoit détaché du corps vitré, avoit plusieurs fois passé & repassé par le trou de la prunelle; que toutes les fois qu'il se plaçoit au devant de l'iris, il survenoit à la conjonctive une inflammation & une douleur qui lui étoient insupportables; mais que quand ce corps se replaçoit derriere cette membrane, ces violens accidens cessoient aussi-tôt, ce qui lui rendoit la tranquilité.

Enfin il nous dit que ce glaucoma se plongeoit tantôt dans le bas de l'humeur aqueuse, & que tantôt il venoit,

en ſe relevant, en occuper le milieu ; qu'en cette derniere ſituation il ne pouvoit avoir de ſon œil malade aucun ſentiment de lumiere : mais que quand il abandonnoit ce milieu, en ſe replongeant, ſon œil étoit frapé d'une ſombre lueur ſans pourtant appercevoir les objets qui lui étoient preſentez, de même qu'il arrive à ceux, qui ayant l'œil ſain, en tiennent les paupieres fermées à la lumiere.

Pour guerir à fond l'ophtalmie douloureuſe dont ce pauvre homme étoit affligé, nous jugeâmes à propos de lui ôter ce glaucoma placé alors entre l'iris & la cornée tranſparente, afin d'empêcher les récidives de cette fâcheuſe inflammation qui le tourmentoit.

Pour le tirer ſans peine, Frere Charles S. Yves fit d'abord une inciſion à la cornée qui traverſoit preſqu'entierement cette membrane ; il ſe ſervit enſuite de l'éguille pour tirer ce glaucoma en dehors par l'ouverture qu'il avoit faite : mais comme ce corps ne pût ſoûtenir l'effort de cet inſtrument, & qu'il ſe briſa en pluſieurs fragmens, parceque ſes parties avoient peu de liaiſon les unes avec les autres, il fut obligé d'emploïer une petite curette pour l'enlever, & ce moïen lui réüſſit fort heureuſement. Ce fut le 20 Fevrier 1707 qu'il fit cette operation, pendant laquelle trois choſes arriverent.

1°. L'humeur aqueuſe s'écoula toute par l'ouverture faite à la cornée tranſparente. 2°. Cette membrane devint concave en dehors & convexe en dedans de l'œil, ce qu'on ne peut attribuer qu'à la ſortie du glaucoma & à l'écoulement de l'humeur aqueuſe ; mais la cornée reprenoit ſa figure ordinaire quand on preſſoit le globe de l'œil par les côtez, & elle la perdoit ſi-tôt qu'on ceſſoit de le comprimer. 3°. Le corps vitré ſe preſenta au trou de la prunelle.

L'operation étant faite, on appliqua ſeulement ſur l'œil malade une compreſſe trempée dans deux parties d'eau pure, & une partie d'eau de vie mêlées enſemble, ce qu'on continua de faire juſqu'à parfaite gueriſon.

Le ſecond Mars, qui fut l'onziéme jour d'aprés l'operation, je revis le malade, & je trouvay que la cornée qui avoit été diviſée par la lancette, s'étoit déja réünie, qu'elle avoit repris ſa convexité ordinaire, parceque l'humeur aqueuſe s'étoit renouvellée ; ce qu'on m'aſſura être arrivé deux jours aprés l'inciſion qui y fut faite, & le dix-ſeptiéme du même mois de Mars le malade vint me voir, étant prêt de s'en retourner à Sedan où il avoit ſon établiſſement.

J'examinay alors avec plus d'attention que je n'avois fait auparavant l'œil d'où le glaucoma avoit été tiré, & je vis qu'à la diviſion de la cornée tranſparente avoit ſuccedé une petite cicatrice blanche & opaque qui n'avoit pas un quart de ligne de large, mais dont la longueur occupoit preſque tout le diametre de cette membrane. La rougeur de la conjonctive ne s'étoit point encore diſſipée entierement, quoique la douleur eut ceſſé tout à fait bien-tôt aprés l'operation.

Enfin comparant ſon œil malade avec le ſain, je trouvay celui-cy un peu plus gros que l'autre, & ſa cornée tranſparente moins relevée en dehors que celle de l'œil malade ; mais je ne remarquay aucune difference entre les prunelles de ces deux yeux. La couleur qui paroiſſoit au-delà de ces deux trous, étoit la même dans l'un & dans l'autre, le malade ne voyoit cependant que de ſon œil ſain les objets qui lui étoient preſentez, & n'en pouvoit diſtinguer aucun de l'œil d'où on lui avoit tiré le glaucoma ; ce qui donne lieu de croire que le criſtalin eſt abſolument neceſſaire à la viſion, & que ce n'eſt pas ce corps qu'on a abattu, mais une cataracte quand les malades recouvrent la vûë. Le glaucoma & la cataracte ſont donc deux maladies eſſentiellement differentes. C'eſt ce que je vais démontrer par la ſeconde Obſervation.

Seconde Obſervation. Le 28. May 1707. M. Litre apporta à l'Academie la portion de la cornée opaque jointe à toute ſa partie tranſparente, & fit voir à l'Aſſemblée le trou de la prunelle fermé par une cataracte ou pellicule

unie à toute la circonference interne du cercle de l'iris qui est opaque, & assura la Compagnie que le cristallin de l'œil de la personne d'où il avoit separé ces membranes, avoit conservé même jusqu'aprés la mort toute sa transparence. Il est donc indubitable que le glaucoma, qui n'est qu'un obscurcissement du cristalin, est une maladie essentiellement differente de la cataracte. C'est ce que confirme encore cette troisiéme observation.

Troisiéme Observation. Il y a quelque tems qu'un Prêtre m'étant venu consulter pour une inflammation de l'œil, j'y remarquay une cataracte membraneuse de trois lignes de diametre ou environ, exactement ronde, mais platte, placée entre l'iris & la cornée transparente. Cette cataracte flotoit au moindre mouvement de l'œil, dans l'humeur aqueuse au-dessous de la prunelle qu'elle bouchoit en partie, & causoit à la conjonctive une ophtalmie douloureuse, comme faisoit le glaucoma de l'homme de Sedan dont j'ay parlé dans la premiere Observation.

D'ailleurs j'appris de ce Prêtre que sa cataracte avoit été située autrefois derriere l'iris, qu'elle lui a été abattuë, & a demeuré cachée pendant une espace de tems considerable; & qu'elle n'est remontée, n'a reparu, & n'a passé par le trou de la prunelle que deux ans aprés l'operation. Cette troisiéme Observation, de même que la seconde, sont donc deux preuves de fait qui montrent évidemment que le glaucoma est une maladie essentiellement differente de la cataracte, puisque celle-cy est une pellicule ou taye qui se forme dans l'humeur aqueuse, & se place ordinairement au derriere de la prunelle. Aussi voit-on souvent la cataracte se rouler pendant l'operation autour de l'éguille qui l'abat, & se développer ensuite ; ce qui ne peut jamais arriver au glaucoma à cause de sa solidité qu'on trouve toûjours plus grande que celle du cristalin dans son état naturel.

L'opinion des anciens est donc vraïe, & leur methode d'autant plus sûre qu'on rendra la vûë aux aveugles toutes les fois que sans blesser les membranes de l'œil, on ôtera

ôtera de devant la prunelle la cataracte seule sans toucher au cristalin, pourvû que les humeurs conservent leur transparence.

L'opinion des modernes est donc fausse, & leur methode d'autant plus dangereuse qu'en la suivant, on ne peut pas manquer de rendre aveugles pour toûjours, tous ceux à qui on déplacera le cristalin; d'où je tire cette consequence, que si la cataracte n'étoit autre chose que le cristalin même obscurci, il seroit inutile de l'abattre, puisqu'étant abbattu, les malades restent privez de la vûë comme auparavant.

Quoique cette consequence soit conforme au sentiment des plus sçavans Opticiens & des plus habiles Operateurs, je n'oserois pas cependant assurer que le déplacement du cristalin cause toûjours la perte de la vûë, comme ils se l'imaginent.

M. Anthoine, homme trop sincere pour en imposer au public, & trop habile Anatomiste pour se tromper dans une dissection d'œil qu'il a faite, où il ne s'agissoit que d'examiner quelle place occupoit le glaucoma qu'il avoit abattu, nous rapporte dans le troisiéme Chap. de son Traité des maladies de l'œil, cinq operations, par lesquelles il démontre effectivement que le cristalin n'est pas absolument necessaire à la vision, puisqu'après l'avoir abattu, tous ces malades ont recouvert la vûë. Et pour prévenir l'objection qu'on auroit pû lui faire, qu'il se seroit mépris en prenant une taye pour un glaucoma, il assure dans le rapport qu'il fait de la quatriéme & cinquiéme operation, avoir trouvé après la mort d'une pauvre femme, deux cristalins glaucomatiques qu'il lui avoit abattus deux mois auparavant, hors de leur place naturelle, & situez en dessous entre le corps vitré & l'uvée, où il les avoit rangez avec l'éguille. Or comme cette femme a toûjours vû depuis l'operation jusqu'à sa mort, on ne peut donc pas douter d'un fait si circonstancié, ni dire, sans soupçonner M. Anthoine de mauvaise foy, qu'il est impossibe; d'autant moins qu'il prétend même en

avoir démontré la possibilité par les regles de l'Optique.

Mais de ce que les malades à qui il a abattu le cristalin ont vû aprés l'avoir déplacé, il ne s'ensuit nullement que le glaucoma & la cataracte ne soient qu'une seule & même maladie, comme il le prétend, puisque M. Litre a fait voir à l'Academie une cataracte fermant le trou de la prunelle, sans aucun obscurcissement du cristalin. A ces trois Observations que je viens de rapporter, j'en ajoûteray une quatriéme, qui me paroît curieuse par des circonstances particulieres dont on peut tirer quelque lumiere pour se conduire dans la cure de ces sortes de maladies.

Quatriéme Observation. Sur la fin du mois d'Avril, une pauvre femme vint à l'Hôtel-Dieu affligée d'un bubonocelle; on en fit l'operation, ce qui ne l'empêcha pas de mourir quelques jours aprés, quoique l'operation eût été parfaitement bien faite. Elle avoit d'ailleurs un glaucoma à l'œil gauche. Aprés sa mort je lui enlevay cet œil, pour examiner plus particulierement cette maladie que je n'avois fait la premiere fois. Voici le procedé que j'ay tenu dans cette recherche & mes Observations.

J'enlevay d'abord toute la cornée transparente par une incision circulaire, & je fus surpris de ne point voir l'humeur aqueuse s'écouler comme dans l'operation que fit Frere Charles de S. Yves à l'homme de Sedan, dont il a été parlé, qui avoit une semblable maladie. Mais ma surprise cessa, quand ayant fait ensuite une pareille coupe à la cornée opaque, à la coroïde & à la retine, je vis cette humeur se répandre en abondance, & la partie anterieure de l'iris si intimement unies à la surface posterieure de ce glaucoma, qu'ayant voulu le tirer de sa place, l'iris se sépara tout entier de la coroïde, & le suivit.

Je reconnus aussi-tôt que l'union de l'iris avec ce glaucoma qui bouchoit entierement le trou de la prunelle, étoit l'unique cause qui empêchoit l'humeur aqueuse de passer du derriere au devant de l'iris, pour remplir la place de celle qui s'étoit dissipée par insensible transpira-

tion depuis leur adherence, au lieu que dans l'œil de l'homme de Sedan le cristalin n'étant point adherant à l'iris, mais flottant dans l'humeur aqueuse, cette liqueur pouvoit passer librement par le trou de la prunelle ; delà vint que pendant l'operation elle s'écoula toute par l'ouverture qui fut faite à la cornée transparente.

Aprés avoir enlevé le cristalin glaucomatique de l'œil de cette femme, je remarquay que sa partie posterieure n'étoit découverte que de la grandeur de la prunelle. Ce trou n'avoit tout au plus qu'une ligne & demie de diametre ; de sorte que l'iris qui étoit unie au glaucoma en couvroit la plus grande partie. Par devant ce corps étoit tout à nud, ce qui me fit connoître qu'il avoit passé par le trou de la prunelle avant de se joindre à l'iris. Le volume de ce cristalin glaucomatique s'étoit diminué de plus de moitié en se dessechant ; sa surface étoit devenuë toute raboteuse, sa consistance approchoit de celle de la pierre, & il n'avoit rien conservé de sa premiere transparence, elle avoit toute dégeneré en un blanc tout à fait opaque.

Cet examen fini, faisant ensuite reflexion sur ce qu'il ne se trouva point d'humeur aqueuse entre la cornée transparente & le devant de l'iris, je conjecturay que la source en devoit étre au-delà de l'iris. Cette conjecture excita ma curiosité, & je me mis à en rechercher l'origine.

Pour la découvrir je parcourus dans un autre sujet toutes les membranes propres de l'œil ; mais je n'y trouvay rien qui pût me satisfaire. A la fin je remarquay autour du cristalin, par derriere, un grand nombre de trés-petes glandes jointes aux fibres cilieres ; mais toutes détachées du cristalin autour duquel elles forment une espece de couronne. Ces petites glandes sont de couleur blanche, elles ont toutes une ligne de long ou environ sur un quart de large.

La découverte de ces petites glandes que j'avois toûjours confonduës jusqu'icy, avec les fibres cilieres, me

donna cette idée qu'elles pouvoient bien être la source d'où coule l'humeur aqueuse. Si cela est, comme il y a bien de l'apparence, il faut supposer que leurs petits vaisseaux excretoires percent l'uvée dans l'endroit où cette membrane paroît s'unir avec les fibres cilieres au cristalin, sans quoy ils ne peuvent décharger cette liqueur entre le cristalin & la cornée transparente, où se rencontre l'espace qui lui sert de réservoir.

Mais comme dans la recherche que j'ay faite de ces petits tuyaux qui ne peuvent avoir de long que l'épaisseur de l'uvée, qui est extrêmement mince, je n'ay pû les découvrir ; je ne donne cette idée que comme une conjecture fort probable, & non pas pour une verité démontrée.

Tâchons maintenant de tirer de ces Observations quelque lumiere qui puisse servir à nous conduire avec sûreté dans l'operation qu'il faut faire pour ôter ce glaucoma & abattre la cataracte. Le détachement de l'un & de l'autre d'avec l'iris, qu'on reconnoît par la dilatation & le rétrecissement de la prunelle, nous indique la possibilité de l'operation ; leur adherence à cette membrane qui nous est marquée par son immobilité, nous prescrit de ne la point entreprendre. C'est ce que je vais mieux faire remarquer par un détail un peu plus long.

J'ay fait voir dans la premiere Observation un glaucoma flottant dans la partie de l'humeur aqueuse contenuë entre l'iris & la cornée transparente. Ce cristalin obscurci a été tiré en dehors par une ouverture faite à la cornée, sans qu'il soit arrivé à l'œil aucun accident. On peut donc faire cette operation toutes les fois que le glaucoma se trouvera libre & en pareille situation, puisque l'humeur aqueuse se renouvelle aisément la plaïe étant réunie, & que la difformité que laisse à l'œil la cicatrice qui lui succede est beaucoup moins considerable que celle qu'y cause le glaucoma. On pourroit aussi tanter la même operation lorsque le glaucoma est placé derriere l'iris sans y être adherant, quand même son diameter se-

roit plus grand que celui de la prunelle, parceque ce trou de l'iris s'élargit aisément.

Dans la quatriéme Observation j'ay montré encore un glaucoma dans la même situation que le premier; mais si fort adhérant à l'iris, qu'en voulant le tirer, l'iris s'est détachée de l'uvée plûtôt que d'abandonner le cristalin. Il faut donc bien se donner de garde, en pareille circonstance, de déplacer le glaucoma; parceque l'œil sans l'iris seroit beaucoup plus difforme qu'avec le glaucoma.

Enfin dans la seconde Observation j'ay fait mention d'une cataracte unie à toute la circonference interne du cercle que forme l'iris. On doit donc aussi en ce rencontre abandonner la cataracte, de crainte de ruiner l'iris. Mais si la cataracte ne lui est point unie, on peut l'abattre comme à l'ordinaire, ou la tirer en dehors par une ouverture faite au bas de la cornée transparente, pour éviter que la cicatrice ne se trouve vis-à-vis la prunelle.

Ce dernier moïen, bien qu'inusité, mais que j'ay vû réüssir en tirant hors de l'œil un glaucoma avec l'effusion de toute l'humeur aqueuse, me paroît du moins aussi sûr que le premier, dont on se sert pour abattre la cataracte, puisqu'on risque moins à tirer la cataracte en dehors qu'à l'abattre au dedans de l'œil, où on ne peut la retenir sûrement qu'en la poussant par bas au-delà de l'attache des fibres cilieres avec le cristalin, ce qui cause ordinairement des accidens fort fâcheux; au lieu qu'il ne paroît pas que l'incision de la cornée, ni la perte de l'humeur aqueuse en puisse produire, parceque cette liqueur se répare aisément, & que la membrane que l'on coupe n'ayant point de vaisseaux, elle n'est pas sujette à l'inflammation comme les autres qui en sont remplis. Aussi ne voit-on point, de la cornée transparente coupée, sortir aucune goutte de sang.

OBSERVATION
SUR
UNE HYDROPISIE DE PERITOINE.

PAR M. LITRE.

1707. 27. Août.

UNe Dame morte le mois de Mars dernier à l'âge de 43 ans, qui étoit née avec une bonne constitution, & qui avoit toûjours eu de l'embonpoint, s'étant apperçûë 4 ans avant sa mort que son ventre grossissoit peu à peu, fit pendant 2 ans plusieurs sortes de remedes qu'on lui conseilla, sans pourtant connoître la nature de son mal: elle prit entr'autres les Eaux de forges, & celles de Vic le Comte sur les lieux.

Son ventre ayant beaucoup grossi pendant ces 2 années, & personne n'en démêlant encore la cause, elle fit appeller M. Gelly mon confrere, qui l'ayant examinée, reconnut que sa maladie étoit une hydropisie humorale de ventre, & jugea dès-lors que l'amas de l'humeur qui la formoit, se faisoit dans une poche particuliere, qu'il croyoit être le peritoine. Fondé sur ce que la malade avoit conservé presque tout son embonpoint, qu'elle avoit le teint fleuri & les yeux brillans, qu'elle n'étoit nullement alterée, qu'elle avoit bon appetit, digeroit bien ses alimens, alloit tous les jours à la garderobe, & rendoit des matieres loüables, urinoit à l'ordinaire, & les urines étoient bien conditionnées : elle avoit aussi ses regles & dans le temps & en la quantité & qualité requises; dormoit bien, ne sentoit aucune douleur, n'ayant en un mot d'autre incommodité que celle que lui pouvoient causer le poids & le volume extraordinaires de son ventre.

Cette Dame fut ensuite vûë par beaucoup d'autres Medecins, qui convenoient tous alors que sa maladie

étoit à la verité une hydropisie de ventre; mais qui soûtenoient que l'humeur étoit contenuë dans la capacité comme dans la vraïe ascite.

Dans cette vûë ils lui ordonnerent plusieurs remedes & differens regimes, dont elle ne tira aucun avantage, son ventre grossissant toûjours de plus en plus, de sorte qu'étant parvenu à une grosseur démesurée, on fut obligé d'en venir à la ponction, qu'on réïtera jusqu'à 13 fois durant les 2 dernieres années de sa vie.

Dans la premiere ponction on lui tira 18 pintes de liqueur, qui avoit été plus de 2 ans à s'amasser: Elle étoit de la couleur d'un caphé fort leger & sans mauvaise odeur, sa consistance étoit tenuë; mais elle devenoit épaisse comme de la gelée lorsqu'on en faisoit évaporer sur le feu.

Dans chacune des 8 ponctions suivantes on ne tira que 13 à 14 pintes de liqueur, qui ne differoit de celle de la premiere ponction, qu'en ce que la couleur alloit toûjours en s'éclaircissant; de maniere que dans la quatriéme elle ressembloit à du petit lait clarifié.

Les 4 dernieres ponctions ont été faites plus prés les unes des autres, quoique la collection de la liqueur fut encore moindre de 2 à 3 pintes que dans les 8 précédentes, parceque la malade en étoit beaucoup incommodée. Cette liqueur étoit épaisse, puante & presque aussi blanche que du lait. L'épaisseur de la liqueur nous obligea à nous servir d'un troiquart fort gros, & sa puanteur à faire des injections vulneraires dans le ventre par la canule même, immédiatement aprés avoir vuidé la liqueur qui faisoit l'hydropisie.

Un peu avant la neuviéme ponction les regles manquerent à la malade pour la premiere fois, & ne revinrent plus. Elle commença à sentir de grandes douleurs dans le ventre & à avoir la fievre, & ces deux accidens continuerent jusqu'à la mort.

Nous avons toûjours observé qu'avant chaque ponction, la tension du ventre étoit uniforme dans toute son étenduë, & qu'aprés les 4 dernieres principalement, on

ſentoit & on voyoit même qu'il y avoit au-deſſous des tegumens, à la partie ſuperieure anterieure de la region umbilicale, une tumeur dure, groſſe d'environ 2 pouces, de figure demi-circulaire, & qui s'étendoit en travers d'un côté du ventre à l'autre.

Lorſqu'avant la ponction on frappoit le ventre au deſſus de la tumeur demi-circulaire, on n'y ſentoit point de contre-coup, & on en ſentoit au deſſous. La liqueur qui faiſoit l'hydropiſie étant vuidée par la ponction, les tegumens & les muſcles du ventre dans toute la region umbilicale & dans les parties ſuperieure & moïenne de la region hypogaſtrique s'affaiſſoient & ſe ridoient beaucoup, & alors cette tumeur devenoit fort ſenſible.

La Dame étant morte, on fit l'ouverture de ſon cadavre. Nous trouvâmes dans le ventre pluſieurs pintes de liqueur ſemblable à celle qu'on lui avoit tirée dans les dernieres ponctions : elle étoit contenuë dans un ſac qui occupoit le devant du ventre depuis la partie inferieure juſqu'à 4 travers de doigt au-deſſus du nombril.

La partie du peritoine qui tapiſſe interieurement le ventre dans l'étenduë cy-deſſus marquée, étoit diviſée ſuivant ſon épaiſſeur en 2 membranes, & formoit par cette diviſion le ſac dont il s'agit. Ces 2 membranes étoient de couleur un peu livide. L'exterieure avoit une épaiſſeur uniforme, qui étoit d'environ une ligne, & étoit reſtée attachée à la ſurface interieure des muſcles tranſverſes. L'interieure étoit d'une épaiſſeur inégale ; dans les endroits les plus minces, qui étoient les moins alterés, elle n'avoit qu'une demi-ligne ; & dans les plus épais & les plus alterés, elle alloit juſqu'à une ligne & demie. Cette membrane étoit libre par tout, excepté à l'endroit de la trompe gauche de la matrice, au bout de laquelle elle étoit fortement attachée.

La ſurface exterieure du ſac, à la couleur près, étoit dans l'état naturel, & l'interieure étoit inégale & ulcerée en pluſieurs endroits, ſurtout dans la partie qui etoit du côté de la cavité du ventre.

A la

A la surface interieure du sac, 2 pouces au-dessous du rein gauche, il avoit une espece de tumeur, à peu près de la grosseur & de la figure d'un œuf de poule, composée de vesicules de figure presque ovale, grosses de 4 à 5 lignes, & pleines d'une humeur glaireuse & transparente.

Les tegumens & les muscles du ventre étoient flasques, & beaucoup plus minces à l'endroit du sac qu'ailleurs. La tumeur demi-circulaire, qui paroissoit si sensiblement avant l'ouverture du ventre, ne parut plus du tout après qu'elle eut été faite.

Ayant examiné le sac, nous passâmes aux parties qui étoient contenuës dans la capacité du ventre. Nous les trouvâmes toutes dans leur état naturel, excepté que la trompe gauche de la matrice étoit fort attachée au sac, & de la moitié plus longue que la droite ; & que les parties des intestins ileon & colon, qui couvrent naturellement le corps des 3 vertebres inferieures des lombes & la partie superieure de la cavité du bassin de l'hypogastre, étoient déplacées, & poussées à droit & à gauche, & principalement vers le côté droit.

Conjectures sur la formation du sac & de l'hydropisie de cette Dame.

Il y a beaucoup d'apparence, que la maladie de cette Dame a commencé par la tumeur que nous avons remarquée dans le sac, & qui étoit située du côté du rein gauche. Cette tumeur vrai-semblablement n'étoit autre chose que quelques-unes des glandes contenuës dans l'épaisseur du peritoine, qui ayant peu à peu grossi à l'occasion de quelque obstruction, compression, &c. avoient insensiblement écarté les plans des fibres du peritoine, entre lesquels elles étoient placées. D'où il est arrivé, que le conduit excretoire de plusieurs glandes s'est apparemment rompu, le corps de ces glandes demeurant attaché avec une portion de leur conduit excretoire à la partie du peritoine, qui étoit adherante aux muscles transverses, pendant que l'extrémité des mêmes conduits étoit restée unie à l'autre partie du peritoine.

Cela étant supposé, il est aisé de comprendre que la li-

queur filtrée par les glandes du peritoine, ne tomboit plus dans la capacité du ventre, mais dans le vuide formé par la ſeparation des fibres du peritoine; qu'elle y tomboit dans une quantité d'autant plus grande, que ces glandes étoient tumefiées, & que la partie des conduits excretoires, qui étoit reſté continuë au corps des glandes, n'avoit point cette maniere de ſphincter qu'ils ont à leur extrémité pour en moderer l'écoulement. Ainſi la liqueur devoit s'échapper, à meſure qu'elle étoit filtrée, ce qui rendoit la filtration beaucoup plus abondante.

A proportion que cette liqueur s'épanchoit, elle écartoit par ſon volume les 2 plans des fibres, dont la ſeparation étoit déja commencée. A meſure que cette ſeparation augmentoit, il ſe rompoit des conduits excretoires d'autres glandes; de ſorte que les 2 plans des fibres du peritoine s'écartoient à proportion qu'il s'épanchoit plus de liqueur, & qu'il s'épanchoit plus de liqueur à meſure que la ſeparation de ces fibres devenoit plus grande. Ainſi l'épanchement de liqueur entre les 2 plans des fibres du peritoine, faiſoit l'hydropiſie de cette Dame.

La collection de la liqueur dans le ſac du peritoine juſqu'à la premiere ponction, a été plus de 2 ans à ſe faire; parce que les conduits excretoires des glandes de cette membrane ne ſe ſont rompus que lentement & ſucceſſivement les unes après les autres, à cauſe que la réſiſtance que ces conduits faiſoient à leur rupture, étoit ſecondée par celle que les fibres du peritoine, entre leſquelles ils étoient placés, apportoient à leur diviſion.

Mais ces conduits excretoires ayant une fois été rompus dans l'étenduë du peritoine, où les 2 plans des fibres avoient été diviſés, la collection d'une pareille quantité de liqueur a dû pour lors ſe faire en beaucoup moins de temps; auſſi a-t-on été obligé de faire les ponctions ſuivantes beaucoup plus près les unes des autres, puiſqu'il y avoit plus de 2 ans que l'hydropiſie avoit commencé lorſqu'on a fait la premiere ponction, & qu'on a fait les 12 ſuivantes dans l'eſpace de 2 autres années.

La liqueur qu'on a tirée par la premiere ponction étoit brune, apparemment à cause du long séjour qu'elle avoit fait dans le sac. Ce qui paroît confirmer cette conjecture est, que la liqueur tirée dans les 8 ponctions suivantes, qu'on faisoit toûjours de plus près en plus près, étoit toûjours de plus claire en plus claire.

Enfin la liqueur qu'on a tirée par les 4 dernieres ponctions, étoit blanche, épaisse & puante. Elle étoit blanche & épaisse, principalement à cause du pus & des glaires qu'elle contenoit en grande quantité. Elle étoit puante par l'exaltation de ses souffres salins, que le long séjour & la chaleur des parties voisines y avoient causée.

Les ulceres du sac du peritoine étoient la cause du pus contenu dans sa cavité, & ils y étoient eux-mêmes l'effet des sels dissous & dégagés de la liqueur enfermée dans la même cavité. Ces sels irritant & rongeant les fibres du sac, étoient encore la cause de la douleur que le malade sentoit dans le ventre, & une partie des mêmes sels refluant dans la masse du sang, y produisoit la fiévre, en y excitant une fermentation contre nature.

Tous ces accidens n'ont commencé qu'entre la neuviéme & la dixiéme ponction, parce que les liqueurs qui se sont amassées dans le sac entre les 8 ponctions précedentes, ont eu besoin de tout ce temps-là pour acquerir une aigreur capable de les produire. Voici comme je conçois que la chose a pû arriver.

Quoique la liqueur qui s'est amassée dans le sac du peritoine avant la premiere ponction fut douce en y tombant, que d'abord elle n'y en ait point trouvé d'aigre, & que le sac ne fut pas non plus empreint d'aucune aigreur, il n'est pas aisé de comprendre ; que cette liqueur y ait séjourné pendant plus de 2 ans, sans que quelques-unes de ses parties salines se soient enfin dégagées des autres principes par la longueur de son séjour & par la chaleur des parties voisines, & que par-là elles lui aïent imprimé quelque aigreur.

D'ailleurs parce qu'après toutes les ponctions des hy-

dropiques, il reste toûjours une portion de la liqueur, quelque soin qu'on prenne pour la vuider entierement; & que celle qui resta après la premiere ponction de cette Dame étant aigre, elle a dû aigrir la liqueur qui s'est amassée dans le sac entre cette ponction & la seconde, à mesure qu'elle y est tombée. Par consequent celle-cy a contracté en peu de temps plus d'aigreur que celles-là dans l'espace d'environ 2 années. D'autant plus que dans le temps qu'on vuidoit la liqueur du sac par la canule, il s'y est glissé de l'air, dont une partie s'étant trouvée mêlée avec la liqueur qui étoit restée dans le sac après la premiere ponction, l'a dû alterer & en augmenter l'aigreur; ce qui est sans doute arrivé dans les ponctions suivantes.

Or la liqueur de la seconde collection ayant plus d'aigreur que celle de la premiere, ce qui en est resté dans le sac après la seconde ponction, a dû avoir plus d'aigreur que le résidu de la premiere, & par consequent aigrir davantage la liqueur qui s'est amassée entre la seconde & la troisiéme ponction; & les liqueurs qui se sont amassées entre les ponctions suivantes s'aigrissant ainsi de plus en plus, on ne doit pas être surpris si celle qui s'est amassée entre la neuviéme & la dixiéme ponction, étoit parvenuë à un dégré d'aigreur capable de causer les ulcéres, la douleur, la fiévre, &c. de la malade.

Ce qu'on appelle le contre-coup, & qui est le principal signe de la vraïe hydropisie ascite, étoit fort sensible dans les regions hypogastrique & umbilicale; & on ne le sentoit point du tout dans la region epigastrique; parce que le sac qui contenoit la liqueur, & qui auroit dû transmettre le coup d'un côté à l'autre, se terminoit à la partie superieure de la region umbilicale.

A l'égard de la tumeur demi-circulaire, qui étoit si sensible immediatement après chacune des trois dernieres ponctions, ausquelles seulement j'ai assisté, & dont nous n'avons cependant observé aucun vestige après l'ouverture du ventre, elle étoit vrai-semblablement formée par

le ſac du peritoine, qui ſe fronçoit & ſe ramaſſoit en ſa partie ſuperieure, à meſure qu'on en vuidoit la liqueur.

Ce froncement pouvoit être cauſé par la contraction & l'affaiſſement des muſcles & des tegumens du ventre, & par la réſiſtance des parties enfermées au dedans de la region epigaſtrique, qui étant plus grande que celle des parties contenuës dans les 2 autres regions, empêchoit la partie ſuperieure du ſac de s'applatir en s'étendant de ce côté-là; ce qui donnoit occaſion au ſac de ſe ramaſſer, & de faire paroître la tumeur demi-circulaire.

D'ailleurs les tegumens & les muſcles du ventre étant plus épais & plus fermes dans cette malade à l'endroit de la region epigaſtrique, que dans les deux autres regions, devoient concourir à la production du même effet.

Pour ce qui eſt de l'adherance de la trompe gauche au ſac du peritoine, elle pouvoit être l'effet d'une inflammation, que ce ſac y avoit cauſée en la preſſant à nud contre l'os ſacrum ou l'os des iles du même côté. La même choſe n'eſt point arrivée à la trompe droite, parce que les boyaux qui étoient rangés en plus grande quantité de ce côté-là, ſoûtenoient davantage le ſac, & empêchoient qu'il ne preſſât aſſez cette trompe pour y cauſer de même une inflammation, & conſequemment une adherance.

Le ſac du peritoine continuant à s'accroître & trouvant plus de réſiſtance du côté de l'hypogaſtre, s'étoit étendu davantage du côté des lombes, où elle étoit moindre, avoit entraîné avec lui la trompe qui y étoit attachée, & l'avoit forcée de s'allonger au point qu'elle l'étoit. D'où on pourroit inferer que la tumeur, qui s'eſt trouvée dans le ſac, & le ſac même, ont eu tous deux leur commencement dans l'hypogaſtre; & qu'à meſure que la tumeur a augmenté, elle s'eſt inſenſiblement avancée avec la partie du ſac, où elle s'eſt d'abord formée, juſqu'au-deſſous du rein gauche, où nous l'avons trouvée.

Enfin les autres parties contenuës dans la capacité du ventre étoient ſaines, parce que la liqueur qui faiſoit l'hy-

dropisie étant toute renfermée dans le sac du peritoine, n'avoit pû leur donner aucune atteinte.

Après avoir fait l'histoire de la maladie de cette Dame, pour rendre l'observation plus utile, je vais rapporter les signes qui la peuvent faire connoître, & proposer les moïens qu'on peut empoïer pour la traiter.

Signes diagnostics.

Une personne sera censée atteinte d'une hydropisie de peritoine, 1°. Si cette hydropisie a été plusieurs années à se former, & si son progrès a été très-lent, sur tout dans son commencement.

2°. Si le ventre garde toûjours à peu près la même figure, quoique le corps change de situation.

3°. Si la tumeur du ventre a une circonscription particuliere, c'est-à-dire differente de celle du ventre.

4°. S'il y a quelque endroit, où on ne sente ni contrecoup ni fluctuation.

5°. Si les extrémités inferieures n'enflent point, ou que peu & fort tard.

6°. Si immediatement aprés la ponction, ayant introduit par la canule une longue sonde dans le ventre avant que d'en vuider la liqueur, on ne peut la porter dans toute l'étenduë de sa capacité.

7°. Si avec la même sonde on ne sent point dans le ventre les inégalités que forment les intestins & les autres parties enfermées dans sa cavité.

8°. S'il reste fort peu de liqueur dans le ventre après la ponction.

9°. Si la liqueur étant vuidée, & le malade couché sur le dos, on injecte dans le ventre une mediocre quantité de quelque liqueur, & qu'elle se presente pour en sortir presqu'en même temps par la canule; parce que la capacité du ventre est capable d'en contenir une quantité fort considerable, avant qu'elle doive se presenter pour en sortir.

Enfin si le sujet s'est long-temps conservé sain, n'ayant presque d'autre incommodité, que celle qui lui vient du poids & du volume du ventre.

Lorsque cette espece d'hydropisie est recente ou peu inveterée, que le sujet est fort, qu'il fait bien encore ses principales fonctions, que la circonscription de la tumeur n'a pas beaucoup d'étenduë, & que la liqueur qu'on tire par la ponction est tenuë, d'une bonne couleur, & sans puanteur, on peut esperer de la guerir.

Signe prognostics.

Au contraire le succès en est très-douteux, si elle est fort vieille, si le sujet est foible, si la circonscription de la tumeur est fort grande, si la liqueur tirée par les ponctions est épaisse, puante, de mauvaise couleur, &c. & si on sent quelque grosseur ou de la dureté en quelque endroit du sac du peritoine.

L'hydropisie du peritoine étant une fois bien connuë par les signes qu'on vient de rapporter, la principale indication, & pour ainsi dire la seule qui se presente à remplir, est celle de réünir les 2 portions divisées du peritoine.

Cure de cette hydropisie.

Or pendant qu'il y aura quelque matiere contenuë entre les 2 portions divisées du peritoine, soit liqueur, marc de liqueur, ou tumeur, la réünion en sera tout-à fait impossible. C'est pourquoi il y a deux moïens, qui sont d'une necessité absoluë pour satisfaire à cette indication.

Le premier est de faire, & d'entretenir à la partie la plus basse du sac, une ouverture par où l'on vuide d'abord la liqueur qui y est contenuë, & par où puisse s'écouler celle qui y tombera dans la suite. On entretiendra cette ouverture avec une tente, dont on attachera la tête avec un fil. On continuëra l'usage de la tente jusqu'à ce que la réünion des 2 portions divisées du peritoine soit faite.

Le second moïen est de faire tous les jours des injections vulneraires & détersives dans le sac par l'ouverture, dont on vient de parler, pour détremper & détacher le limon ou sediment, que la liqueur y peut avoir déposé pendant son séjour, & qui y est resté après l'évacuation de la liqueur.

S'il y a des ulceres dans le sac, ce qu'on connoîtra par le pus & la sanie qui en sortiront, on pourra aiguiser les

injections de quelque teinture de myrrhe, d'aloës, d'aristoloche, &c. pour les modifier & déterger.

Des compresses soûtenuës par un bandage convenable, pourroient contribuer à la même réünion, en secondant l'action des muscles du ventre; pourvû qu'on ne les mît en usage, que lorsqu'on ne remarqueroit plus de pus ni de sanie dans la liqueur qui s'écouleroit par l'ouverture du sac.

Enfin s'il y avoit quelque tumeur formée par des glandes gonflées, des chairs fougueuses, &c. que les injections n'eussent pû fondre ni résoudre; il faudroit alors faire une incision précisément sur la tumeur afin de la découvrir, de la faire suppurer, ou de la consumer. Mais on doit bien prendre garde à ne pas confondre ces sortes de tumeurs avec la tumeur demi-circulaire, dont nous avons parlé. Car alors l'on feroit une operation infructueuse, dangereuse & cruelle, ou peut-être l'on resteroit mal-à-propos dans l'inaction, croïant la maladie absolument incurable.

EXPERIENCES
Pour connoître la résistance des bois de Chêne & de Sapin.

Par M. Parent.

PREMIERE EXPERIENCE.

Sur le Chêne tendre.

1707. Septembre.

UN parallelepipede rectangle moïennement dur & sec, large de 5 lignes, épais de 6, & long de 5 pouces $\frac{1}{2}$, étant revenu par un de ses bouts, a soutenu avant de se rompre à son autre extremité 23 liv. étant posé sur le chan.

SECONDE

SECONDE EXPERIENCE.

Sur le Chêne tendre.

Un autre tout pareil, mais double en longueur, posé sur le chan sur deux appuis, a soûtenu à son milieu 34 lignes ½ avant l'instant de sa rupture.

TROISIE'ME EXPERIENCE.

Sur le Chêne tendre.

Un troisiéme semblable au précédent, & égal, posé de même, mais serré par les deux bouts, a soûtenu dans son milieu 51 liv. avant sa rupture.

QUATRIE'ME EXPERIENCE.

Sur du Chêne plus dur.

Un quatriéme tout égal au premier, posé & tiré de même, mais d'un Chêne plus dur, a soûtenu 52 liv.

CINQUIE'ME EXPERIENCE.

Sur un Chêne plus dur.

Un cinquiéme tout égal au second, posé & tiré de même, mais de même bois que le précédent, a soûtenu 92 livres.

SIXIE'ME EXPERIENCE.

Sur le Sapin.

Un sixiéme de Sapin moïennement dur, tout égal au premier, posé & soûtenu de même, a soûtenu 37 livres avant de se rompre, & aprés s'être beaucoup plus courbé que ceux de Chêne.

SEPTIE'ME EXPERIENCE.

Sur le Sapin.

Un septiéme de Sapin pareil au précédent, & égal en

tout au ſecond, poſé & tiré de même, a ſoûtenu au milieu 68 liv. avant la rupture.

HUITIE'ME EXPERIENCE.

Sur le Sapin.

Un huitiéme tout égal au troiſiéme, poſé & tiré de même, & de même bois que les deux précédens, a ſoûtenu dans ſon milieu avant ſa rupture 106 liv.

On peut de ces differentes experiences tirer trois principes d'experiences; ſçavoir, que la force d'un ſolide retenu par un bout, & tiré par l'autre perpendiculairement à ſa longueur, eſt à la force d'un pareil ſolide double en longueur, poſé de même ſur deux appuis, & tiré par le milieu, environ ou moïennement comme 7 à 12.

Et que cette premiere force eſt à celle d'un autre ſolide égal en tout au ſecond, poſé & tiré de même, & de même matiere, moïennement comme 7 à 18.

D'où l'on conclud auſſi que les réſiſtances des deux derniers ſont entr'elles (tout le reſte étant égal) environ comme 12 à 18, ou comme 2 à 3. Ce qu'on examinera dans quelqu'autre Mémoire plus particulierement.

Dans les ſolides retenus par un bout, la courbure accourcit le levier environ de ſa 45e partie; & dans ceux qui ſont retenus par les deux bouts, elle l'accourcit d'$\frac{1}{60}$ environ.

NEUVIE'ME EXPERIENCE.

Sur le Chêne dur.

Un neuviéme ſolide parallelepipede de Chêne fort dur & ſec de 3 lignes $\frac{1}{3}$ d'épaiſſeur, ſous 13 lignes $\frac{1}{3}$ de largeur, & 6 pouces $\frac{1}{2}$ de longueur, retenu par un bout ſur le plat, étant tiré perpendiculairement, a ſoûtenu avant de ſe rompre 38 livres $\frac{1}{2}$.

DIXIE'ME EXPERIENCE.

Sur le Chêne tendre.

Un dixiéme parallelepipede bien moins dur, de 4 lignes $\frac{1}{3}$ d'épaisseur, sur 5$\frac{2}{3}$ de largeur, & de 10 pouces de longueur, posé sur le plat, & tiré perpendiculairement par le milieu, a soûtenu 25 liv. étant posé sur ses deux bouts.

ONZIE'ME EXPERIENCE.

Sur le Chêne tendre.

Un onziéme de même bois que le précédent, de 4 lignes $\frac{2}{3}$ d'épaisseur, de 5 lignes $\frac{2}{3}$ de largeur, sous 14 pouces en longueur, posé sur deux appuis à plat & horizontalement, a soûtenu à son milieu 28 liv. $\frac{1}{3}$.

DOUZIE'ME EXPERIENCE.

Sur le Chêne moyen.

Un douziéme de même bois, large & épais d'un pouce, & long de 2 pieds, posé sur deux appuis de niveau, & tiré à plomb, a soûtenu 300 liv. juste avant de se rompre.

Cette Experience peut aisément servir de modele pour toutes les autres de même bois, à cause de sa simplicité.

TREIZIE'ME EXPERIENCE.

Sur le Chêne tendre.

Un treiziéme de 14 pouces de longueur, de 5 lignes $\frac{2}{3}$ d'épaisseur, & de 4 lignes $\frac{1}{3}$ de largeur, soûtenu sur le chan, & posé sur deux appuis, a supporté avant de se rompre 25 liv. comme celui de la dixiéme Experience.

QUATORZIE'ME EXPERIENCE.

Sur le Chêne tendre.

Un quatorziéme de Chêne tendre, de même longueur,

soûtenu & tiré de même, ayant 6 lignes d'épaisseur, & 5 lignes de largeur, a soûtenu 37 livres $\frac{1}{2}$ étant posé sur le chan.

QUINZIE'ME EXPERIENCE.

Sur le Chêne tendre.

Un quinziéme de même matiere & longueur, soûtenu & tiré de même que le précédent de 4 lignes $\frac{1}{2}$ d'épaisseur, sous 5 lignes $\frac{1}{2}$ de largeur, posé sur le plat, a soûtenu 22 liv. en son milieu.

SEIZIE'ME EXPERIENCE.

Sur le Chêne tendre.

Un seiziéme de même matiere & longueur, de 5 lignes $\frac{2}{3}$ d'épaisseur, & de 4 lignes $\frac{1}{4}$ de largeur, soûtenu & tiré comme les précédens, a soûtenu 27 liv. $\frac{3}{4}$ dans son milieu avant de se rompre.

En comparant toutes les Experiences faites sur differentes especes de Chêne, & se souvenant que les résistances proportionnelles sont entr'elles comme les produits des quarrés de leurs hauteurs par leurs largeurs (comme je l'ay démontré à l'Academie dans un Memoire lû le 12 Avril 1704, & comme on peut le déduire aussi du Memoire de M. Varignon donné à l'Academie en 1702,) on trouve que le modele de Chêne de la douziéme Experience devoit soûtenir 296 liv. au lieu de 300 liv. ce qui confirme cette proportion.

Comparant de même les Experiences faites sur le Sapin, on trouve qu'un pareil modele de ce bois devroit soûtenir 358 liv. & qu'ainsi la force moïenne du Sapin est à celle du Chêne environ comme 358 à 300, ou comme 119 à 100.

OBSERVATIONS

Sur les Huiles eſſentielles, avec quelques conjectures ſur la cauſe des couleurs des feüilles & des fleurs des Plantes.

PAR M. GEOFFROY le jeune.

1707. 12. Novembre.

ENtre les differens projets que l'Academie a formés pour perfectionner la Botanique, elle a entrepris de faire une Analyſe exacte des Plantes, qui pût ſervir à en faire connoître la nature, les proprietés & les uſages. C'eſt ce qui a déja été executé ſur plus de 1400 Plantes.

Il ſemble d'abord que les ſubſtances que l'on retire par l'analyſe des differentes Plantes ſoient d'une même nature. Cependant il y en a pluſieurs qui varient beaucoup entr'elles, ſelon la diverſité des Plantes dont on les tire. Car quoy qu'à parler en general on retire de preſque toutes les Plantes un phlegme, un eſprit acide, un eſprit alcali, du ſel volatil de l'huile, du ſel fixe, & de la terre, & que ces ſubſtances, malgré la varieté des Plantes, ſemblent être dans toutes à peu prés les mêmes; il eſt pourtant certain qu'elles ſont ſouvent auſſi differentes entr'elles que le ſont les Plantes dont on les a retirez. Ainſi il y a telle ſubſtance, qui tirée d'une certaine Plante, ne laiſſe pas de differer beaucoup d'une ſubſtance pareille tirée d'une autre Plante.

Pour découvrir cette difference on a mêlé des ſubſtances pareilles extraites de Plantes differentes avec d'autres matieres moyennes, afin de connoître par les effets qui réſulteroient de ces mêlanges, la nature particuliere des ſubſtances qu'on examinoit.

On eſt arrivé par ce moyen à la connoiſſance des differentes natures de ſels tant volatils que fixes.

On découvre les sels acides & leurs differens degrez de force aux differens degrez de rougeur qu'ils donnent à la solution du Tournesol. Les sels alkalis fixes se font remarquer à ce qu'ils précipitent en jaune orangé la solution du Sublimé corrosif, & les sels alkalis volatils à ce qu'ils la précipitent en blanc. D'où il est aisé de connoître la difference sensible qui se trouve entre les matieres salines.

Il seroit à souhaiter que l'on eût autant avancé dans la connoissance des differentes substances huileuses qu'on retire des Plantes.

Ces huiles varient toutes entr'elles presqu'autant que les sujets qui les ont fournies, particulierement celles que les Chimistes appellent *Huiles essentielles*. Ce sont des substances inflammables, que les Plantes odorantes nous fournissent en les distilant avec beaucoup d'eau. Ces huiles ont l'odeur, le goût & souvent les autres proprietés des Plantes dont elles sont tirées, ce qui leur a fait donner le nom d'*Huiles essentielles*.

On ne doit donc point regarder ces substances comme un seul principe homogene, mais comme des composez qui peuvent être encore analysés de nouveau.

On a travaillé à ces secondes analyses dans cette Academie, & on a separé de ces huiles un phlegme chargé de sel volatil urineux, & une assez grande quantité de terre. Mais la difficulté de retirer exactement ces principes dans leur juste proportion, a fait croire que ce travail ne pouvoit pas être d'une grande utilité pour distinguer la differente nature de ces huiles, d'autant plus que cette difference ne paroît pas tant dépendre de la differente quantité des principes qui sont mêlez ensemble, que de la maniere dont ils le sont. Voici un exemple assez sensible de ce que j'avance. Le Mercure & le Souffre simplement unis, ne font qu'une poudre noire qu'on appelle *Æthiops mineralis*; & si on les sublime ensemble, ils formeront une masse rouge compacte, & disposées en aiguilles brillantes qu'on nomme *Cinabre*. On peut donc

dire de même que dans les huiles essentielles le sel volatil, le phlegme & la terre, quoiqu'en même proportion, peuvent former des composez de nature differente, selon la maniere dont ils sont unis; aussi voïons-nous que la substance huileuse contenuë dans la graine d'une Plante, étant traitée differemment, donne trois sortes d'huiles differentes. L'anis, par exemple, qu'on échauffe & qu'on exprime ensuite, fournit une huile qu'on nomme *Huile par expression.* Si on le fait macerer & distiler avec beaucoup d'eau, il donne une huile plus subtile qu'on nomme *Huile essentielle*; & quand on le distile par la Cornuë à feu nud, il donne une *Huile fetide* ou *Empireumatique.* Or ces trois huiles sont toutes differentes, quoique selon toutes les apparences elles soient composées des mêmes principes.

Voïant donc que pour découvrir quelque chose sur la nature des huiles qu'on retire des Plantes, je ne devois rien attendre de l'analyse particuliere de ces huiles; je me suis proposé une autre méthode, qui est de les mêler avec differentes matieres, de les faire digerer seules ou avec d'autres substances, & d'observer tout ce qui pourroit arriver de ces mélanges & de ces digestions pour en tirer, s'il étoit possible, quelques nouvelles connoissances. Ce travail peut conduire encore plus loin qu'à ce que je me propose ici pour but principal, comme on en verra un exemple dans la suite de ce Memoire.

Je vais donc exposer les experiences que j'ay faites à ce dessein sur quelques huiles, & particulierement sur l'huile essentielle de Thym, & je rapporteray les conjectures que j'en ai tirées touchant les causes des differentes couleurs qui se remarquent dans les Plantes.

J'ay pris une bonne quantité de Thym bien sec, que j'ay fait macerer & distiler ensuite avec sept ou huit fois autant d'eau dans des vaisseaux de grais à un feu moderé: il en est sorti beaucoup d'eau fort odorante, avec une huile jaune foncée, que j'ay distilé une seconde fois en grande eau; j'en ai retiré une huile citrine, dont je me

ſuis ſervi pour faire les experiences ſuivantes.

1. J'ay mêlé partie de cette huile avec du vinaigre diſtilé, & partie avec les eſprits acides de nitre, de vitriol & de ſel marin, que j'avois adoucis par l'eau & réduits environ à l'acidité du vinaigre ordinaire, qui eſt à peu prés le point d'acidité qui ſe trouve dans les ſucs acides des Plantes. J'ay fait digerer tous ces mélanges, l'huile eſt devenuë par la digeſtion fort haute en couleur tirant ſur l'orangé ou ſur le rouge de ſafran.

J'ay affoibli conſiderablement dans cette experience les eſprits acides mineraux; parceque ſi on les emploïe trop vifs, ils brûlent l'huile ſur le champ ou en peu de tems, & la changent en une maſſe réſineuſe d'une couleur trés-foncée: ſouvent même ils la réduiſent en une eſpece de charbon tout à fait noir.

2°. J'ay encore fait digerer une portion d'huile de Thym avec l'eſprit volatil de ſel ammoniac tiré par l'interme-de de la chaud, & j'ay obſervé que la couleur de l'huile ſe fonçoit d'abord un peu, puis tiroit ſur le rouge, paſſoit enſuite au couleur de feu, ſe tournoit peu à peu au pourpre, qui ſe fonçant de plus en plus approchoit enfin du violet.

3°. J'ay fait digerer de même de l'huile de Thym avec l'eſprit volatil de ſel ammoniac tiré par le moïen du ſel de Tartre, & j'en ai mis d'autre avec l'eſprit d'urine; je n'ay trouvé entre ces deux mélanges d'autres differences que quelques nuances de couleurs que je ne puis pas même attribuer à la qualité differente des ſels, mais qui ſemblent plutôt venir de leurs differens degrés de force.

4°. J'ay outre cela fait digerer une portion d'huile de Thym avec de l'huile de Tartre par défaillance, l'huile eſſentielle s'eſt un peu obſcurcie, & eſt devenuë d'un gris brun fort foncé tirant ſur le feuille-morte.

5°. De cette huile de Thym qui par l'eſprit de ſel ammoniac étoit devenuë d'une couleur de pourpre tirant ſur le violet, j'en ay fait digerer de nouveau une portion avec l'huile de Tartre, & elle a pris une belle couleur bleuë.

6°. Cette

6o. Cette même huile de couleur de violet pourpre, digeré avec le vinaigre distilé, s'est fort foncée, & a paru tirer sur le noir.

7o. J'en ai mêlé aussi dans de l'esprit de vin, la couleur s'est étenduë avec l'huile, & la liqueur a paru gris de lin. J'y ay jetté quelques goutes d'huile de Tartre, & la liqueur a verdi aussi-tôt, & a conservé sa couleur verte.

Je n'ay jamais pû verdir l'huile de Thym qu'aprés l'avoir fait passer au violet, & l'avoir étenduë dans l'esprit de vin; car cette huile digerée avec l'huile de Tartre sans esprit de vin ne verdit point, mais prend une couleur de gris brun qui tire quelquefois sur le feüille-morte.

8o. Sur cette liqueur verte j'ai versé du vinaigre distilé, il a effacé la couleur verte, & a rendu à la liqueur la couleur rouge qu'elle avoit auparavant.

9o. J'ai voulu voir s'il arriveroit quelques changemens à l'huile de Thym, qui a pris la couleur bleuë sur l'huile de Tartre. Pour cela j'ai étendu un peu de cette huile dans l'esprit de vin, & la liqueur a paru gris de lin; j'y ay versé ensuite de l'huile de Tartre, la liqueur est devenuë bleuë, à la difference de celle dont on vient de parler, qui a pris la couleur verte. J'ai versé sur cette liqueur bleuë du vinaigre distilé qui l'a rougie, & par un nouveau mêlange d'huile de Tartre je lui ai renduë sa couleur bleuë.

Il paroît par ces deux experiences que l'huile de Tartre agit differemment sur l'huile de Thym; car selon que celle-cy a été ou concentrée ou rarefiée, elle la rend ou bleuë ou verte.

On pourroit conjecturer aussi de la derniere experience, que l'esprit de vin contient un acide caché, qui se fait appercevoir par la rougeur qu'il donne à l'huile de Thym de couleur bleuë, d'autant qu'il ne lui donne point la couleur rouge pour peu qu'il soit mêlé avec l'huile de Tartre.

J'ai tenté toutes ces experiences sur differentes huiles essentielles de Plantes, comme celles de Lavande, de

Sauge, de Genievre, de Menthe, de Terebentine; mais elles n'ont point produit les mêmes effets. Ce qui fait voir une difference considerable entre ces huiles & l'huile de Thym.

J'ay essayé de faire la même chose sur des huiles differentes de celles que fournit le regne vegetal, & je n'ay encore trouvé que l'huile d'Ambre jaune qui approchât des effets de l'huile de Thym.

J'ai distilé de l'Ambre jaune par la Cornuë de grais, il m'a rendu du phlegme, de l'esprit, de l'huile jaune, du sel volatil, & une huile noire & épaisse, j'ai rectifié toute l'huile qui en est sortie, en la distilant plusieurs fois avec beaucoup d'eau, jusqu'à ce qu'elle soit devenuë claire & belle.

Cette huile est grasse, & ne se mêle pas aisément avec l'esprit de vin, en quoi elle differe de l'huile de Thym qui paroît plus résineuse, & qui s'y mêle tres-facilement.

10°. J'ai donc fait digerer une portion de cette huile de Succin avec l'esprit de sel ammoniac, & elle a pris aprés une longue digestion une couleur rouge tirant sur le pourpre.

11o. J'ay mêlé de cette huile de Succin pourprée avec de l'huile de Tartre, aucune de ces deux liqueurs n'a changé de couleur; mais aprés avoir jetté de l'esprit de vin dessus, cet esprit uni à l'huile de Tartre a pris une couleur bleüatre, pendant que les goutes d'huile de Succin ont conservé leur couleur purpurine.

Si j'ose hazarder mes conjectures, pour rendre raison de ce que toutes les huiles ne produisent pas le même effet que l'huile de Thym & l'huile d'Ambre jaune, je diray que je crois qu'il faut dans les parties d'un corps pour le colorer, certains dégrés de densité ou de rarefaction hors desquels il n'y a plus de couleur.

L'huile de Thym & l'huile d'Ambre jaune ont apparemment leurs molecules dans la latitude de ces degrés necessaires pour produire toutes ces couleurs, & ces molecules sont susceptibles d'une certaine condensation ou

d'une certaine rarefaction, qui peut passer par degrés depuis la transparence jusqu'au noir. Ainsi si on étend l'huile de Thym dans l'esprit de vin, elle est sans couleur; & si on en condense tres-considerablement les molecules comme dans la sixiéme experience que j'ai rapportée, elle devient d'une couleur violette si foncée qu'elle paroît noire; au lieu que les autres huiles, comme l'huile de Terebentine, ayant leurs molecules plus rarefiées paroissent fort claires, & ne peuvent prendre aucune couleur, parce que par leur composition particuliere elles ne s'unissent pas aisément avec les sels. Il n'y a que les acides violens, tel que l'huile de Vitriol, qui les peuvent condenser si fortement qu'ils les changent en une raisine fort brune, & enfin en une masse noire comme du charbon.

Peut-être qu'à force d'experience nous trouverons le moïen de modifier ces molecules, de maniere qu'elles puissent prendre les diverses couleurs que prend l'huile de Thym.

Conjectures sur les couleurs des feüilles & des fleurs des Plantes.

Les couleurs que donnent les experiences que je viens de rapporter étant les mêmes qui se rencontrent dans les Plantes, & les principes qui les fournissent étant les mêmes que l'on retire des vegetaux, j'ai crû que l'on pouvoit tirer de-là quelques conjectures touchant la formation des couleurs que l'on remarque dans les Plantes.

L'on convient assez generalement parmi les Chimistes que les couleurs dépendent des souffres, & que c'est de leur different mêlange avec les sels que résultent leurs differences.

L'on sçait que les infusions des fleurs, ou de quelques parties des plantes rougissent par des acides, verdissent par des alcalis: & l'on ne doute point que ce ne soient les parties sulphureuses dont les teintures ou les infusions sont chargées, qui par le mêlange des sels produisent ces differentes couleurs: mais quelque vrai-semblable

que parût ce ſentiment, il ſembloit demander d'être confirmé par des experiences plus ſenſibles & plus ſimples. Celles que je viens de rapporter donnent le moïen de former differentes couleurs par le ſimple mêlange des huiles & des ſels. Elles font voir outre cela quelles en ſont les differentes combinaiſons. D'où je conjecture que ces combinaiſons peuvent être les mêmes dans les Plantes où l'on remarque les mêmes couleurs.

Les principales couleurs qui s'obſervent dans les Plantes & dans les fleurs ſont le verd, le jaune de citron, le jaune orangé, le rouge, le pourpre, le violet, le bleu, le noir & le tranſparent, ou le blanc : de ces couleurs diverſement combinées ſont compoſées toutes les autres.

Le verd qui eſt la couleur la plus ordinaire des feüilles, eſt vrai-ſemblablement l'effet d'une huile rarefiée dans les feüilles, & mêlée avec les ſels volatiles & fixes de la ſeve, leſquels reſtent engagés dans les parties terreuſes, pendant que la plus grande partie de la portion aqueuſe ſe diſſipe. Une preuve de cela, c'eſt que ſi l'on couvre ces feüilles enſorte que la partie aqueuſe de la ſeve ne puiſſe ſe diſſiper, & qu'elle reſte au contraire avec les autres principes dans les canaux des feüilles, l'huile ſe trouve ſi fort étenduë dans cette grande quantité de phlegme, qu'elle paroît tranſparente & ſans couleur, & c'eſt ce qui produit apparemment la blancheur de la Chicorée, du Sellery, &c. Car cette blancheur me paroît n'être dans ces Plantes & dans la plûpart des fleurs blanches, que l'effet d'un amas de pluſieurs petites parties tranſparentes & ſans couleur chacune en particulier, dont les ſurfaces inégales reflechiſſent en une infinité de points une fort grande quantité de rayons de lumiere.

Les feüilles deviennent rouges pour la plûpart ſur la fin de l'Automne dans les premiers froids ; ce qui peut venir de ce que tous les pores & les canaux des Plantes étant reſſerrez par le froid, la ſeve eſt retenuë dans les feüilles où la circulation eſt interrompuë. Cette ſeve ar-

rêtée dans les fibres & les cellules des feüilles, s'y aigrit par son séjour ; & cet acide dévelopé détruisant l'alcali fixe resté dans ces fibres, en détruit aussi l'effet qui est la couleur verte, & laisse par-là les souffres dans leur propre couleur qui est le rouge ; de même que nous avons vû dans la huitiéme Experience le vinaigre distilé effacer la couleur verte de l'huile de Thym, & rétablir la couleur rouge qu'elle avoit auparavant.

Quand les acides rendent aux infusions des fleurs, & aux solutions de Tournesol la couleur rouge ; il y a tout lieu de croire que ce n'est qu'en détruisant l'alcali fixe, qui donnoit aux souffres dans ces teintures la couleur bleuë ou brune.

Dans les fleurs toutes les nuances jaunes depuis le citron jusqu'à l'orangé ou rouge de safran, paroissent venir d'un mêlange d'acide avec l'huile, comme nous avons vû que dans la premiere Experience l'huile de Thym digerée avec le vinaigre distilé produit le jaune orangé ou le rouge de safran.

Il paroît par la seconde Experience que toutes les nuances du rouge depuis le couleur de chair jusqu'au pourpre & au violet foncé, sont les produits d'un sel volatil urineux uni avec l'huile, puisque nous avons vû que le mêlange de l'huile de Thym avec l'esprit volatil de sel ammoniac a passé par toutes les nuances depuis le couleur de chair jusqu'au pourpre & au violet foncé.

Le noir qui dans les fleurs peut être regardé comme un violet tres-foncé, me paroît être l'effet d'un mêlange d'acide pardessus le violet pourpre du sel volatil urineux, comme il est arrivé dans la sixiéme Experience, où l'huile de Thym devenuë violette par l'esprit volatil de sel ammoniac, a pris une couleur noirâtre par le mêlange du vinaigre distilé.

Il paroît par la cinquiéme Experience que toutes les nuances du bleu proviennent du mêlange des sels alcalis fixes avec les sels volatils urineux & les huiles concentrées, puisque l'huile de Thym devenuë de couleur de

pourpre par l'esprit volatil du sel ammoniac digerée avec l'huile de Tartre, a pris une belle couleur bleuë.

Pour ce qui est du verd, il me paroît produit par les mêmes sels, & par des huiles beaucoup plus rarefiées, comme le prouve la septiéme Experience, où l'huile de Thym couleur de violet pourpre étenduë dans l'esprit de vin rectifié & uni à l'huile de Tartre, nous a donné une couleur verte.

Je ne propose encore ceci que comme des conjectures qui me paroissent d'autant mieux fondées, qu'il ne semble pas probable que differentes causes puissent produire les mêmes couleurs dans la matiere dont il s'agit. Cependant je les verifierai encore avec toute l'attention possible, soit dans les autres huiles, soit dans les differentes fleurs, & j'aurai l'honneur d'en rendre compte à la Compagnie.

DES EFFETS DE LA POUDRE A CANON.

PRINCIPALEMENT DANS LES MINES.

PAR M. CHEVALIER.

1707. 12. Novembre.

LES choses les plus merveilleuses & dont les causes sont les plus impénétrables à l'esprit humain, cessent de nous surprendre lorsqu'elles se presentent souvent à nos yeux. Les effets extraordinaires de la Poudre à Canon sont du nombre de ces choses, dont un frequent & funeste usage a fait cesser l'admiration.

Personne n'ignore que la Poudre est un composé de salpetre, de souffre & de charbon battus & mêlés ensemble; qu'il y a une certaine proportion à garder dans le mêlange de ces matieres, des précautions à prendre pour leur choix, & pour la maniere de fabriquer la Poudre,

qui contribuënt à ſa bonté. Mais ce n'eſt pas ce que nous voulons examiner ici. C'eſt des effets de la Poudre, ſurtout dans les Mines dont je me ſuis propoſé de parler.

Feu M. le Maréchal de Vauban m'a communiqué un grand nombre d'experiences ſur cette matiere. Ce grand homme toûjours occupé de la gloire du Roy & de la grandeur de l'Etat, ayant obſervé dans pluſieurs occaſions que le ſuccés des Mines ne répondoit pas toûjours à ce que l'on en attendoit, crut qu'il étoit néceſſaire de déterminer par des experiences exactes les differens effets des Mines dans toutes les differentes circonſtances où elles peuvent être emploïées, pour en conclure des regles ſûres que l'on obſervât dans des occaſions importantes. Le ſuccés a juſtifié ces regles ; mais avant que de les propoſer, je dois expliquer comment la Poudre allumée devient capable de faire de ſi grands efforts.

Premierement. Je conſidere que l'air eſt neceſſaire pour l'action de la Poudre, puiſque par des experiences faites dans la Machine pneumatique, elle ne s'enflame point dans le vuide au feu d'une pierre à fuſil ; & ſi elle s'allume aux rayons du Soleil par le moïen d'une loupe, elle le fait preſque ſans détonation & ſans effort.

Secondement. Les matieres qui entrent dans la compoſition de la Poudre n'ont pas une égale facilité à s'enflamer : le ſouffre s'enflame plus aiſément que le charbon, & le charbon plus aiſément que le ſalpetre, qui eſt la matiere qui domine dans la poudre ; il y a ordinairement trois parties de ſalpetre contre une des deux autres priſes enſemble. L'on doit encore ſuppoſer que chacune de ces matieres eſt compoſée de parties inégalement promptes à s'enflamer.

Troiſiémement. Il faut que la poudre ſoit bien ſeche, afin qu'elle prenne feu promptement, qu'elle ſoit grenée pour que la flame ſe communique tres-ſubitement par les intervalles que les grains laiſſent entr'eux, & que tous ſes grains faſſent leur effort preſque en même temps.

I. Cela ſuppoſé, l'on peut concevoir, 1°. Que les diffe-

rentes matieres dont la Poudre eſt compoſée s'allumant ſucceſſivement, le feu imprime d'abord ſon action ſur la premiere ou la plus ſubtile, qui communique enſuite un certain dégré de viteſſe à la ſeconde, & la ſeconde à la troiſiéme, & ainſi de ſuite, juſqu'à ce que toute la matiere allumée ait fait ſon effort.

2°. La plûpart des corps contre leſquels la Poudre agit, ont auſſi des parties d'inégale ſolidité capables de ſe communiquer ſucceſſivement le mouvement des parties de la Poudre ; & l'effort des parties de la Poudre ſera d'autant plus conſiderable, qu'il y aura un plus grand nombre de parties d'inégale ſolidité, tant dans les matieres de la Poudre, que dans les corps contre leſquels elle agit (toutes choſes d'ailleurs étant égales) & que ces parties auront entr'elles des rapports les plus approchans d'une progreſſion geometrique, à commencer par la plus ſubtile juſqu'à la plus groſſe ; comme il a été démontré par le ſçavant M. Hugens dans ſes Loix du Mouvement, & depuis lui par M. Carré.

L'on peut donc conclure que les ſeules matieres qui compoſent la Poudre, étant miſes en mouvement par le feu deviennent capables de contribuer par leur choc aux grands effets qu'elle produit : mais je ne crois pas qu'il ſoit poſſible de réduire au calcul la part qu'elles y ont, parce que l'on ne connoît point la proportion des diverſes parties des matieres qui compoſent la Poudre, ni celles des corps ſur leſquels elle agit.

II. Examinons maintenant l'effort que l'air enfermé dans les grains de Poudre, & celui qui remplit tous les petits intervalles que ces grains laiſſent entr'eux, eſt capable de produire par ſon reſſort lorſqu'il ſe dilate par l'action du feu. L'experience a fait connoître que le reſſort de l'air devient capable par la chaleur de l'eau boüillante de ſoûtenir un poids d'un tiers plus grand que celui qu'il ſoûtient dans un degré de chaleur temperé.

Je ſuppoſe qu'un certain volume de Poudre renferme autant d'air tant dans ſes pores que dans les intervalles de ſes

ses grains, qu'il contient de matieres propres de la Poudre ; ainsi deux pieds cubes de Poudre qui pesent environ 140 liv. renferment un pied cube d'air. Si l'on conçoit une Mine chargée de 140 liv. de Poudre, & que l'ouverture de cette Mine soit d'un pied quarré, l'air renfermé dans cette Mine soûtient par la pression de l'air exterieur avec lequel il est en équilibre un poids de plus de 2200. liv. qui est le poids d'un prisme de mercure, qui auroit un pied quarré de base, & 28 pouces de hauteur. Si on communiquoit à cet air ainsi renfermé dans la Mine un degré de chaleur égal à celui de l'eau boüillante, il deviendroit capable de soûtenir par son ressort un poids d'environ 2900 liv. c'est à dire d'un tiers plus grand qu'auparavant ; ainsi si le poids qui résiste à l'effort de cet air est moindre que 700 liv. il sera enlevé. Et si l'on suppose que l'action du feu imprime à l'air un degré de chaleur 100 fois plus grand que celui qu'il reçoit de l'eau boüillante, il deviendra capable de soûtenir un poids 100 fois plus grand. Dans ce cas un pied cube d'air soûtiendroit un poids de prés de 290000 liv.

L'on a supposé que l'action du feu n'augmente la force du ressort de l'air que 100 fois plus que la chaleur de l'eau boüillante : mais il y a apparence qu'il l'augmente considerablement davantage ; car il est constant que la force du ressort de l'air chargé, augmente dans le même raport qu'il augmenteroit son volume, s'il n'étoit point chargé ; ainsi l'air n'augmenteroit son volume par la chaleur de l'eau boüillante que d'un tiers : mais la poudre allumée, par les Experiences de M. Amontons, augmente 4000 fois son volume, & l'on doit penser que l'air renfermé dans la poudre a une grande part à cette augmentation, ce que je ne crois pas cependant que l'on puisse déterminer exactement.

Quoiqu'il en soit, sans avoir égard au mouvement que peut produire le choc des differentes matieres dont la Poudre est composée, parceque l'on ne peut les raporter au calcul ; & supposant seulement que l'action du feu

augmente la force du ressort de l'air 100 fois plus que la chaleur de l'eau boüillante, on vient de faire voir qu'un pied cube d'air renfermé dans deux pieds cubes de Poudre, est capable de soûtenir un poids de prés de 290000 liv. mais cet effort se faisant de toutes parts contre la superficie de tous les corps qui entourent la Poudre, comme d'un centre à la circonference, cet effort se partage entre tous ces corps; de sorte que si l'on supposoit une Mine cubique & dont les six faces cedassent également, chacune des faces de la Mine soûtiendroit la sixiéme partie de tout l'effort de la Poudre qu'elle renferme; ainsi dans la supposition précédente chaque face soûtiendroit un poids d'environ 48000 liv. mais s'il y avoit cinq faces de cette Mine immobiles, l'effort se feroit tout entier sur la sixiéme qui soûtiendroit alors le poids entier de 290000 liv. Cet effort est beaucoup plus grand que celui que l'on trouve par experience, puisque 140 liv. de Poudre n'enlevent qu'environ 30000 liv. pesant de terre, comme il résulte des Experiences que l'on donnera dans la suite.

La raison de cette difference vient de plusieurs causes. 1°. De ce que la Poudre ne s'allumant pas toute à la fois, l'action de la premiere allumée a fini, ou au moins a diminué considerablement lorsque la seconde fait son effort.

2°. Une partie de cet effort se perd par le canal qui porte le feu dans la Mine, & par les pores des matieres qui entourent les Mines. L'experience fait connoître que dans des contre-Mines éloignées de 15 à 20 pieds des Mines qui ont joüé, on y sent une odeur tres forte de Poudre brûlée insuportable, & même que la fumée s'y communique au travers des terres.

3°. La tenacité des parties à détacher est un obstacle à vaincre; de sorte qu'il faut un plus grand effort pour enlever par exemple 1000 liv. de vieille maçonnerie bien liée, que pour en enlever la même quantité de nouvelle ou mal liée, parce qu'outre le poids à enlever il y a encore cette liaison à rompre.

4°. Il ne s'agit pas seulement de soûtenir le poids des terres, mais une grande partie de l'effort de la Poudre est emploïée à les enlever avec une certaine vitesse.

5°. La résistance de l'air environnant est encore un obstacle à surmonter, auquel on n'a point d'égard dans la pratique, quoiqu'il soit tres-considerable & peut être le plus considerable de tous.

III. Pour se former une idée nette de la maniere dont la poudre agit sur un corps, supposons un canon immobile posé verticalement la bouche en haut d'une longueur indéfinie, ou du moins assez long pour qu'un boulet y puisse faire tout le chemin que l'effort de la Poudre lui peut faire parcourir; & n'ayant point d'égard au frotement du boulet dans l'ame de ce canon, supposons qu'il s'applique immediatement sur la Poudre; & qu'il soit d'un calibre si parfait qu'il remplisse exactement l'ame du canon, ensorte que l'air ne puisse passer entre-deux; afin de considerer seulement ce qui arrive de la part de la résistance de l'air & de celle de l'effort de la Poudre.

Dans cette hypotese, si l'on met le feu à la poudre, elle s'allumera successivement, & le boulet ne partira point qu'il n'y en ait une assez grande quantité pour vaincre non-seulement le poids du boulet, mais encore celui de la colomne d'air qui s'appuïe dessus. De sorte que si le boulet est de six pouces de diametre, il pesera à peu prés 33 liv. & la colomne en pesera environ 440. Ainsi le boulet ne s'ébranlera point sensiblement que la quantité de la Poudre allumée ne puisse mouvoir un poids de 473 liv. La poudre continuant de s'allumer, elle augmentera successivement la vitesse de ce boulet, jusqu'à ce qu'il ait acquis sa plus grande vitesse, qui seroit la vitesse même des parties enflamées de la Poudre, si l'air ne résistoit point; mais comme les résistances de l'air que le boulet chasse augmentent dans la proportion des quarres des vitesses du boulet, il y a un certain terme où cette résistance devient égale au nouvel effort que le boulet reçoit de la part de la poudre; ainsi quand il y auroit da-

vantage de Poudre dans le canon, elle n'augmenteroit plus la viteſſe du boulet. Suppoſant donc qu'il n'y ait dans le canon que la quantité de Poudre neceſſaire pour lui communiquer la plus grande viteſſe qu'il puiſſe acquerir, l'effort de la Poudre diminuëra enſuite ſucceſſivement juſqu'à ceſſer entierement ; & alors ſi l'air ne réſiſtoit point au mouvement du boulet, il continuëroit de ſe mouvoir avec une viteſſe uniforme égale à ſa plus grande viteſſe acquiſe : mais l'air réſiſtant continuellement, la viteſſe du boulet diminuë dans chaque inſtant, enſorte qu'il y a un terme où ce qui reſte de l'impreſſion que la Poudre avoit donnée au boulet, eſt égale à la réſiſtance de l'air, & alors le boulet eſt immobile. Mais le poids de l'air & celui du boulet agiſſant alors ſur lui avec un effort de 473 liv. comme nous l'avons dit, il repouſſeroit le boulet au fond du canon en accelerant ſa viteſſe, comme font tous les corps peſants.

De ce que l'on a dit cy-deſſus l'on peut conclure,

1°. Que la meilleure Poudre (toutes choſes d'ailleurs étant égales) eſt celle qui s'enflame le plus promptement.

2°. Que l'ame du canon vers la culaſſe doit être telle qu'une plus grande quantité de Poudre s'y puiſſe enflamer avant que le boulet parte. C'eſt la raiſon pour laquelle les canons chambrés portent plus loin avec une égale quantité de Poudre, ou auſſi loin avec une moindre quantité que ceux dont l'ame eſt entierement cylindrique.

3°. Que dans un canon dont l'ame eſt cylindrique, d'une longueur donnée, il y a une quantité déterminée de Poudre qui chaſſe le boulet le plus loin qu'il eſt poſſible ; & cette quantité eſt celle qui a le tems de s'enflamer tandis que le boulet eſt dans le canon. Mais plus il y a de Poudre qui s'enflame dans le canon, plus il eſt en danger de crever, parcequ'il ſe fait un plus grand effort & plus long-tems continué contre ſes parois.

4°. Que plus la partie du canon que le boulet parcourt eſt longue, ſuppoſé qu'il n'acquiere point ſa plus grande viteſſe, plus l'on peut mettre de Poudre ; parceque le

boulet emploïant plus de tems à la parcourir, une plus grande quantité de Poudre a le tems de s'enflamer dont il reçoit l'impression. C'est apparemment ce qui fait que quelques canons fort longs, comme la Coulevrine de Nancy, portent beaucoup plus loin que les canons ordinaires de même calibre.

5°. Que la quantité de Poudre dont on charge un canon, & la figure de son ame étant déterminée, il y a aussi une longueur de canon la plus avantageuse qu'il soit possible; ensorte qu'une plus grande longueur diminuëroit la portée du boulet. Cette longueur est telle que le boulet sorte de la bouche du canon, lorsque toute la Poudre a fait son effort; & si la quantité de Poudre est indéterminée, cette longueur est telle que le boulet sorte de sa bouche lorsqu'il a acquis sa plus grande vitesse. C'est pourquoi les canons de nouvelle invention, dont l'ame vers la culasse est spherique ou spheroïde, dans lesquels la Poudre étant plus ramassée s'enflame plus promptement, sont moins longs que ceux dont toute l'ame est cylindrique.

6°. Que l'effort de la Poudre vers un certain côté est d'autant plus grand qu'elle trouve plus de résistance vers les autres; & qu'ainsi plus un canon recule difficilement, soit à cause de son poids, soit par quelques autres empêchemens, plus il poussera loin son boulet. La difficulté de transporter par terre des canons fort pesans, & les frais qu'il faut faire pour cela, font que l'on les fait les plus legers que l'on peut, pourvû qu'ils puissent résister à l'effort de la Poudre; mais l'on fait ordinairement les canons pour les Vaisseaux beaucoup plus pesants que ceux qui sont destinez pour servir à terre.

APPLIQUONS maintenant ce que l'on vient de dire de l'action de la Poudre en general, à son effort particulier dans les Mines.

Je suppose que l'on sçache ce que c'est qu'une Mine & ses differentes especes, comme Fourneaux, Fougasses &c.

Les précautions que l'on doit prendre pour la creuser, la charger, étançonner les galeries & rameaux qui y conduisent, les boucher, la maniere de disposer le saucisson qui y porte le feu : toutes ces choses sont assez bien décrites par ceux qui ont traité des Mines. C'est principalement pour déterminer leur disposition la plus avantageuse, & la quantité de Poudre dont elles doivent être chargées pour faire l'effet que l'on se propose, que l'on a été obligé de faire plusieurs experiences.

Les Mines se font ou en pleine terre, comme celles que les assiegés font pour faire sauter les batteries & les travaux des assiegeans, avant qu'ils soient logés sur le chemin couvert ; ou dans des terres élevées & isolées à droit & à gauche, comme pour faire breche à des remparts de terre ; ou pour faire sauter des murailles, qui peuvent être seches ou terrassées ; enfin on emploïe quelquefois les Mines pour rompre des rochers.

Toutes les Experiences ont fait connoître,

I. Que l'effet de la Mine se faisoit toûjours du côté le plus foible ; qu'ainsi la disposition de la chambre des Mines ne contribuoit point à déterminer cet effet d'un côté ou d'un autre, comme les Mineurs se l'étoient faussement persuadé.

II. Qu'il faut une quantité de Poudre plus ou moins grande selon l'inégalité du poids des corps que la Mine doit enlever, & selon l'inégalité de leur liaison, & le résultat de toutes les Experiences que l'on a faites pour connoître quelle quantité de Poudre l'on doit emploïer selon les differens corps, est qu'il faut pour chaque toise cube,

De terre remuée	9 ou 10 liv. de Poud.
De terre ferme & sable fort	11 ou 12 liv.
D'argille	15 ou 16 liv.
De maçonnerie nouvelle ou de peu de liaison	15 ou 20 liv.
De vieille maçonnerie bien liée	25 ou 30 liv.

III. Que l'ouverture d'une Mine qui a joüé en pleine

terre étant chargée à propos, se fait en cone, dont le diametre de la base est double de la hauteur prise depuis le centre de la Mine.

IV. Que lorsqu'une Mine est trop chargée, elle ne fait qu'un trou ou puits, dont l'ouverture superieure n'est gueres plus grande que celle de la chambre où étoit la Poudre.

V. Qu'outre l'effort de la Poudre contre les corps qu'elle enleve, elle foule encore & meurtrit toutes les terres qui l'avoisinent, tant au-dessous qu'aux côtés, & ces foulures ou meurtrissures s'étendent d'autant plus que ces matieres environnantes font moins de résistance.

POUR rendre raison de tous les effets résultans de ces Experiences, & déterminer ensuite la quantité de Poudre dont on doit charger les Mines, & leur disposition la plus avantageuse pour produire les effets que l'on se propose.

Concevons, 1°. Une Mine dont toutes les parties qui la renferment soient incapables de compression, & fassent une égale résistance, telle que seroit une bombe d'égale épaisseur partout, suspenduë en l'air ; il est évident que dans ce cas, outre la résistance du corps, il faut encore que l'effort de la Poudre surmonte le poids de l'air environnant ; & alors le corps se réduiroit en poussiere, ou du moins en tres-petits morceaux.

L'on remarquera en passant qu'une bombe ne differe de la Mine que l'on vient de supposer, qu'en ce qu'elle est un peu plus épaisse par le fond opposé à la fusée qu'ailleurs.

L'on fait le fond de la bombe plus solide que le reste pour deux raisons. Premierement afin que cette partie étant plus pesante soit tournée vers la terre lorsque la bombe tombe, de crainte qu'elle ne se brise par son choc contre les corps qu'elle rencontre. Secondement afin qu'elle ne tombe point sur la fusée, ce qui pourroit l'éteindre ; l'un ou l'autre cas arrivant, la bombe ne feroit point le principal effet auquel elle est destinée, qui est de

porter le feu dans les magazins des ennemis, aprés avoir rompu par ſa chute les voutes ou planchers des lieux qui les renferment.

On emploïe auſſi dans pluſieurs occaſions des bombes dans les Mines, comme pour faire ſauter les contreforts des murailles d'un rempart, lorſque l'on veut faire breche à un rempart revêtu, & dans les fougaſſes que l'on fait pour la défenſe des dehors d'une place.

Propoſons-nous en ſecond lieu une Mine dont tous les corps environnans ſoient égallement capables de compreſſion, & réſiſtent avec des forces égales de toutes parts. Alors le premier effet de la Poudre enflammée ſeroit de fouler & comprimer également tous ces corps, & ils ne ſeroient écartés & détachés que lorſque par leur compreſſion ils deviendroient capables de réſiſter à ſon effort; de ſorte que la Poudre y pourroit être en ſi petite quantité, que tout ſon effet ſe termineroit à la ſeule compreſſion des corps environnans. C'eſt la raiſon pourquoi l'on renferme la chambre d'une Mine que l'on fait dans les terres de forts madriers bien étançonnés ; quelquefois même on la maçonne, afin que les parties environnantes réſiſtent davantage. Il eſt aiſé de concevoir que ſi les corps environnans la chambre d'une Mine, telle que l'on vient de la ſuppoſer, étoient inégalement capables de compreſſion, au lieu que dans le premier cas la compreſſion s'étendoit également en ſphere, elle s'étendroit inégalement dans le ſecond cas.

Enfin ſi l'on conçoit une Mine dont tous les corps environnans ſoient également capables de compreſſion, mais qu'il y ait moins de réſiſtance d'un côté que d'un autre, comme il arrive à toutes les Mines que l'on fait dans les terres, il ſe fera d'abord une ſphere de compreſſion, dont le diametre ſera d'autant plus grand que la partie la plus foible réſiſtera davantage à être enlevée ; ſurquoi l'on peut remarquer trois choſes :

Premierement, ſi l'effort de la Poudre eſt tres-grand par raport à la réſiſtance du côté foible, la compreſſion s'étendra

s'étendra peu ; & cette partie sera enlevée si promptement, que les parties voisines n'ayant pas le tems de s'ébranler, il ne fera qu'un trou ou puits dont le diametre sera à peu prés égal à celui de la chambre de la Mine, & dont les terres seront poussées fort loin. C'est ce qui arriva au siege de Veruë fait par M. de Vendôme. Les assiegés firent joüer deux Mines apparemment trop chargées pour faire sauter des batteries qui les incommodoient : ces Mines firent des puits dans lesquels l'assiegeant fit des logemens où il fut à couvert.

Secondement, si la Mine est trop peu chargée, elle ne fait qu'une simple compression, ou au plus un petit soulevement vers la partie la plus foible, comme il vient d'arriver au siege de Ciudad Rodrigo.

Enfin si la Mine est chargée d'une quantité de Poudre qui soit entre ces deux extremités, elle enlevera un cone de terre, dont le diametre de la base aura un raport plus ou moins grand à sa hauteur depuis le centre de la Mine, selon que l'effort de la Poudre sera plus ou moins grand. Et l'effet le plus avantageux est lorsque le diametre de la base de ce cone est double de sa hauteur : alors les terres enlevées retombant presque toutes dans le trou de la Mine, l'ennemi n'en peut profiter pour s'y établir. C'est pour produire cet effet que l'on a déterminé par des experiences la quantité de Poudre necessaire par raport aux differens corps que l'on doit enlever par les Mines.

Il faut donc pour charger une Mine ensorte qu'elle fasse l'effet le plus avantageux qu'il est possible, sçavoir le poids des matieres qu'elle doit enlever ; c'est à dire qu'il faut trouver la solidité du cone droit, dont la base est double de la hauteur de la terre au-dessus du centre de la Mine, ce qui est aisé à trouver par les regles que la Geometrie prescrit ; on en ôtera, si l'on veut, le petit cone compris dans la chambre de la Mine : mais ce sont des minuties de nulle consequence, & l'on peut même prendre pour la solidité de ce cone le cube de sa hauteur ; ces solidités sont assez approchantes pour ne causer aucune

difference sensible dans l'effet de la Mine. Ayant trouvé la solidité de ce cone en toises cubes, on multipliera le nombre de ces toises par le nombre des livres de Poudre necessaires pour enlever les matieres qu'il renferme, que l'on a marqués dans les Experiences; & si le cone à enlever renferme des corps de differens poids, on prendra un poids moïen entre tous, ayant aussi égard à ceux qui ont plus de liaison. Il vaut generalement mieux mettre un peu plus de Poudre que d'en mettre moins.

Quant à la disposition des Mines, on doit observer pour regle generale que la partie vers laquelle on veut déterminer son effet soit la plus foible. Nous n'entrerons point icy dans le détail de cette disposition, elle varie selon la diversité des circonstances dans lesquelles on les emploïe, & des effets que l'on veut qu'elles produisent; outre qu'il est aisé de la conclure des principes que l'on vient d'établir.

ECLAIRCISSEMENT

Sur la composition des differentes especes de Vitriols naturels, & explication Physique & sensible de la maniere dont se forment les Ancres vitrioliques.

PAR M. LEMERY le fils.

1707. 12. Novembre.

LEs remedes dont on se sert communément & avec succés dans la pratique de Medecine, ne peuvent être trop étudiez, ni trop connus. Le Vitriol y étant dans un grand usage, tant interieurement qu'exterieurement, je me suis appliqué par plusieurs experiences & observations à découvrir la composition particuliere des differentes especes de mineral; & comme une connoissance en amene souvent une autre, le premier fruit de mon travail sur les Vitriols a été une explication Physique & tres-

naturelle de la maniere dont se forment les Ancres vitrioliques : mais quelque vrai-semblable que me parut d'abord cette explication, comme elle n'avoit particulierement été imaginée que sur la connoissance du Vitriol, sans avoir autant examiné la nature des matieres vegetales propres à agir sur ce mineral, & à produire les Ancres dont il s'agit ; j'ay fait plusieurs autres experiences pour verifier mon explication, & j'ay tâché de ne rien avancer qui ne fut fondé & établi sur des faits.

Le Vitriol peut être divisé en cinq especes, qui different entr'elles par leur couleur ; sçavoir, le Vitriol verd, celui qui tire un peu sur le bleu, le Vitriol blanc, le Vitriol rouge, & enfin celui qui est veritablement bleu, & qui est appellé Vitriol de Cipre ou d'Hongrie.

J'ay déja fait voir dans un Memoire lû le 14 Avril 1706, que le Vitriol verd poussé par le feu donnoit un acide, & une matiere noire & ferrugineuse que l'aiman attiroit entierement, & avec la derniere facilité. J'ay aussi prouvé dans le même Memoire que le vitriol artificiel fait avec la limaille de fer & l'esprit de vitriol, ressembloit parfaitement au Vitriol verd naturel, & qu'étant analysé de la même maniere, il rendoit des substances semblables. Ces deux épreuves fondées sur la décomposition & la récomposition du même mineral, montrent évidemment qu'il est effectivement composé d'acide & de fer. Voïons si les autres Vitriols n'ont rien de particulier.

Je commence par celui qui tire un peu sur le bleu. Sa couleur a fait croire qu'il participoit du cuivre ; & ce qui a encore confirmé cette opinion, c'est que quand on en frote une lame de coûteau, il la rougit. J'ay distilé ce Vitriol, j'en ay eu un esprit & une huile qui ne different point essentiellement des liqueurs qui viennent du vitriol verd. J'ay ensuite poussé par un feu de fonte la matiere restée dans la cornuë, & quand elle a été tout à fait dépoüillée de ses acides, j'y ay presenté une lame d'acier aimantée qui en a également attiré toutes les parties. J'ay fait plusieurs experiences pour découvrir s'il n'y avoit

point de cuivre caché dans cette matiere, mais je n'en ay point découvert ; je ne conclus pourtant pas delà qu'il n'y en a point, puisque ce Vitriol donne des marques de cuivre, & qu'il se peut faire que pendant mon operation le cuivre qui vrai-semblablement étoit en petite quantité, se soit uni intimement par la violence du feu à toute la matiere ferrugineuse, & n'ait plus été reconnoissable. Toute la consequence que je tire de mon experience, c'est que le fer faisoit la base principale du Vitriol dont il s'agit; car si le cuivre y eut été en aussi grande quantité que le fer, outre qu'il y en auroit toûjours eu quelques parties qui se seroient fait reconnoître aprés la fonte de la matiere, ce metal auroit encore donné au vitriol une couleur bien plus bleuë que celle qu'il a naturellement, comme je l'ay remarqué en dissolvant une égale quantité de cuivre & de fer, & mêlant ensemble les deux dissolutions, dont l'assemblage étoit tres-bleu.

J'ay examiné avec la même attention le Vitriol blanc, & le Chalcitis ou Vitriol rouge, & ils m'ont donné précisément les mêmes substances que le Vitriol verd ; ce qui est aisé à concevoir dés qu'on fait attention que ces vitriols ne different point essentiellement du vitriol verd, auquel il est aisé de donner une couleur blanche & une couleur rouge, sans rien ajoûter à sa composition.

Voilà donc quatre Vitriols dont la base principale est du fer, & dont la difference est tres-peu considerable. Il n'en est pas de même du Vitriol de Cipre ; car au lieu que les Vitriols Romains, d'Angleterre & d'Allemagne deviennent d'abord gris blancs par l'action du feu, & ensuite rouges comme du sang ; celui-ci calciné par un bon feu & un assez long tems, n'a jamais acquis qu'une couleur noirâtre en dessous, & jaune en dessus ; j'ay mis cette masse calcinée dans un creuset d'Allemagne que j'ay placé dans un fourneau de forges ; j'ay poussé la matiere par une derniere violence de feu, & au lieu que le colcotar des autres Vitriols acquiert par la même operation une couleur noire, & s'attache ensuite tres-aisément à une la-

me d'acier aimantée, la masse au contraire du Vitriol bleu est devenuë grise en dessus, rougeâtre en dessous, s'est fonduë beaucoup plus vîte & plus parfaitement, & s'est fortement attachée au creuset ; j'en ay separé une portion que j'ay réduit en poudre ; j'ay presenté une lame aimantée à cette poudre, dont aucunes parties n'ont été enlevées, ce qui marque qu'il n'est point entré de fer dans la composition du Vitriol de Cipre, ou du moins qu'il en est entré tres-peu. Sa base principale, par l'examen que j'en ay fait, m'a paru être du cuivre mêlé peut-être à quelqu'autre matiere metallique ou minerale. On prétend que ce Vitriol est artificiel : mais quoiqu'il en soit, je ne voudrois pas en faire prendre interieurement, à cause du cuivre qu'il contient, & dont l'experience n'a que trop souvent prouvé les mauvais effets.

Voilà ce que j'ay remarqué de plus essentiel sur la composition des differens Vitriols; je passe presentement aux Ancres vitrioliques.

Tout le monde sçait que la noix de galle mêlée avec le Vitriol, produit sur le champ une Ancre tres-noire, & dont on se sert communément pour écrire ; on sçait encore qu'un des meilleurs moïens pour découvrir tout d'un coup & sans analyse s'il y a du Vitriol dans quelque matiere où l'on en soupçonne, c'est d'y verser de la teinture de noix de galle, ou celle de quelqu'autre matiere de même nature ; car s'il en résulte une couleur noire, c'est un indice de Vitriol.

En comparant cet effet du Vitriol à celui de la limaille de fer, versée sur plusieurs sucs de vegetaux qu'elle rend aussi noirs que l'Ancre commune, je me suis imaginé que le Vitriol n'étoit propre à faire de l'Ancre, que parcequ'il contient du fer, qui revivifié dans sa couleur naturelle, produit une espece de teinture ferrugineuse d'autant plus noire, que les parties de ce metal ont été fortement attenuées par les acides vitrioliques ; car je feray voir une autre fois en parlant des differentes teintures du fer, que sa couleur noire augmente fort considerablement, &

qu'elle devient tres-foncée quand il a été réduit, & divisé en une poussiere subtile par une manipulation particuliere.

Si mon raisonnement sur le principe ou le metal auquel j'attribuë la noirceur des Ancres vitrioliques est juste & veritable, les quatre Vitriols naturels, dont l'analyse m'a appris que la base étoit une matiere noire & ferrugineuse, & en general toutes les dissolutions de fer faites par les esprits de nitre, de sel, de Vitriol, d'alun, de souffre & de vinaigre, doivent faire de l'Ancre avec la noix de galle, ce que j'ay aussi reconnu par experience. Suivant ce même raisonnement le Vitriol de Cipre qui ne m'a donné aucune marque de fer, & toutes les dissolutions de cuivre, ne doivent point faire de l'Ancre avec la noix de galle, ce qui est encore conforme à l'experience.

Voici encore deux experiences qui confirment mon sentiment sur la matiere qui donne la couleur noire aux Ancres vitrioliques.

J'ay examiné séparément les deux substances dont le Vitriol propre à faire de l'Ancre est composé, sçavoir son acide, & sa base qui est du fer; j'ay versé de la teinture de noix de galle sur de l'esprit de Vitriol, qui n'en a reçû aucun changement; j'ay ensuite versé de cette teinture sur de la limaille de fer, qui dans un espace de tems assez mediocre a fait une Ancre fort noire; d'où il me paroît que j'ay tout lieu de conclure que c'est le fer contenu dans le Vitriol qui en se revivifiant donne la noirceur aux Ancres vitrioliques; reste à sçavoir par quelle mécanique se fait cette revivification.

L'idée la plus naturelle qui se presente d'abord, c'est que la noix de galle ou les autres matieres semblables agissent sur le Vitriol comme des absorbans, c'est à dire qu'elles se chargent de sa partie acide, & que le fer du Vitriol dépoüillé par ce moïen des acides qui cachoient sa couleur propre, reparoît dans cette couleur qu'il communique à toutes les parties du liquide, en les couvrant & s'y soûtenant de la même maniere qu'il fait dans

plusieurs autres liqueurs vegetales.

Une preuve que les acides du Vitriol passent du fer dans les pores de la noix de galle, & que c'est ce passage qui donne lieu à la couleur noire, c'est que si aprés que l'Ancre est faite on y verse quelques goutes d'esprit de Vitriol, les parties ferrugineuses de la liqueur reçoivent & admettent dans leurs pores les nouveaux acides qui se presentent, ce qu'elles n'auroient pû faire si les anciens acides n'en eussent pas été détachez ; & par ce moïen le fer dissous une seconde fois, & redevenu vitriol, ne peut plus donner en cet état de couleur noire, aussi s'éteint-elle absolument dans la liqueur.

C'est par la mécanique qui vient d'être expliquée que les verjus, qui est un acide, enleve de dessus le linge les taches d'ancre qui s'y sont formées, & qui sans ce secours y resteroient d'autant plus opiniâtrement, que le fer qui fait la matiere de ces taches est un metal fort gras & fort sulphureux, & qui par-là tient fortement aux corps où il a été étendu, & où ses parties rameuses l'ont accroché.

Il suit assez clairement de tout ce qui a été dit, que la noix de galle & les autres matieres semblables sont de veritables absorbans, & qu'elles agissent comme telles sur le vitriol ; & pour prouver encore que ces matieres ont effectivement la qualité absorbante que je leur attribuë, c'est qu'aprés en avoir fait plusieurs décoctions, & en avoir versé sur differentes dissolutions de metaux, ils ont été précipitez de même que quand on se sert pour cela du sel de tartre, de l'esprit de sel ammoniac, de l'eau de chaux, ou de quelqu'autre absorbant pareil. Mais il est bon de remarquer que comme la noix de galle mêlée avec le Vitriol fait une Ancre bien plus noire que la plûpart des autres matieres vegetales de même nature, aussi précipite-t-elle mieux & plus abondamment les metaux.

Peut-être, me dira-t-on : Si la noix de galle agit sur les metaux dissous, comme l'huile de tartre, l'eau de chaux, & les autres absorbans pareils ; pourquoy ces absorbans-là ne font-ils pas aussi de l'Ancre quand on les mêle avec du vitriol ?

Je réponds que la noix de galle agit comme ces absorbans, mais que son action est encore plus efficace que la leur ; car au lieu que ces absorbans mêlez avec le Vitriol s'unissent seulement à ses acides, & produisent avec eux un coagulum verdâtre, la noix de galle non-seulement s'unit aux acides de ce mineral, mais encore les détache des pores du fer. La raison de cette difference consiste en ce que ces absorbans sont purement salins ou terreux, & que les parties absorbantes de la noix de galle sont unies intimement à des parties sulphureuses qui en augmentent la force & la vertu, & qui sont propres elles-mêmes à absorber les acides. On n'aura aucun lieu de douter de cette explication, si je prouve que les mêmes absorbans salins & terreux dont il a été parlé, & qui sont reconnus par l'experience incapables de faire de l'Ancre avec le Vitriol deviennent propres à cet effet, en les unissant intimement à des souffres. C'est ce que l'on va voir par les deux experiences suivantes.

J'ay fait fondre dans beaucoup d'eau, des scories de regule d'antimoine simple & sans mars, j'ay eu une liqueur claire, chargée d'un sel alkali, & des souffres brûlans de l'antimoine qui se font bien sentir dans la liqueur par la mauvaise odeur qu'ils lui communiquent. J'ay versé de cette liqueur sur la dissolution de Vitriol, & il s'est fait aussi-tôt une Ancre fort noire.

J'ay ensuite versé de l'eau chaude sur un mêlange de chaux & d'orpiment, & aprés cinq ou six heures j'ay eu une eau de chaux suffisamment chargée des souffres de l'orpiment, qui s'y faisoient sentir comme ceux de l'antimoine dans la liqueur précedente. J'ay versé de cette eau de chaux & d'orpiment sur de la dissolution de vitriol, & il s'est encore fait une Ancre.

Aprés cela je croy être en droit d'assurer qu'il faut un absorbant sulphureux pour faire de l'Ancre, & que la noix de galle & en general toutes les matieres qui produisent cet effet, sont des absorbans sulphureux. Ce sentiment paroît encore confirmé par la connoissance du

fer ;

fer ; car ce metal étant tres-sulphureux, & étant par cela même tres-propre à recevoir & à retenir dans ses pores les acides qui s'y sont introduits, comme plusieurs experiences que j'ay données dans d'autres Memoires le font assez connoître, il faut que le corps qui lui dérobe & lui enleve ses acides soit du moins aussi propre que le fer même à les recevoir, & par consequent qu'il soit aussi tres-sulphureux.

Ce passage des acides du Vitriol dans les pores de la noix de galle, ou des autres matieres semblables, pourroit être comparé à ce qui arrive quand on verse une dissolution d'argent faite par l'esprit de nitre, sur une plaque de cuivre ; car alors les acides du nitre trouvant un metal sulphureux bien plus propre à les recevoir que n'est l'argent, ils s'insinuënt & se logent insensiblement dans ses pores, & à mesure qu'ils s'y enfoncent, ils se dépoüillent des parties de l'argent dont ils étoient revêtus, & qui tombent au fond de la liqueur.

Peut-être m'objectera-t-on que si les acides du Vitriol sortoient du fer, comme ceux du nitre sortent de l'argent, le fer se précipiteroit comme l'argent, & il ne se soûtiendroit pas comme il fait dans toute l'étenduë du liquide dont il colore également le haut & le bas.

Je réponds que quoique la maniere dont les acides passent d'un corps dans un autre soit semblable dans l'un & dans l'autre cas, cependant les suites n'en sont pas toûjours les mêmes ; ce qui vient & de la difference des metaux qui perdent leurs acides, & de la diversité des corps qui les leur enlevent. Car 1°. le fer se dissout & se soûtient dans presque toutes sortes de liqueurs ; ce qui n'arrive point à l'argent, & ce qui est à remarquer dans la comparaison des deux experiences dont il s'agit. En second lieu dans l'experience de l'argent, quand le cuivre lui a enlevé les acides qui le soûtenoient dans le liquide, il n'y trouve plus rien qui soit capable de le soûtenir contre son propre poids. Au lieu que la noix de galle qui est une matiere vegetale, contient toûjours des parties hui-

leuſes & gluantes, qui ſervent comme de colle pour arrêter la poudre du fer, & pour l'empêcher de ſe précipiter. Cependant il m'eſt ſouvent arrivé qu'aprés avoir fait de l'Ancre vitriolique avec d'autres matieres vegetales que la noix de galle, & avoir enſuite laiſſé repoſer la liqueur, la poudre du fer s'eſt précipitée au fond du vaiſſeau, & le haut du liquide eſt devenu clair & tranſparent. Or en ce cas-cy il eſt arrivé la même choſe en tout que dans l'experience de l'argent & du cuivre, & cela comme je le conjecture, parceque les matieres vegetales emploïées au lieu de la noix de galle ne contenoient pas la glu neceſſaire pour ſoûtenir & pour arrêter la poudre du fer. Cet explication paroît confirmée, parceque j'ay remarqué qu'en ajoûtant au dernier mêlange, dont il a été parlé, des parties gluantes, comme celles de la gomme Arabique, la poudre du fer ne ſe précipite point, & toute la liqueur conſerve ſa couleur noire.

J'ay dit dans ce Memoire que la teinture de noix de galle faiſoit tout d'un coup une Ancre avec le Vitriol, & qu'il lui falloit un peu de tems pour en faire avec la limaille de fer. La raiſon en eſt que cette limaille contient des parties groſſieres, qu'il faut que la teinture de noix de galle commence par diviſer, pour les pouvoir enſuite enlever & ſoûtenir : au lieu que cette teinture trouve dans la ſolution du Vitriol, un fer non-ſeulement diviſé par les acides de ce mineral en une pouſſiere tres-ſubtile, mais encore tout étendu & diſperſé dans le liquide, & par conſequent tout prêt à le colorer de ſa propre ſubſtance, dés que les acides en ſeront ſeparez.

Mais, me dira-t-on : Si la teinture de noix de galle trouve dans le Vitriol les parties du fer toutes diviſées, elle trouve auſſi des acides, dont il faut qu'elle débarraſſe le fer du Vitriol, ce qu'elle ne trouve point dans la limaille de fer. Cela étant l'Ancre vitriolique ne ſe devroit point faire plus vîte que l'Ancre de la limaille.

Je réponds que comme la noix de galle eſt un puiſſant abſorbant, elle a bien plus de facilité & par conſequent

elle emploïe bien moins de tems à ſe charger des acides du Vitriol, qu'à diviſer & à enlever les parties de la limaille.

Je finirai ce Memoire par quelques obſervations que j'ay faites ſur differentes matieres, & qui ſemblent encore s'accorder parfaitement avec ce que j'ay avancé ſur la nature des vegetaux propres à faire de l'Ancre avec le Vitriol.

Ces obſervations ſont, 1°. Qu'aprés avoir fait un grand nombre de teintures de differens vegetaux, & les avoir mêlées avec du Vitriol, tous ceux qui m'ont paru les plus propres à faire de l'Ancre, ſont dans la claſſe des remedes aſtringens d'une certaine eſpece, c'eſt à dire de ceux qui ſont reconnus par l'experience propres à donner plus de conſiſtance aux liqueurs, à fortifier les parties, & à mortifier les aigres qui les irritoient, & les picottoient trop fortement. Tels ſont l'écorce de Grenade, les Balauſtes, le Sumac, les Roſes, les Glans, les feüilles & le bois de Chêne, la noix de Galle & pluſieurs autres. Or il eſt certain que la vertu aſtringente de ces vegetaux ſe conçoit parfaitement en leur ſuppoſant des parties abſorbantes & ſulphureuſes, comme je croi l'avoir prouvé.

En ſecond lieu j'ay fait pluſieurs infuſions & diſſolutions de purgatifs, comme du Senné, de la Manne, de l'Agaric, du Jalap, de la Coloquinte, du Tabac, des racines d'Ellebore blanc & noir, & aucune de ces liqueurs mêlées à la diſſolution du Vitriol n'a produit de couleur noire, ni même rien qui en approchât ; ce qui eſt encore conforme à nôtre raiſonnement : car ces purgatifs bien loin d'avoir des parties abſorbantes, comme les aſtringens dont je viens de parler, ſont chargez de ſels vifs & actifs par le moïen deſquels ils picottent, & produiſent leur action.

En troiſiéme lieu comme la Rubarbe & les Mirabolans ſont de doux purgatifs, qui aprés avoir produit leur action de purgatif reſſerrent & fortifient, ce qu'on attribuë communément à des parties terreuſes & abſorbantes ; j'ay

voulu voir si l'infusion de ces deux vegetaux feroit quelque effet sur le Vitriol, & elles ont effectivement produit un Ancre.

Quoique les observations qui viennent d'être rapportées semblent prouver que les matieres vegetales qui font de l'Ancre avec le Vitriol ont une vertu astringente, cependant je ne propose ce sentiment que comme une conjecture que je verifierai par d'autres observations : mais si dans la suite il se trouvoit veritable, il auroit son utilité, puisqu'il pourroit quelquefois servir de regle pour découvrir par le secours du Vitriol, si certains vegetaux inconnus ou peu connus ont une vertu astringente.

Mais si le mêlange du Vitriol avec certains vegetaux peut quelquefois faire connoître leur vertu medicinale, le mêlange des absorbans sulphureux avec le Vitriol peut aussi servir sans le secours de l'analyse à découvrir les substances qui sont entrées dans la composition de ce mineral. Car premierement j'ay fait voir que les Vitriols naturels qui contiennent du fer sont propres à faire de l'Ancre, & que le Vitriol de Cypre qui n'en contient point ne produit point cet effet : d'où l'on peut conclure que tout Vitriol qui mêlé avec la noix de galle fait de l'Ancre, contient réellement du fer.

En second lieu j'ay fait differens Vitriols, les uns avec du fer & differentes doses de cuivre, les autres avec du fer tout pur. J'ay mêlé séparément tous ces Vitriols avec la solution des scories de regule d'antimoine, & il s'est fait plusieurs Ancres que j'ay comparées les unes aux autres, & avec chacune desquelles j'ay écrit sur du papier ; j'ay remarqué que la plus noire étoit celle du Vitriol où le fer seul étoit entré, & que les autres Ancres avoient une couleur rouceâtre plus ou moins forte suivant la quantité du cuivre qui avoit été emploïé dans la composition de leur Vitriol. J'ay fait la même experience sur plusieurs Vitriols naturels dont l'analyse n'y fait appercevoir que du fer, & comme quelques-uns de ces Vitriols m'ont donné une Ancre un peu rouceâtre & moins noire

que celle du Vitriol purement ferrugineux, il y a lieu de croire que ces Vitriols contiennent effectivement un peu de cuivre.

Voilà des regles assez faciles pour découvrir tout d'un coup les differentes substances dont le Vitriol est composé ; ce qui prouve que des experiences qui ne paroissent que curieuses, peuvent avoir leur utilité suivant l'usage qu'on en sçait faire.

NOUVELLE CONSTRUCTION DES PERTUIS.

PAR M. DE LA HIRE.

1707. 3. Decembre.

LEs Pertuis se font ordinairement sur de petites rivieres qui n'ont qu'une pente mediocre avec peu d'eau, & l'on barre la riviere en quelque endroit commode pour laisser amasser une assez grande quantité d'eau au-dessus pour porter bateau ; & lorsque les bateaux sont arrivez aux Pertuis, on l'ouvre promptement, & les bateaux passent alors par le Pertuis, étant soûtenus par l'eau ramassée.

La maniere la plus ordinaire de fermer les Pertuis qui est fort simple & qui coûte peu, est de placer plusieurs pieces de bois quarré contre un seüil arrêté en travers sur le fond de la riviere, & par le haut contre une autre piece de bois qui traverse aussi la largeur de la riviere & qui est parallele au seüil, mais qui se meut aisément par l'une de ses extremités sur une grosse cheville, & par l'autre extremité elle s'arrête contre quelque corps solide & ferme, quand elle est dans la situation parallele au seüil. Toutes les pieces de bois qui ferment le Pertuis, & qui sont appliquées contre le seüil & contre la traverse du haut s'appellent *Aiguilles*, & elles n'y sont retenuës & arrêtées que par l'eau qui s'éleve peu à peu dans le ca-

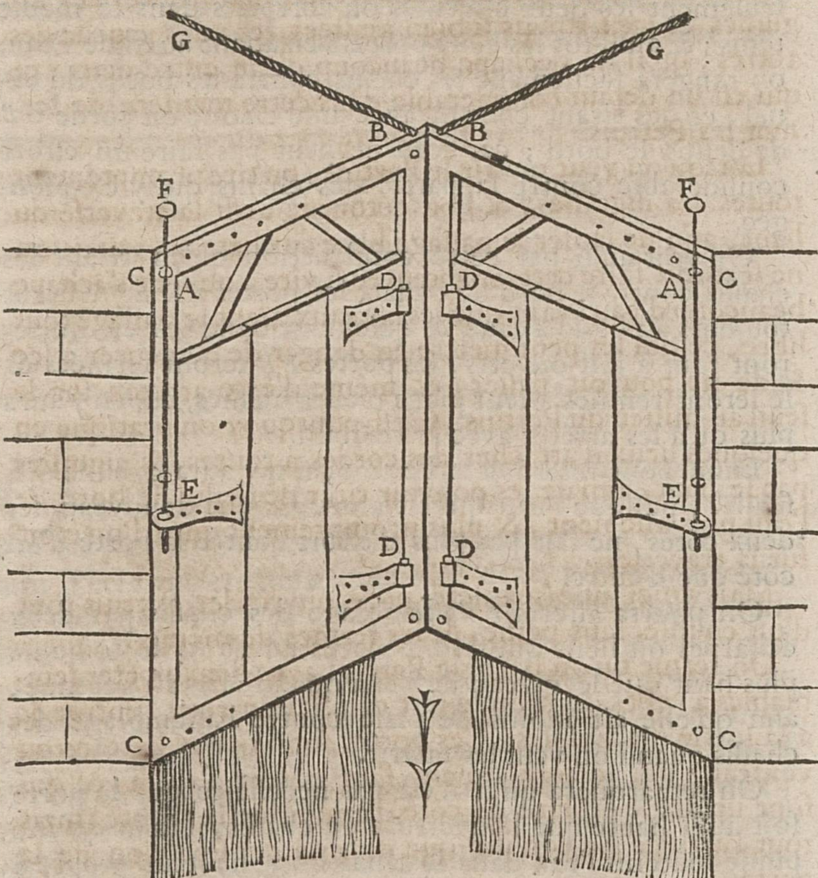
nal de la riviere au-dessus du Pertuis : mais toutes ces aiguilles ne sont jamais si bien ajustées les unes proche des autres, qu'il ne s'échape beaucoup d'eau entre-deux ; ce qui est un défaut considerable dans cette maniere de fermer les Pertuis.

Lorsqu'on veut ouvrir le Pertuis, on tire promptement toutes les aiguilles, & l'on détourne aussi la traverse du haut, afin de laisser le passage libre aux bateaux ; mais on ne sçauroit faire cette manœuvre si vîte, qu'il ne s'achape beaucoup d'eau avant que les bateaux aïent le passage tout libre, ce qui les peut mettre en danger de demeurer à sec & de ne pouvoir passer, & même d'être arrêtez sur le seüil au milieu du Pertuis. C'est-pourquoy on pratique en quelques lieux d'attacher des cordes à toutes les aiguilles par le haut, afin de les pouvoir tirer de dessus le bord de l'eau plus aisément, & plus promptement que si l'on étoit sur la traverse.

Mais voici une maniere pour ouvrir les Pertuis tout d'un coup & sans peine, & les fermer de même.

On ferme ou on barre le Pertuis avec deux portes semblables à celles dont on se sert ordinairement à l'entrée & à la sortie des Ecluses. Ces portes sont à deux battans ou venteaux qui se soûtiennent l'un contre l'autre, & qui font un angle saillant du côté d'amont de la riviere : mais tout l'artifice ne consiste que dans la construction de la porte.

Chaque battant ou venteau *AB* n'est qu'un chassis de pieces de bois assemblées, & assez fortes pour l'usage & pour le lieu. Ces chassis sont arrêtez pour tourner sur leurs gonds en *C* dans les piés-droits ou jambages qui sont aux deux côtés du Pertuis à l'ordinaire des portes, & ils s'ouvrent du côté d'amont l'eau : mais les veritables portes qui ferment les ouvertures des chassis sont arrêtées sur leurs gonds en *D* aux traverses montantes des chassis, lesquelles se doivent joindre ou rencontrer quand les portes sont fermées, & ces portes s'ouvrent du côté de l'aval de l'eau au contraire des chassis. Elles ont vers *E*



chacune une espece de loquet, ou bien un moraillon percé pour entrer dans un crampon, où l'on peut ficher une cheville *F* qui a une longue queuë, comme sont les verroüils qu'on appelle à queuë, afin de les pouvoir placer dans le trou ou œil du crampon quand on est au haut de la porte.

On voit par cette construction que les portes *ED* étant attachées & arrêtées dans les chassis *AB* ; & les chassis étant l'un contre l'autre, le canal de la riviere sera fermé ou barré, & l'eau s'élevera contre ces portes du côté d'amont ; & lorsqu'on voudra ouvrir les Pertuis, on tirera

ſeulement les deux chevilles ou verroüils dans le même tems ; & auſſi-tôt les deux portes s'en allant au fil de l'eau, on rangera facilement les chaſſis contre les bords du canal, en les tirant chacun avec une chaîne ou corde *GB* de deſſus le bord ; car l'eau ne peut pas faire un effort conſiderable contre la partie des chaſſis qui y eſt plongée.

On voit auſſi par cette conſtruction qu'en tirant les chaſſis contre le bord du canal, les portes *ED* demeurent toûjours au fil de l'eau, & qu'enfin quand les chaſſis ſeront tout à fait ouverts, les portes *ED* ſeront fermées & ſe ſeront remiſes à leur place d'elles-mêmes, où il n'y aura plus qu'à les arrêter avec le verroüil.

Enfin pour refermer le Pertuis, il n'y aura aucune difficulté, puiſque l'eau qui eſt alors preſque de niveau des deux côtés, ne fait pas plus d'effort contre la porte d'un côté que d'autre.

On pourra affermir l'aſſemblage des chaſſis par deux écharpes ou liens qui ſeront placés au haut, & toûjours plus haut que le niveau de l'eau quand elle eſt retenuë, afin qu'elle ait moins de priſe contre l'aſſemblage des chaſſis quand on veut les ouvrir.

On remarquera qu'il n'eſt pas neceſſaire que la porte ſoit auſſi haute que l'ouverture du chaſſis, il ſuffit qu'elle puiſſe ſoûtenir l'eau dans le canal à une hauteur propre à porter les bateaux.

On remarquera auſſi que l'on pourra mettre deux gros loqueteaux à la place du ſeul moraillon qui eſt dans la Figure, pour faire mieux joindre la porte & la retenir plus ferme contre le montant du chaſſis. Ces loqueteaux s'arrêteront dans leurs mantonets qui ſeront fichez dans le montant de la porte, & ils auront chacun un bouton engagé dans une même verge qui montera juſqu'au haut de la porte, & qui coulera dans deux crampons ou anneaux qui y ſeront arrêtez ; enſorte qu'en tirant cette verge on levera les deux loqueteaux tout à la fois, & la même verge ſervira à les refermer quand la porte ſera

remiſe

remise à sa place, si les loqueteaux ne peuvent pas retomber d'eux-mêmes dans leurs mantonets par leur propre pesanteur jointe à celle de la verge.

REMARQUES SUR LA CATARACTE ET LE GLAUCOMA.

PAR M. DE LA HIRE le fils.

1707. 7 Decembre.

QUoique je ne pusse douter que la Cataracte & le Glaucoma ne fussent des maladies fort differentes, j'ay été bien aise cependant de voir abattre la Cataracte, afin d'être entierement confirmé dans mon sentiment, par l'operation que je vis faire par M. de Wolhouse Oculiste Anglois le 22 Novembre 1707, & à laquelle furent presens M[rs] Jeaugeon & Geoffroy de cette Academie, & plusieurs autres personnes qui aussi-bien que moi demeurerent d'accord que ce qu'il abattoit dans l'œil sur lequel il operoit, n'étoit qu'une peau fort dure assez blanche, & ayant beaucoup de ressort ; ce qu'on jugeoit par les plis qu'on y remarquoit, & par la difficulté qu'il eut à l'assujettir au fond de l'humeur aqueuse ; & aussi-tôt qu'elle y fut assujettie, le malade reconnut plusieurs objets, quoiqu'ils fussent à 6 ou 7 pouces de distance de l'œil, & que ce fut un vieillard, & qu'il eut les yeux fort enfoncez.

Ces circonstances sont à remarquer ; car pour peu qu'on ait de connoissance de la structure de l'œil, on doit sçavoir que la distance de 6 ou 7 pouces n'est pas celle où un vieillard à qui on auroit abattu le cristalin pourroit reconnoître des objets, puisque ceux qui avoient la vûë courte, & à qui on a abattu la Cataracte, ont été obligez de se servir de Lunetes convexes aprés l'operation pour pouvoir lire ; soit que cette foiblesse de vûë vienne de la

diminution de l'humeur aqueuſe cauſée par l'operation, ce qui a rendu l'œil plus plat, ſoit qu'il le ſoit devenu par les compreſſions qu'il a ſouffert qui ne laiſſent pas d'être conſiderables, ou par toutes les deux cauſes enſemble; ce que M. de Wolhouſe m'a aſſuſé avoir vû pluſieurs fois.

Si en abattant ſeulement la Cataracte on change ſi fort la configuration de l'œil, ce qu'on remarque par la réünion des rayons qui ſe fait beaucoup plus loin qu'elle ne ſe faiſoit auparavant; quel changement n'y feroit-on pas ſi on abattoit le criſtalin, qui (comme l'on ſçait) cauſe une tres-grande refraction aux rayons qui paſſent au travers, & qui doit détruire entierement la viſion ſelon les regles d'Optique? Mais je crois cependant qu'avec quelques ſecours étrangers on peut rétablir la viſion, quand même on auroit abattu le criſtalin, comme on le verra dans la ſuite, pourvû que les humeurs aqueuſes & vitrées conſervaſſent leur tranſparence, & qu'il n'y eût point de goutte ſerenne: car la ſeule raiſon qui avoit empêché de croire que la choſe fût poſſible, étoit le mêlange de l'humeur aqueuſe avec la vitrée, qui devoit ſe faire aprés que le criſtalin étoit abattu; & comme on croïoit que ces deux humeurs cauſoient des differentes refractions aux rayons, on avoit conclu qu'étant preſque impoſſible qu'elles ſe mêlaſſent parfaitement ou qu'elles priſſent une figure reguliere, les rayons ſouffriroient beaucoup d'écart, & par conſequent qu'il ne ſe pouvoit faire de peinture diſtincte de l'objet: mais l'experience que nous avons faite détruit cette raiſon, & confirme ce que j'ay avancé.

Nous avons pris l'humeur vitrée d'un œil de bœuf, & nous l'avons miſe dans une phiole ſpherique qui avoit environ un pouce de diametre, & ayant rempli d'eau le reſte de cette phiole, nous n'avons point trouvé qu'il y eût aucune difference de refraction entre l'humeur vitrée & l'eau; car quoique cette humeur fût plus peſante que l'eau, on ne laiſſoit pas cependant de voir au travers de ces deux liqueurs les objets dans leur figure naturelle en

quelque ſens qu'on les y regardât ; & ainſi on ne peut douter qu'une perſonne à qui on auroit abattu le criſtalin ne pût voir, pourvû qu'il ſe ſervît de verres convexes, & diſpoſez de telle façon qu'ils ſuppléaſſent au défaut du criſtalin. C'eſt ce que je me ſuis propoſé d'executer à la premiere occaſion que je pourrai trouver, ne doutant nullement de réüſſir, pourvû (comme je l'ay déja dit) que les humeurs aqueuſes & vitrées ne ſoient point troubles ; ce qu'on connoîtra aiſément en les regardant par le trou de la prunelle, ou que l'œil n'ait point une goutte ſerenne. Ce qu'on peut auſſi reconnoître en le regardant ; car il paroît fort net, & cependant il ne reçoit aucune impreſſion de la lumiere.

OBSERVATION

De l'Eclipſe de Lune faite à Zurich par Meſſieurs Scheuchfer, & comparée à la même Eclipſe faite à Rome.

PAR M. MARALDI.

1707. 14. Decembre.

Les Phaſes de l'Eclipſe de Lune du 17 Avril de cette année 1707, que Mrs Scheuchfer ont obſervé à Zurich, & qu'ils ont envoyé dernierement à l'Academie, ont été marquées à minutes, à tiers & à quarts de minutes. Ils ont obſervé le commencement de l'Eclipſe à 18 minutes $\frac{2}{3}$ aprés minuit, l'Immerſion totale de la Lune dans l'ombre à $1^h\ 23'\ \frac{1}{3}$, le commencement de l'Emerſion à $3^h\ 9'\ \frac{2}{3}$, & la fin de l'Eclipſe à $4^h\ 14'\ \frac{1}{3}$.

En comparant le commencement avec la fin de l'Eclipſe, ſa durée totale réſulte de $3^h\ 55'\ \frac{2}{3}$; & par la comparaiſon de l'Immerſion totale avec le commencement de l'Emerſion, on trouve la durée de l'obſcurité totale de $1^h\ 46'\ \frac{1}{3}$, & le milieu de l'Eclipſe à Zurich à $2^h\ 16'\ \frac{1}{2}$.

La durée de l'Eclipse totale, & de l'obscurité totale s'accorde assez précisément avec celle qui a été déterminée à Rome par M. Bianchini, qui eut le Ciel favorable durant cette Eclipse.

Outre ces Phases principales, Mrs Scheuchser ont observé l'entrée & la sortie de plusieurs taches de l'ombre, qu'ils ont nommées suivant la dénomination d'Hevelius, & que nous avons réduites à celle du P. Riccioli, pour les comparer avec les Observations des mêmes Phases faites à Rome par M. Bianchini, & en tirer la difference des meridiens entre ces deux Villes.

h	'	"	
0h	32'	0"	Commencement de l'Eclipse à Rome.
	18	$\frac{2}{3}$	à Zurich.
	13	$\frac{1}{3}$	Difference des meridiens.
0	34	20	Tout Grimaldi dans l'ombre.
	20	$\frac{1}{4}$	Grimaldi dans l'ombre.
	14	$\frac{1}{12}$	Difference.
0	50	34	Commencement de Copernic à Rome.
	37	$\frac{2}{3}$	à Zurich.
	12	54	Difference.
	53	34	Fin de Copernic à Rome.
	39	$\frac{1}{4}$	à Zurich.
	14	$\frac{1}{3}$	Difference.
	56	39	Commencement de Tycho à Rome
	43	$\frac{2}{3}$	à Zurich.
	13	0	Difference.
	58	44	Tout Tycho à Rome.
	45	$\frac{1}{4}$	à Zurich.
	13	$\frac{1}{3}$	Difference.
1	6	28	Commencement de Plato à Rome.
	52	$\frac{2}{3}$	à Zurich.
	13	$\frac{3}{4}$	Difference.
1	8	24	Manilius dans l'ombre à Rome.
	54	$\frac{1}{2}$	à Zurich.
	13	54	Difference des meridiens.

h	′	″	
1h	12′	28″	Commencement de Menelaus à Rome.
	58	0	à Zurich.
	14	28	Difference des meridiens.
	12	58	Tout Menelaus à Rome.
	59	$\frac{1}{6}$	à Zurich.
	13	$\frac{3}{4}$	Difference.
	35	40	Immerſion totale à Rome.
	23	$\frac{1}{3}$	à Zurich.
	12	$\frac{1}{3}$	Difference.
3	22	50	Commencement de l'Emerſion à Rome.
	9	$\frac{2}{3}$	à Zurich.
0	13	$\frac{1}{6}$	Difference des meridiens.
4	4	0	Menelaus à Rome.
4	52	0	à Zurich.
	12	0	Difference.
4	26	20	Fin de l'Eclipſe à Rome.
	14	$\frac{1}{2}$	à Zurich.
	12		Difference des meridiens.

La difference des meridiens qui réſulte de ces differentes Obſervations varie de deux minutes & demi, la plus grande étant de 14′ $\frac{1}{2}$, & la plus petite de 12. En prenant un milieu on aura la difference des meridiens entre Rome & Zurich de 13′ $\frac{1}{4}$, comme elle réſulte de la comparaiſon des taches les plus diſtinctes & les plus remarquables.

La difference des meridiens entre Rome & Paris étant de 41′ 20″, comme on l'a trouvée par la comparaiſon de pluſieurs Eclipſes des Satellites de Jupiter, & comme elle eſt marquée dans la Connoiſſance des Temps, la difference des meridiens entre Paris & Zurich par les Obſervations de cette Eclipſe ſera de 28 minutes. Cette détermination eſt plus conforme à la difference des meridiens entre Paris & Zurich, que M. Caſſini le fils a tiré du commencement de l'Eclipſe du Soleil de l'an 1706 qui réſulte de 27 minutes, que du milieu & de la fin qui n'eſt que de 24′.

Nous remarquerons icy que le tems & milieu de l'Eclipse de Lune observé à Rome, est précisément conforme à celui que nous avons déterminé par l'observation du commencement de l'Emersion de la Lune de l'ombre faite à Paris, & comparé à la fin de l'Emersion de la Lune observée à Gennes, ayant eu égard à la difference des meridiens entre Rome & Paris de 41′ 20″, & que le commencement de l'Emersion que nous observâmes à Paris s'accorde aussi à une demi-minute prés à celui qui fut observé à Rome réduit au meridien de Paris.

OBSERVATION

D'UNE COMETE.

PAR Mrs CASSINI ET MARALDI.

1707. 29. Novembre.

LE 28 du mois de Novembre de cette année 1707 à 7 heures & demie du soir, le Ciel étant fort serein, nous découvrîmes vers l'Occident équinoxial une Comete qui paroissoit comme une étoile de la seconde grandeur. Elle étoit proche de plusieurs petites étoiles qui sont entre la constellation d'Antinous & celle du Capricorne. Nous la regardâmes avec une Lunete de 12 pieds, par laquelle elle paroissoit assez claire & assez grande, mais mal terminée, & environnée d'une nebulosité sans aucune apparence de queuë. On fit d'abord sa configuration avec ces petites étoiles, dont la plûpart ne sont point décrites dans les Globes & dans les Cartes ordinaires, pour pouvoir connoître à leur égard la situation de ce Phenomene, & la direction de son mouvement. Cette configuration étant transportée sur une Carte où l'on a marqué ces étoiles selon leur longitude & leur latitude, donne la situation de la Comete de 6 degrés & un quart d'Aquarius, avec une latitude Septentrionale de 14

degrés & demi. Nous ne remarquâmes dans cette Comete aucun mouvement ſenſible à la vûë ſimple pendant environ trois quarts-d'heure que nous fûmes attentifs à la conſiderer ; & lorſque nous nous préparions à déterminer ſa ſituation avec des Inſtrumens, le Ciel ſe couvrit.

24. Decembre.

Aprés les premieres Obſervations que nous fîmes de la Comete le 28. du mois de Novembre, dont nous donnâmes part le jour ſuivant à l'Academie, nous avons continué ces Obſervations autant que les nuages l'ont pû permettre.

Quoique le premier jour que nous vîmes la Comete, on ne pût diſtinguer ſon mouvement, à cauſe du peu de temps que les nuages nous permirent de l'obſerver, on reconnut par l'Obſervation du jour ſuivant, qui fut le 29 Novembre, que ce mouvement en un jour étoit conſiderable. Car au lieu qu'elle avoit été le 28 un peu plus meridionale que la plus meridionale de trois petites étoiles qui ſont au-deſſus de la tête du Capricorne, & qui ſont éloignées entr'elles de prés de quatre degrés en declinaiſon ; le 29 Novembre elle ſe trouva à peu prés dans le parallele de la plus Septentrionale de ces étoiles, de ſorte qu'elle avoit parcouru en un jour plus de 4 degrés d'un grand cercle.

Pour déterminer préciſément la ſituation de la Comete, nous avons emploïé une Lunete poſée ſur la machine parallatique. Cette Lunete avoit à ſon foyer des fils qui ſe croiſent à angle de 45 degrés, par le moyen deſquels on a déterminé les differences d'aſcenſion droite & de declinaiſon entre la Comete, & quelques étoiles fixes qui ſe rencontroient proche de ſon parallele. Le même jour 29 Novembre à $8^h 7' 50''$ la Comete paſſa par un cercle horaire qui étoit perpendiculaire à un fil qu'elle parcouroit par ſon mouvement à l'Occident. Ayant laiſſé la Lunete immobile dans cette ſituation, la plus Septentrionale des trois petites étoiles qui ſont au-deſſus de la tête du Capricorne paſſa par le même cercle horaire à

8h 14′ 20″; donc la difference d'aſcenſion droite entre la Comete & l'étoile étoit de 6′ 30″ de temps, qui font un degré 37′ 50″, dont l'aſcenſion droite de la Comete étoit moindre que celle de l'étoile. Par le paſſage de l'étoile par les fils obliques, la difference de declinaiſon entre la Comete & l'étoile fut trouvée de 57 ſecondes de temps, ou 14′ 15″ de degré dont la Comete étoit plus Septentrionale. L'aſcenſion droite de l'étoile étant ſuppoſée pour cette année de 306° 9′ 0″, & ſa declinaiſon meridionale de 0° 30′ 0″, comme elles réſultent de nos Obſervations faites auparavant, l'aſcenſion droite de la Comete ſera de 304° 31′ 10″, & ſa declinaiſon meridionale de 0° 16′ 45″; d'où l'on calcule ſa longitude de 6° 48′ d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de 18° 53′ 40″. Cette détermination eſt plus préciſe que celle du jour précédent, dans laquelle nous avions eu ſeulement le temps de comparer à la vûë ſimple la Comete avec les étoiles fixes prochaines.

Le 30 Novembre on détermina par la methode du jour précédent la difference d'aſcenſion droite & de declinaiſon entre la Comete & une petite étoile de la ſixiéme grandeur qui précéde la tête du petit Cheval, & qui n'eſt point marquée dans les Globes & dans les Cartes ordinaires. La difference d'aſcenſion droite fut obſervée de 28′ 34″ de temps, ou 7° 9′ 4″, dont l'aſcenſion droite de la Comete étoit moindre. La difference de declinaiſon réduite à un grand cercle fut de 7′ 30″, dont la Comete étoit plus Septentrionale. L'aſcenſion droite de l'étoile étant ſuppoſée de 311° 7′ 50″, & ſa declinaiſon de 3° 10′, l'aſcenſion droite de la Comete réſulte de 303° 58′ 10″, & ſa declinaiſon de 3° 17′ 30″, d'où nous avons calculé ſa longitude de 7° 8′ 30″ d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de 22° 29′.

Par la comparaiſon des Obſervations précédentes, il paroît que le mouvement de la Comete eſt du Midy vers le Septentrion, & que ſa trace n'eſt guere differente d'un cercle de latitude; & par la comparaiſon de l'Obſervation

ction du 29 Novembre avec celle du 30, il paroît qu'elle passa par l'Equinoxial la nuit du 29 au 30, & que sa trace le coupa à 304° d'ascension droite, que son mouvement est retrograde à l'égard de l'Equinoxial, mais direct à l'égard de l'Ecliptique.

Le premier Decembre les nuages qui ne laisserent pas le Ciel long-temps découvert, ne nous permirent pas de faire des observations fort exactes de la Comete. On détermina sa situation par des allignemens que nous prîmes avec les étoiles voisines. A 6 heures & demie elle étoit en ligne droite avec la luisante du petit Cheval, & avec la luisante de l'Aigle : elle paroissoit aussi en ligne droite avec les deux étoiles plus méridionales du Dauphin, la Comete étant un peu plus éloignée de la queuë du Dauphin que cette étoile l'est de celle qui est marquée β.

Le 2 Decembre le Ciel fut couvert.

Le 3 Decembre à $7^h\ 24'$ nous déterminâmes la situation de la Comete par rapport à l'étoile luisante qui est dans la queuë du Dauphin. La difference d'ascension droite entre la Comete qui étoit plus occidentale & cette étoile fut de $8'\ 15''$ qui font $2°\ 6'\ 30''$, & la difference de déclinaison réduite à un grand cercle fut de $25'\ 30''$ dont la Comete étoit Septentrionale. L'ascension droite de l'étoile étant de $304°\ 50'\ 20''$, & sa déclinaison Septentrionale de $10°\ 20'\ 0''$, on trouve l'ascension droite de la Comete de $302°\ 43'\ 45''$, & sa déclinaison Septentrionale de $10°\ 55'.\ 30''$, d'où l'on calcule sa longitude de $7°\ 52'\ 30''$ d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de $30^d\ 12'$.

Le 4 Decembre le Ciel fut couvert.

Le 5 Decembre on voïoit assez bien la Comete nonobstant le clair de la Lune : elle étoit un peu plus à l'Orient que l'étoile marquée ρ par Bayer dans l'aîle de l'Aigle. Le Ciel qui ne resta pas long-temps découvert ne nous donna pas le temps de faire d'autres Observations.

Depuis le 5 Decembre les nuages ne nous permirent pas de faire des Observations jusqu'au 10 du même mois

Ce jour-là à 6 heures du ſoir, le Ciel étant ſerein, on voïoit la Comete à la vûë ſimple, nonobſtant le grand clair de Lune qui avoit été dans ſon plein le jour précédent. Par la Lunete de 17 pieds elle paroiſſoit grande à peu prés comme le diſque de Jupiter vû par la même Lunete : elle paroiſſoit aſſez claire principalement vers le milieu, mais mal terminée. Pour déterminer ſa ſituation nous la comparâmes ce jour-là à pluſieurs petites étoiles, parmi leſquelles il y en a une fort petite dans la conſtellation de la Fleche qui précédoit la Comete, & qui étant vûë par la Lunete, eſt compoſée de deux petites étoiles inégales fort peu éloignées entr'elles. Nous la comparâmes auſſi à une autre étoile de la ſixiéme grandeur qui eſt immediatement au deſſus de la tête du Dauphin. La difference d'aſcenſion droite entre l'étoile de la Fleche & la Comete fut de $5' 56''$ de temps qui font $1^\circ 29'$, & la difference de declinaiſon réduite à un grand cercle étoit de $3'$, dont la Comete étoit plus Septentrionale. L'aſcenſion droite de l'étoile par nos obſervations eſt de $299^\circ 17'$, & ſa declinaiſon eſt de $20^\circ 5'$; donc l'aſcenſion droite de la Comete étoit de $300^\circ 46' 0''$, & ſa declinaiſon de $20^\circ 8'$. Par la comparaiſon de la Comete avec l'étoile proche du Dauphin, nous trouvons l'aſcenſion droite de la Comete de $300^\circ 46' 40''$, & ſa declinaiſon de $20\ 8' 40''$, d'où nous avons calculé ſa longitude de $8^\circ 33' 40''$ d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de $39^\circ 36'$.

Le 11 Decembre le Ciel fut couvert.

Le 12 Decembre à cauſe des nuages on ne pût voir la Comete que par un petit intervale de temps. On reconnut qu'elle étoit à peu prés dans le parallele d'une étoile de la cinquiéme grandeur, qui eſt au-deſſus des étoiles de la Fleche; mais on ne pût pas déterminer ſa difference en aſcenſion droite à cauſe des nuages. Les deux jours ſuivans le Ciel fut couvert.

Le 15 Decembre à $7^h 10'$ on obſerva la difference d'aſcenſion droite entre la Comete & une étoile de la cinquiéme grandeur qui eſt au-deſſus de la Fleche de $17' 40''$;

de temps, ou 4° 25′ 42″ dont l'ascension droite de la Comete étoit plus grande. La difference de declinaison dont la Comete étoit plus Septentrionale, étoit d'une minute d'un grand cercle. L'ascension droite de cette étoile est de 295° 18′ 13″, & sa declinaison Septentrionale de 23° 21′ 10″; donc l'ascension droite de la Comete étoit de 299° 43′ 55″, & sa declinaison Septentrionale de 23° 22′ 10, d'où nous avons calculé sa longitude en 8° 28′ d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de 42° 57′ 40″.

La Comete qui avoit été directe à l'égard de l'Ecliptique, est à present retrograde de quelques minutes à son égard, comme elle l'est à l'égard de l'Equinoxial; ce qui paroît par la comparaison de l'Observation du 10 avec celle du 15 Decembre.

Le 16 Decembre le Ciel fut couvert.

Le 17 Decembre à 6 heures & demie du soir, on voïoit la Comete à la vûë simple comme les étoiles de la sixiéme grandeur; mais avec les Lunetes elle paroissoit assez grande & claire. Nous la comparâmes à une étoile de la sixiéme grandeur qui est entre la Fleche & le col du Cigne, & qui paroît avec la Lunete composée de deux étoiles; entre la plus claire de ces deux étoiles & la Comete, nous trouvâmes 7′ 40″ de difference d'ascension droite qui font 1° 55′ 20″, & la difference de declinaison de 9′ 30″, dont la Comete est plus Septentrionale. L'ascension droite de cette étoile est de 297′ 27″, & sa declinaison de 24° 10′ 10″; donc l'ascension droite de la Comete étoit de 299° 22′ 20″, & sa declinaison Septentrionale de 24° 19′ 20″; d'où l'on calcule sa longitude de 8° 23′ d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de 43° 57′ 50″.

Depuis le 17 le Ciel n'a été favorable pour observer la Comete que le 21. Ce jour-là elle étoit fort petite à la vûë simple; mais avec les Lunetes on la voïoit encore assez grande & claire. Elle étoit proche du parallele d'une étoile de la sixiéme grandeur, qui avec la Lunete paroît composée de plusieurs petites, dont trois sont plus remar-

quables, à l'égard desquelles nous déterminâmes sa situation. Sa differeuce d'ascension droite à l'égard de la plus Occidentale de ces trois étoiles étoit de 3′ 49″ de temps qui font 57′ 30″ de degré, & la difference de déclinaison dont la Comete étoit plus meridionale étoit de 23′ d'un grand cercle. L'ascension droite de l'étoile est de 299° 39′ 0″, & sa declinaison Septentrionale de 25° 57′; donc l'ascension droite de la Comete étoit de 298° 41′ 30″, & sa declinaison de 25° 34′; d'où nous avons calculé sa longitude de 7° 59′ 20″ d'Aquarius, & sa latitude de 45° 46′, 40″.

Le 22 quoiqu'on eut beaucoup de peine à voir la Comete à la vûë simple, elle se voïoit encore fort bien & assez grande avec la Lunete, mais bien moindre que dans les Observations du 17, ses bords paroissoient toûjours mal terminés. Elle se trouva encore proche du parallele de ces trois étoiles avec lesquelles nous l'avions comparée le jour précédent, étant presque dans le parallele de la moïenne, & plus méridionale de 4′ 20″ d'un grand cercle que la plus Occidentale à laquelle nous la comparâmes le 22. La difference d'ascension droite entre cette étoile & la Comete étoit d'un degré 8′ 10″ dont la Comete étoit plus à l'Occident. Donc l'ascension droite de la Comete étoit de 298° 30′ 50″, & sa déclinaison Septentrionale de 25° 52′ 40″ & par consequent sa longitude de 7° 56′ d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de 45° 40′ 30″.

Le 23 Decembre au soir le Ciel a été couvert.

Le 24 Decembre à 6h 22′ du soir la Comete étoit plus Occidentale en ascension droite de 5′ 48″ de temps, qui font 1° 27′ 13″, que l'étoile la plus Septentrionale de trois avec lesquelles nous l'avions comparée les jours précédens, & elle étoit plus Septentrionale que la même étoile de 23′ de degré d'un grand cercle. Les nuages qui interrompirent souvent cette observation ne nous permirent pas de la faire exactement.

Le 25 Decembre nous comparâmes la Comete avec

une étoile de la sixiéme grandeur qui la précédoit en ascension droite de 2′ 51″ de temps, qui font 42′ 50″ de degré, & la Comete étoit plus méridionale que l'étoile de 17′ 0″ d'un grand cercle. L'ascension droite de l'étoile par nos observations est de 297° 18′ 15″, & sa déclinaison Septentrionale 26° 58′ 10″, donc l'ascension droite de la Comete étoit de 298° 1′ 10″, & sa déclinaison Septentrionale de 26° 41′ 10″, d'où l'on calcule sa longitude en 7° 37′ 40″ d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de 46° 34′ 10″. La Comete se voïoit encore ce jour-là par la Lunete assez distinctement, ce qui faisoit esperer de la pouvoir suivre encore pendant plusieurs jours; mais le Ciel ayant été couvert le soir pendant dix jours de suite, & la Lune approchant ensuite de son plein, on ne pût plus l'observer.

Ces observations de la Comete étant portées sur un Globe, tombent sur une ligne peu differente d'un arc d'un grand cercle, qui étant continuée vers le Septentrion & vers le Midy, coupe l'Ecliptique au cinquiéme degré & trois quarts d'Aquarius, & passe obliquement entre les poles de l'Ecliptique & ceux de l'Equinoxial; sa plus petite distance aux poles de l'Ecliptique étant environ de 4 degrés, & sa plus petite distance des poles de l'Equinoxial étant de 9 degrés.

Depuis la premiere observation que nous en fîmes, le mouvement journalier apparent sur son cercle est toûjours allé en diminuant, la Comete ayant fait le premier jour 4 degrés & demi environ, & le second ayant fait 3 degrés & demi seulement, ce qui fait connoître qu'elle avoit passé son Perigée.

Pour connoître le jour qu'elle y est arrivée, & les differens degrés de vitesse apparente qu'elle a parcouru sur sa route, nous nous sommes servis de la méthode expliquée dans la Theorie de la Comete de l'an 1664.

Suivant cette methode ayant pris trois intervalles entre nos premieres observations les plus exactes, & supposant que la portion de cercle qu'elle décrit durant le

temps de son apparition n'est pas sensiblement differente d'une ligne droite, & qu'elle se meut également sur cette ligne, nous trouvons son mouvement journalier de $\frac{1832}{10000}$ de sa plus petite distance à la Terre. Nous trouvons aussi qu'elle est arrivée à son Perigée le 22 de Novembre à 6 heures du soir, & que pour lors son mouvement apparent étoit de 10° 24′ par jour; d'où il résulte que dans la premiere observation que nous en fîmes le 28 Novembre, il y avoit six jours qu'elle avoit passé son Perigée, & que dans l'observation du 29 que nous préferons à la premiere à cause de sa plus grande précision, elle étoit éloignée de ce terme de 52° 25′. Suivant ces hypotheses on represente les observations les plus exactes que nous avons faites à quelques minutes prés, en donnant au Perigée un mouvement égal d'une minute par jour contre le cours de la Comete.

La distance de 52° que nous avons trouvé entre l'Observation du 29 Novembre & le Perigée de la Comete, étant portée sur le grand cercle qui represente sa route, donne la situation du Perigée entre la constellation de l'Indien & celle de la Gruë dans l'hémisphere austral du Ciel qui reste toûjours sous notre horison & nous est caché. Comme le chemin de la Comete étoit du Midy vers le Septentrion, & qu'en ce temps-là son mouvement journalier étoit assez vîte, deux jours après son arrivée au Perigée, c'est-à-dire le 24 Novembre, elle aura été sur notre hémisphere élevée aprés le crepuscule du soir de quelques degrés, & les jours suivans cette élevation aura été plus considerable : mais comme dans cette saison les broüillards s'élevent souvent jusqu'à plusieurs degrés sur l'horison, même dans le temps serein, il n'y a pas lieu de s'étonner qu'on ne l'ait apperçuë que le 28 Novembre, quoique par la Theorie elle eût pû être visible sur notre horison quelques jours auparavant.

Dans la premiere observation du 28 Novembre la Comete étoit éloignée de l'Ecliptique vers le Septentrion un peu plus de 14 degrés, & la Theorie montre qu'elle

l'avoit paſſée deux jours auparavant, c'eſt--àdire le 26 Novembre à 5 degrés & $\frac{3}{4}$ d'Aquarius lorſque le Soleil étoit à 4 degrés du Sagitaire, ce qui fait voir que le Soleil étoit pour lors éloigné de la Comete de plus de 60 degrés. Cette circonſtance, auſſi-bien que celle d'être dirigée par ſon mouvement propre du Midy vers le Septentrion, ne paroiſſent pas favorables pour les ſentimens de ceux qui ſuppoſent que les Cometes tirent leur origine du Soleil.

Cette Comete paroiſſoit plus grande dans les premieres Obſervations que nous en fîmes lorſque ſon mouvement apparent étoit plus grand : à meſure que ſon mouvement ralentiſſoit, on voïoit auſſi diminuer ſon diametre; ce qui eſt aſſez conforme à la Theorie, qui dans l'obſervation du 21 Decembre repreſente la diſtance de la Comete à la Terre quatre fois plus grande que dans la ſeconde Obſervation que nous fîmes le 29 Novembre.

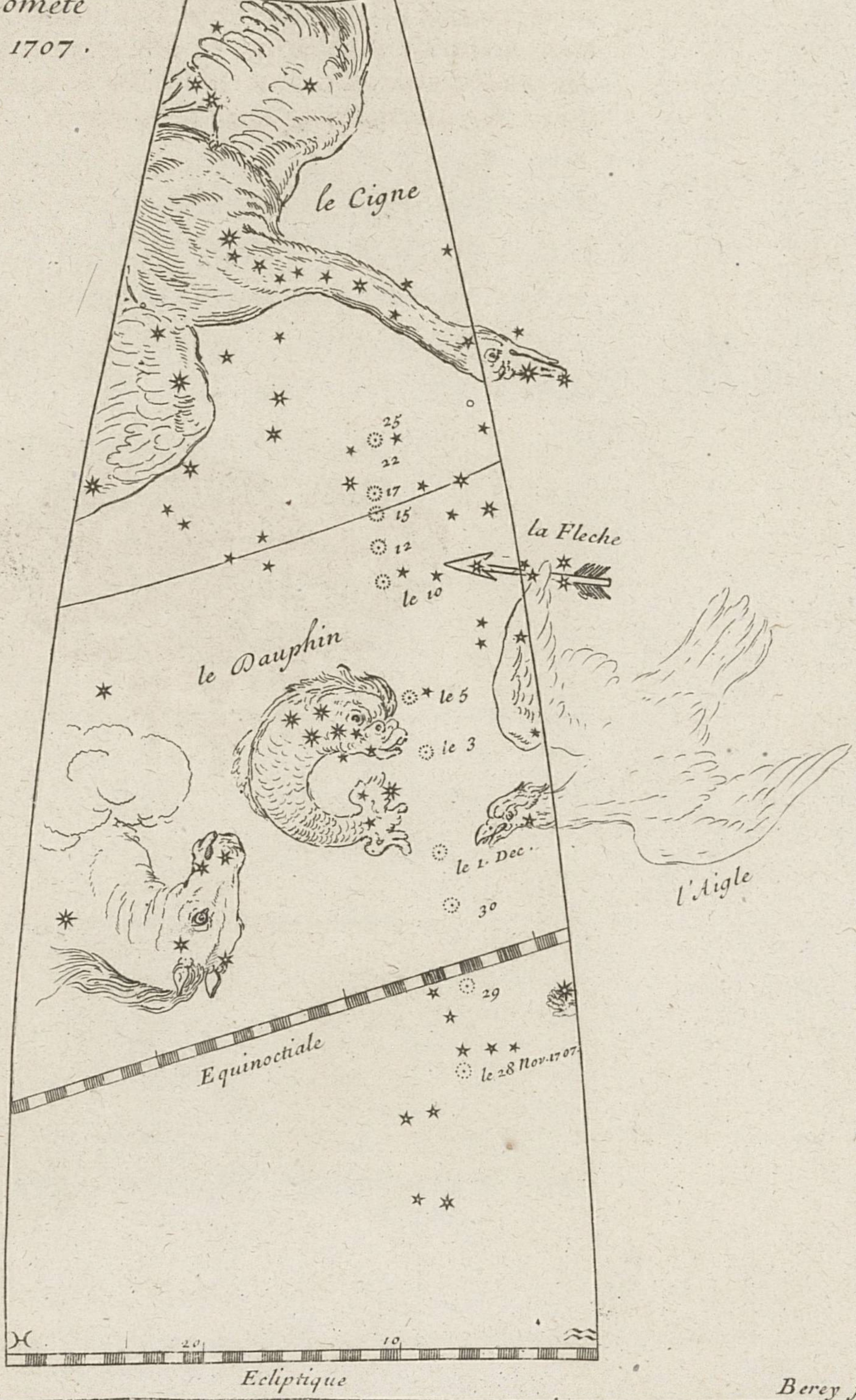
La Comete de cette année, qui dans les premieres obſervations étoit éloignée d'environ 48° de ſon Perigée, nous a paru plus grande que celle de l'année derniere, quand même elle étoit dans ſa plus petite diſtance à la Terre.

Si l'on ſuppoſe qu'avant que d'arriver au Perigée elle ait parcouru une portion de cercle égale à celle qu'elle a parcouru aprés ſon Perigée, elle aura pû être viſible à la vûë ſimple vers la fin du mois d'Octobre aux Obſervateurs qui ſont dans la partie auſtrale de la Terre, lorſqu'elle étoit dans la partie meridionale de la conſtellation du Navire. Elle ſera paſſée à 4 degrés de diſtance du Pole meridional de l'Ecliptique le 14 de Novembre, & dans cet endroit elle aura varié en un jour de plus de 60 degrés en longitude. Delà elle ſera allée vers le Pole auſtral de l'Equinoxial, où elle ſera arrivée à ſa plus petite diſtance le 18 de Novembre. Enſuite elle aura ſuivi ſa route au travers de la conſtellation de l'Hydre, proche du Toucan, entre l'Indien & la Gruë, où elle ſera arrivée à ſon Perigée. Son mouvement l'aura portée trois

jours aprés sur la constellation du Capricorne, où elle aura coupé le Tropique le 25 Novembre. Le 26 aprés avoir traversé l'Ecliptique, elle sera passée proche de la main orientale d'Aquarius, & delà elle est allée proche des petites étoiles qui sont au-dessus de la tête du Capricorne où nous commençâmes de l'observer.

MESSIEURS

Chemin de la Comete qui a paru l'an 1707.



Berey fecit

MESSIEURS DE LA SOCIETE' Royale des Sciences établie par le Roy à Montpellier en 1706, étant obligés par l'Art. 40 de leurs Statuts d'envoyer tous les ans à l'Academie Royale des Sciences celui de leurs Ouvrages de l'année, qu'ils en jugeroient le plus digne, pour être imprimé avec les Mémoires de cette Academie, ils ont commencé à ſatisfaire à cette obligation, & ont envoyé l'Ouvrage qui ſuit.

ANALOGIES

Pour les Angles faits au centre des Cadrans Solaires, tant horizontaux, verticaux, que declinans inclinés, démontrées par l'Analyſe des triangles rectilignes.

PAR M. DE CLAPIE'S

De la Societé Royale dès Sciences.

LA deſcription des Cadrans Solaires n'étant qu'une projection des grands cercles de la Sphere ſur une ſurface plane ſur laquelle ces cercles ſont repreſentés par des lignes droites, il paroît plus naturel de trouver les angles que ces lignes forment ſur le plan du Cadran par la Trigonometrie rectiligne, que de chercher ceux que les cercles font dans le Ciel par la Trigonometrie ſphe-

rique dont les principes sont plus composées, & qui par consequent est plus communément ignorée.

Dans cette pensée ayant médité pendant quelque tems sur la recherche de ces Angles, j'en ay trouvé la methode non seulement tres-facile, mais encore plus generale, puisqu'on peut par la même projection & par les mêmes principes donner la solution des Problêmes du premier mobile, pour lesquels la Trigonometrie spherique est employée.

Comme mon dessein n'est pas de donner un Traité complet de Gnomonique, mais seulement les analogies avec leurs démonstrations des Angles faits au centre des Cadrans par la ligne de midy & les lignes horaires; je dois supposer que ceux qui liront ce Memoire sçachent tracer les Cadrans Solaires par la methode ordinaire des Centres diviseurs, & qu'ils soient d'ailleurs versés dans la Trigonometrie rectiligne.

DU CADRAN HORIZONTAL.

L'élevation du pole du lieu étant donnée, trouver les Angles faits au centre du Cadran horizontal par la meridienne & les lignes horaires.

ANALOGIE.

Comme le sinus total
au sinus de l'élevation du pole du lieu;
Ainsi la tangente de la distance du Soleil au meridien pour l'heure cherchée
à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Fig. I. Si l'on prend *AC* pour sinus total dans le triangle rectangle *ABC*, *BC* deviendra sinus de l'angle *CAB* élevation du pole du lieu; & dans le triangle rectangle *ACF*, *FC* sera tangente de l'angle *FAC*, fait par la meridienne *AC* & par la ligne horaire *AF*. Donc dans le trian-

gle rectangle *FCD*, puisque *CD* = *CB* par construction, & que l'angle *FDC* distance du Soleil au meridien est aussi donné, on trouvera le côté *FC* par cette Analogie.

Comme le sinus total
au côté *DC* sinus de l'élevation du pole;
Ainsi la tangente de l'angle *FDC* dist. du Sol. au merid.
au côté *FC* tangente de l'angle *FAC*.

DU CADRAN VERTICAL, MERIDIONAL ET SEPTENTRIONAL.

Ces Cadrans ne different du Cadran horizontal, qu'en ce que l'angle *CAB* est égal au complément de l'élevation du pole du lieu. On fera donc la même Analogie que du Cadran horizontal, en mettant au second terme le complément de l'élevation du pole du lieu. Fig. I.

DES CADRANS VERTICAUX DECLINANS.

PROBLEME I.

La declinaison du plan étant donnée, & l'élevation du pole du lieu; trouver l'angle fait au centre du Cadran par la meridienne & la soustylaire.

ANALOGIE.

Comme le sinus total
à la tangente du compl. de la hauteur du pole du lieu;
Ainsi le sinus de la declinaison du plan
à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Si l'on prend *AG* pour sinus total dans le triangle rectangle *AGH*, *HG* deviendra tangente de l'angle *HAG* complément de l'élevation du pole du lieu; & dans le triangle rectangle *AGD*, *GD* sera tangente de l'angle *GAD* fait par la ligne de midy *AG* & par la soustylaire *AD*: mais *HG* = *GF* par construction. Donc dans le Fig. II.

triangle rectangle *GDF*, le côté *GF* & l'angle *GFD* de la declinaison du plan étant donné, on trouvera le côté *GD* par cette Analogie.

Comme le sinus total
au côté *GF* tangente du compl. de l'élevat. du pole;
Ainsi le sinus de l'angle *GFD* declinaison du plan
au côté *GD* tangente de l'angle *GAD* requis.

PROBLEME II.

La declinaison du plan étant donnée, & l'élevation du pole du lieu; trouver l'angle fait au centre du Cadran vertical declinant par la soustylaire & l'axe.

ANALOGIE.

Comme le sinus total
au sinus du complément de l'élevation du pole;
Ainsi le sinus du complément de la declinaison du plan
au sinus de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Si l'on prend *AB* pour sinus total dans le triangle rectangle *ADB*, *BD* sera sinus de l'angle *DAB* fait par la soustylaire *AD* & l'axe *AB*; & parceque $AB = AH$ comme distances des centres diviseurs *H*, & *B* au centre *A* du Cadran, & que l'angle *HAG* est égal au complément de l'élevation du pole, *HG* deviendra sinus de cet angle par raport à un même rayon. Mais $GH = GF$, & $FD = DB$ par construction. Donc si dans le triangle rectangle *GDF* dans lequel l'angle de la declinaison *GFD* est aussi connu, on trouve le côté *DF*, on aura le sinus de l'angle *DAB* de la soustylaire & l'axe, & ce côté est trouvé par cette Analogie.

FIG. II.

Comme le sinus total
au côté *GF* sinus du compl. de l'élevation du pole;
Ainsi le sinus de l'angle *DGF* complément de la declinaison du plan
au côté *DF* ou à son égal *DB* sinus de l'angle *DAB* requis.

PROBLEME III.

La declinaiſon du plan étant donnée, & l'élevation du pole du lieu ; trouver la difference des longitudes, c'eſt à dire l'arc de l'équateur compris entre le meridien du lieu, & le meridien du plan.

ANALOGIE.

Comme le ſinus total
au ſinus de la hauteur du pole du lieu ;
Ainſi la tangente du complément de la declinaiſ. du plan
à la tangente du complém. de la differ. des longitudes.

DEMONSTRATION.

Dans le triangle rectangle *HGN*, l'angle *GHN* étant égal au complément de l'élevation du pole, ſi l'on prend *HG* pour ſinus total, *HN* deviendra ſecante du complément de l'élevation du pole ; mais *HN* = *NM* comme diſtances des centres diviſeurs *H* & *M* au point *N*. Donc *NM* ſera connu ; & dans le triangle rectangle *GFP*, parceque *HG* = *GF*, par conſtruction, *FP* ſera tangente de l'angle *PGF* complément de l'angle *GFD* declinaiſon du plan ; mais *FP* = *MP* comme diſtances des centres diviſeurs *F*, & *M* au point *P* qui eſt le point de 6 heures. Donc *PM* ſera auſſi connu par raport au même rayon. FIG. II.

Donc dans le triangle rectangle *NMP*, les côtés *NM*, *MP* étant connus, on trouvera l'angle *PNM* par cette Analogie. FIG. II.

Comme *NM* ſecante du complém. de l'élev. du pole
au ſinus total ;
Ainſi *FP* ou *MP* tangente de l'angle *PGF* complément de la declinaiſon du plan
à la tangente de l'angle *PNM*, dont le complément donnera l'angle *NPM*, ou ſon égal *NMC*, meſure de l'arc repreſenté par la ligne *CN* difference de longitudes.

Et ſi à la place des deux premiers termes de cette Analogie, on ſubſtituë le ſinus total & le ſinus de la hauteur

du pole qui ſont en même raiſon, on aura la premiere Analogie qui étoit à démontrer.

On peut auſſi trouver cet angle par l'Analogie ſuivante.

PROBLEME IV.

L'angle de la ſouſtylaire & de la ligne de midy étant donné, & l'angle de la ſouſtylaire & l'axe ; trouver l'angle de la difference des longitudes.

ANALOGIE.

Comme le ſinus de l'angle de la ſouſtylaire & l'axe trouvé par le Probleme 2.

au ſinus total ;

Ainſi la tangente de l'angle de la ſouſtylaire & meridienne trouvée par le Probleme 1.

à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

FIG. III. Dans les triangles rectangles *ACN*, *ABC*, ſi l'on prend le côté commun *AC* pour rayon, le côté *CN* ſera tangente de l'angle *NAC* fait par la meridienne *AN* & la ſouſtylaire *AC*, & le côté *BC* ſera ſinus de l'angle *CAB* fait par la ſouſtylaire *AC* & par l'axe *AB* : mais *BC* = *CM*, par conſtruction. Donc dans le triangle rectangle *NMC* les côtés *NC*, *CM* étant connus, on connoîtra l'angle *NMC* par l'Analogie cy-deſſus tirée de la Trigonometrie rectiligne.

PROBLEME V.

L'angle de l'axe avec la ſouſtylaire étant donné, & l'angle de la difference des longitudes ; trouver les angles faits au centre des verticaux declinans par la ſouſtylaire & les lignes horaires.

Il y a trois cas dans ce Probleme. Les lignes horaires dont on cherche les angles peuvent être, 1°. Ou entre la meridienne & la ſouſtylaire. 2°. Ou en delà de la ſouſtylaire. 3o. Ou du côté de la meridienne où la ſouſtylaire n'eſt pas.

Dans les deux premiers cas on prendra la difference de la distance du Soleil au meridien pour l'heure & de l'angle de la difference des longitudes trouvé par le Probleme 3. & dans le troisiéme on prendra la somme de ces deux angles, & l'on fera cette Analogie. FIG. III.

Comme le sinus total
au sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire;
Ainsi la tangente de la difference ou de la somme de ces deux angles
à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Dans le premier cas si de l'angle *NMC* difference des longitudes, on ôte l'angle *NMP* distance du Soleil au meridien pour l'heure, restera l'angle *PMC*.

Dans le second cas si de l'angle *NMQ* distance du Soleil au meridien pour l'heure, on ôte l'angle *NMC* difference des longitudes, restera l'angle *CMQ*.

Et dans le troisiéme si à l'angle *NMC* difference des longitudes, on ajoûte l'angle *NMO* distance du Soleil au meridien pour l'heure, la somme donnera l'angle *CMO*.

Dans les trois cas si l'on prend *AC* pour rayon, *CP*, *CQ*, *CO*, seront tangentes des angles *CAP*, *CAQ*, *CAO* faits par la soustylaire *AC*, & les lignes horaires *AP*, *AQ*, *AO*; & dans le triangle rectangle *ABC*, *BC* sera sinus de l'angle *CAB* de la soustylaire & l'axe : mais $CB = CM$ par construction. Donc dans les triangles rectangles *PCM*, *QCM*, *OCM*, le côté *CM* étant connu & les angles *CMP*, *CMQ*, *CMO*, on trouvera les côtés *CP*, *CQ*, *CO* par cette Analogie.

Comme le sinus total
est à *CM* sinus de l'angle de la soustylaire & l'axe;
Ainsi la tangente de la difference de la distance du Soleil au merid. & de la diff. des longitudes, ou de la somme de ces deux angles
à la tangente de l'angle requis.

PROBLEME VI.

L'angle de la soustylaire & des lignes horaires étant donné, & l'angle de la soustylaire & de la meridienne ; trouver les angles faits par la meridienne & les lignes horaires au centre des verticaux declinans.

1°. Les angles des lignes horaires qui sont entre la meridienne & la soustylaire, seront trouvés en ôtant l'angle de la soustylaire avec la ligne horaire de l'angle de la soustylaire avec meridienne.

2°. Les angles qui sont au delà de la soustylaire, & du côté opposé à celui de la meridienne, seront trouvés en ajoûtant ces deux angles.

3°. Ceux qui sont de l'autre côté de la meridienne, seront trouvés en prenant leur difference ; ce qui n'a pas besoin de démonstration.

Mais ces angles peuvent être trouvés plus facilement par la seule Analogie suivante, qui suppose la connoissance des angles faits au centre du Cadran horizontal par la ligne de midy, & les lignes horaires par l'élevation du pole du lieu.

PROBLEME VII.

Les angles faits au centre du Cadran horizontal pour l'élevation du pole du lieu étant donnés ; & la declinaison du plan ; trouver les angles faits au centre des verticaux declinans par la ligne de midy & les lignes horaires.

1°. Pour les heures qui sont du côté de la meridienne où est la soustylaire, on prendra la difference de la declinaison du plan & de l'angle fait au centre du Cadran horizontal pour l'heure.

2°. Pour les heures qui sont de l'autre côté de la meridienne, on prendra la somme de ces deux angles.

ANALOGIE.

Comme le sinus du complément de la difference de ces deux

deux angles dans le premier cas, ou comme le ſinus du
complément de leur ſomme dans le ſecond
à la tangente du compl. de l'élevation du pole du lieu ;
Ainſi le ſinus de l'angle fait au centre de l'horizontal pour l'heure
à la tangente de l'angle fait au centre du vertical declinant.

DEMONSTRATION.

Dans les triangles rectangles *AGP*, *AGM*, *AGN*, ſi l'on prend *AG* pour ſinus total, *GP*, *GM*, *GN*, ſeront tangentes des angles *GAP*, *GAM*, *GAN*, faits par la meridienne *AG* & les lignes horaires *AP*, il s'agit de trouver ces tangentes par raport au rayon *AG*. Le même côté *AG* étant pris pour rayon, *HG* ſera tangente de l'angle *HAG* complément de l'élevation du pole du lieu : mais *HG* = *GF* par conſtruction. Donc *GF* ſera connu.

FIG. IV.

1°. Dans les triangles *GFP*, *GFD*, ſi de l'angle *GFD* declinaiſon du plan, on ôte l'angle *GFP* fait au centre de l'horizontal, reſtera l'angle *PFD*, dont le complément donnera l'angle *FPD*, dont le ſinus eſt égal au ſinus de l'angle *GPF* ; & dans les triangles *GFM*, *GFD*, ſi de l'angle *GFM* fait au centre de l'horizontal, on ôte l'angle *GFD* de la declinaiſon du plan, reſtera l'angle *DFM* dont le complément donnera l'angle *GMF*.

2°. Enfin dans les triangles *GFD*, *NFD*, ſi à l'angle *NFG* on ajoûte l'angle *GFD*, la ſomme donnera l'angle *NFD*, dont le complément ſera l'angle *GNF*. Donc dans les triangles *GPF*, *GMF*, *GNF*, on trouvera les côtés *GP*, *GM*, *GN* par cette Analogie.

Comme le ſinus du complément de la difference ou de la ſomme des angles de la declinaiſon, & de l'horizontal pour l'heure cherchée
au côté *GF* tangente du complément de l'élevation du pole du lieu ;
Ainſi le ſinus de l'horizontal *GFP*, ou *GFN*, ou *GFN*
aux tangentes requiſes.

COROLLAIRE.

Il suit de cette démonstration que pour trouver l'angle que fait la méridienne avec la ligne de 6 heures, il faudra faire cette Analogie.

Comme le sinus de la declinaison du plan
à la tangente du complément de l'élevation du lieu;
Ainsi le sinus total
à la tangente de l'angle requis.

DES CADRANS INCLINE'S.

PROBLEME. I.

L'inclinaison du plan étant connuë, & l'élevation du pole du lieu; trouver les angles faits au centre d'un Cadran meridional superieur ou incliné septentrional inferieur, par la ligne de midy & les lignes horaires.

Ce Cadran est un horizontal pour une latitude égale à l'élevation particuliere du pole sur le plan du Cadran, & ainsi on en trouvera les angles par l'Analogie du Cadran horizontal, & l'on trouvera l'élevation du pole sur le plan du Cadran en cette sorte.

Puisque le plan est incliné, ou son inclinaison est plus grande, que l'élevation du pole du lieu, ou elle est plus petite, ou elle lui est égale.

Dans les premiers cas l'élevation particuliere du pole sur le plan sera trouvée, en prenant la difference de l'élevation du pole du lieu & de l'inclinaison du plan, & dans le dernier cas le Cadran est un polaire dans lequel les lignes horaires seront paralleles, à cause que le plan étant couché sur l'axe du monde, aucun des poles n'y peut être representé.

PROBLEME II.

Trouver les angles faits au centre d'un Cadran ſeptentrional ſuperieur, ou meridional inferieur par la ligne du midy, & les lignes horaires.

Ces angles ſeront trouvés par l'Analogie du Cadran horizontal pour l'élevation particuliere du plan qu'on trouvera en cette ſorte ; puiſque le plan eſt incliné, l'inclinaiſon du plan ſera ou plus grande que le complément de l'élevation du pole, ou elle lui ſera égale. 1°. Si elle eſt plus grande, on ajoûtera le complément de l'inclinaiſon avec le complément de l'élevation du pole. 2°. Si elle eſt plus petite, on ajoûtera l'inclinaiſon avec l'élevation du pole. 3°. Si elle eſt égale, le Cadran ſera un équinoxial dans lequel les angles au centre ſont égaux à la diſtance du Soleil au meridien.

DES CADRANS DECLINANS DE L'HORISON.

Ces Cadrans ſe conſtruiſent de la même maniere que les verticaux declinans, en prenant le complément de l'élevation du pole du lieu au lieu de l'élevation du pole, & les degrés d'inclinaiſon comme degrés de declinaiſon ; ainſi on fera les mêmes Analogies que pour les verticaux declinans.

DES CADRANS DECLINANS INCLINE'S.

PROBLEME I.

La declinaiſon d'un plan étant connuë, & ſon inclinaiſon ; trouver l'angle fait au centre du Cadran, par la meridienne & la parallele à la verticale.

PREMIERE ANALOGIE.

Comme le ſinus total
au ſinus du complément de l'inclinaiſon ;

Ainsi la tangente de la declinaison
à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Dans les Figures 5, 6, 7, 8, 9, 10, dans lesquelles *HD* represente la verticale, *TG* l'horizontale, *N* le centre du Cadran, *NS* la parallele à la verticale, & *ND* la meridienne; si l'on prend *CD* pour rayon dans le triangle rectangle *DCF*, *CF* deviendra tangente de l'angle *FDC*; & dans le triangle rectangle *DBC*, le même côté *DC* étant pris pour rayon, *BC* sera sinus de l'angle *CDB* complément de l'inclinaison : mais *BC* = *CH*, & l'angle *CHF* est égal à la declinaison du plan. Donc le triangle rectangle *FCH*, on trouvera le côté *FC* par cette Analogie.

Comme le sinus total
au côté *CH* sinus du complément de l'inclinaison;
Ainsi la tangente de l'angle *CHF* declinaison du plan
au côté *FC* tangente de l'angle *FDC*, ou (à cause des paralleles) de son égal ou complément *FNE* requis.

PROBLEME II.

La declinaison du plan étant donnée, & son inclinaison; trouver l'arc du meridien compris entre le Zenith du lieu, & le point où le vertical du plan perpendiculaire sur le meridien le coupe.

SECONDE ANALOGIE.

Comme le sinus total
au sinus du complément de la declinaison;
Ainsi la tangente de l'inclinaison
à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Dans les Figures 5, 6, 7, 8, 9, 10, si l'on prend *MF* pour sinus total dans le triangle rectangle *FMD*, *MD*

deviendra tangente de l'angle *MFD*, ou de ſon égal *LMD*, meſure de l'arc requis repreſenté par la ligne *DL* : mais *FM* = *FH* comme diſtances des centres diviſeurs *M* & *H* au même point *F*. Donc dans le triangle rectangle *FCH*, *CH* deviendra ſinus de l'angle *CFH* complément de la declinaiſon : mais *HC* = *CB* par conſtruction. Donc dans le triangle rectangle *CBD* l'angle *DCB* étant égal à l'angle *ABD* inclinaiſon du plan, & le côté *CB* étant connu, on trouvera le côté *BD* par cette Analogie.

Comme le ſinus total
au côté *CB* ſinus du complément de la declinaiſon ;
Ainſi la tangente de l'angle *DCB* inclinaiſon du plan
au côté *BD* : mais *BD* = *MD* tangente de l'angle requis, comme diſtances des centres diviſeurs au centre du Cadran. Donc, &c.

PREPARATIONS POUR LES ANGLES *faits au centre des Cadrans inclinés par la ſouſtylaire & la meridienne, & par la ſouſtylaire & l'axe.*

Aux Cadrans inclinés declinans du Midy ſuperieurs, ou du Septentrion inferieurs.

1°. L'arc trouvé par la ſeconde Analogie ſera ou plus grand que l'élevation du pole Fig. 5.
Ou plus petit Fig. 6.
Ou il lui ſera égal Fig. 7.

Dans le premier cas. Au complément de l'arc trouvé par la ſeconde Analogie, on ajoûtera l'élevation du pole du lieu, & l'on prendra le ſinus du complément de la ſomme qu'on appellera nombre 1, & ſa tangente de complément qu'on appellera nombre 2.

Dans le ſecond cas. A l'arc trouvé par la ſeconde Analogie, on ajoûtera le complément de l'élevation du pole du du lieu, & l'on prendra le ſinus du complément de la ſomme qu'on appellera nombre 1 ; & ſa tangente de complément, nombre 2.

Dans le troisiéme cas. Le Cadran n'aura point de centre, & ce sera un polaire declinant dans la sphere parallele. Dans ce Cadran les lignes horaires sont paralleles.

Aux Cadrans inclinés declinans du Septentrion superieurs, ou inclinés declinans du Midy inferieurs.

1°. L'arc trouvé par la seconde Analogie sera ou plus grand que le complément de l'élevation du pole Fig. 8.
Ou plus petit Fig. 9.
Ou il lui sera égal Fig. 10.

Dans les deux premiers cas. On prendra la difference de l'arc trouvé par la seconde Analogie, & du complément de l'élevation du pole du lieu : le sinus de complément de cette difference sera appellé nombre 1 ; & la tangente du complément, nombre 2.

Et dans le troisiéme cas. Le Cadran sera un équinoxial declinant dans la sphere droite, & la soustylaire representera la ligne de six heures, qui fera un angle droit avec la meridienne.

Dans tous les cas. On fera cette Analogie.

TROISIE'ME ANALOGIE.

Comme le sinus total
à la tangente de l'angle de la verticale & de la merid.
Ainsi la tangente de l'arc trouvé par la seconde Analogie,
au sinus d'un angle qui sera appellé nombre 3, & son sinus de complément nombre 4.

Au Cadran polaire declinant. L'arc trouvé par la derniere Analogie, donne la difference des longitudes.

Au Cadran équinoxial declinant. Le complément de l'arc trouvé par la derniere Analogie, donne l'élevation particuliere du pole sur le plan ; les angles faits au centre de ce Cadran par la ligne de 6 heures & les lignes horaires, sont les mêmes que ceux qui seroient faits au centre du Cadran horizontal pour une élevation égale à l'élevation du pole sur le plan par la meridienne & les lignes horaires.

PROBLEME III.

Trouver l'angle de la meridienne & de la soustylaire.

QUATRIE'ME ANALOGIE.

Comme le sinus total
  Au nombre deuxiéme;
Ainsi le nombre troisiéme
  à la tangente de l'angle requis.

PROBLEME IV.

Trouver l'angle de la soustylaire & de l'axe.

CINQUIE'ME ANALOGIE.

Comme le sinus total
  au nombre premier;
Ainsi le nombre quatriéme
  au sinus de l'angle requis.

DEMONSTRATION DE LA TROISIE'ME ANALOGIE

Cette Analogie donne l'angle *LIA* mesure de l'arc *AL* distance du Zenith du plan *A* au meridien *FD*, dont on fera la démonstration en cette sorte. Daus le triangle rectangle *LAI*, si l'on prend *LI* pour sinus total, *LA* sera sinus de l'angle requis : mais *LI* = *LM* par construction. Donc dans le triangle rectangle *MLD*, *LD* deviendra tangente de l'angle *LMD* trouvé par la seconde Analogie; & dans le triangle rectangle *DAL*, le côté *LD* étant connu, & l'angle *LDA* connu par la premiere Analogie, on trouvera le côté *LA* sinus de l'angle requis par cette Analogie.

FIG. V. VI. VII. VIII. IX. & X.

Comme le sinus total
  est à *LD* tangente de l'arc trouvé par la seconde Analogie;
Ainsi la tangente de l'angle *LDA* trouvé par la premiere Analogie
  au côté *LA* sinus de l'angle *LIA* requis.

Au Cadran polaire declinant. Fig. 7. L'angle *LIA* eſt la difference des longitudes, & *A* l'équinoxial declinant. Fig. 10. Le complément de l'angle *LIA* donne l'angle de la ſouſtylaire & de l'axe, c'eſt à dire l'élevation du pole ſur le plan ſur laquelle on conſtruit le Cadran, comme il a été déja dit.

DEMONSTRATION DE LA IVme ET Vme ANALOGIE.

Par la Seconde Analogie. L'angle *LMD* a été connu & à ſon complément *LMF* ayant ajoûté l'élevation du pole *FMN* dans le premier cas des inclinés declinans du midy ſuperieurs ou inclinés inferieurs Fig. 5. ou à l'angle *LMD* ayant ajoûté le complément de l'élevation du pole *DMN* Fig. 6. ou ayant pris la difference de l'angle *LMD*, & du complément de l'élevation du pole *DMN* dans les Cadrans inclinés déclinans du ſeptentrion ſuperieurs ou inclinés inferieurs Fig. 8. & 9. on trouve l'angle *NML* fait au centre diviſeur de la meridienne, dont on a pris le ſinus de complément & la tangente de complément pour avoir les nombres 1. & 2.

Par la troiſiéme Analogie. L'angle *AIL* a été connu. Donc dans le triangle rectangle *MNL* Fig. 5, 6, 8, 9, ſi l'on prend *NL* pour ſinus total, *ML* ſera tangente du complément de l'angle *LNM*; & par conſequent *LI*, qui lui eſt égale par conſtruction, ſera donnée dans le triangle rectangle *LAI*; & dans le triangle rectangle *NLA*, *AL* ſera tangente de l'angle de la ſouſtylaire, & de la meridienne ſur le même rayon: il s'agit de trouver *LA*, ce qu'on fera en cette ſorte.

Dans le triangle rectangle *LAI* l'angle *AIL* eſt connu, & le côté *LI*. Donc,

Comme le ſinus total
 au côté *LI* tangente du complément de l'angle *LMN* nombre 2.
Ainſi le ſinus de l'angle *LIA* nombre 3,
 au côté *AL* tangente de l'angle *LNA* de la ſouſtylaire & de la meridienne.

DEMONSTRATION

DEMONSTRATION DE LA Vme ANALOGIE.

Dans le triangle rectangle *OAN*, si l'on prend *ON* pour sinus total, *AO* deviendra sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire : mais *NO*=*NM* comme distances du centre *N* du Cadran aux centres diviseurs *M* & *O*. Donc dans le triangle rectangle *NLM*, *LM* sera le sinus du complément de l'angle *NML* que nous avons appellé nombre premier : mais *ML*=*LI*, & l'angle *LIA* est connu dans le triangle rectangle *LAI*. Donc,

Comme le sinus total
au côté *LI* sinus de complément de l'angle *LMN*, nombre 1;
Ainsi le sinus de l'angle *ALI* compl. de l'angle *LIA*, nombre 4.
au côté *AI* ou à son égal *AO* sinus de l'angle requis.

PROBLEME V.

Trouver la difference des longitudes.

SIXIE'ME ANALOGIE.

Comme le sinus total
à la tangente de l'angle de la soustilaire & de la meridienne;
Ainsi le sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire
à la tangente du complément de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Dans le triangle rectangle *RPN*, si l'on prend *PN* pour rayon, *RP* sera tangente de l'angle de la soustylaire & de la meridienne; & dans le triangle rectangle *NOP*, *OP* sera sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire : mais *PO*=*PQ* par construction. Donc dans le triangle rectangle *RPQ*, les côtés *RP*, *RQ*, étant connus, on trouvera l'angle *PRQ* complément de l'angle *RQP* requis, par cette Analogie.

Comme le sinus total
au côté *RP* tangente de l'angle de la soustylaire & de la meridienne;
Ainsi *PQ* sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire
à la tangente de l'angle *PRQ* complément de l'angle *RQP* requis. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Ces angles étant connus, on trouvera les angles faits au centre des Cadrans par la soustylaire & les lignes horaires, & ensuite par la meridienne & les lignes horaires par la même methode dont on s'est servi dans les Cadrans verticaux declinans; ce qu'on pourra voir plus au long dans un Traité de Gnomonique que nous donnerons au Public.

EXPLICATION DES FIGURES.

FIGURE I.

A Centre du Cadran.
AD Meridienne.
AB Axe.
BC Rayon de l'Equateur.
FG Equinoxiale.
AF Ligne horaire.
B Centre diviseur de la meridienne.
D Centre diviseur de l'horizontal.

FIGURE II.

A Centre du Cadran.
AN Meridienne.
AM Soustylaire.
HP Horizontale.
NP Equinoxiale.
DB Stile droit.
AB Axe.
H Centre diviseur de la meridienne.
B Centre diviseur de la soustylaire.
F Centre diviseur de l'horizontale.
M Centre diviseur de l'Equinoxiale.

FIGURE III.

A Centre du Cadran.
AN Meridienne.
AM Soustylaire.
AB Axe.
AO, *AP*, *AQ*, Lignes horaires.
B Centre diviseur de la soustylaire.
M Centre diviseur de l'Equinoxiale.

FIGURE IV.

A Centre du Cadran.
AG Meridienne.
AD Souſtylaire.
DB Stile droit.
AB Axe.
HM Horizontale.
AM, *AP*, *AN*, Lignes horaires.
H Centre diviſeur de la meridienne.
B Centre diviſeur de la ſouſtylaire.
F Centre diviſeur de l'horizontale.

FIGURES V, VI, VII, VIII, IX, X.

N Centre du Cadran.
NS Parallele à la verticale.
HD Verticale.
ND Meridienne.
NP Souſtylaire.
SG Equinoxiale.
TG Horizontale.
AO Stile droit.
NO Axe.
H Centre diviſeur de l'horizontale.
A Pied du ſtile.
B Centre diviſeur de la verticale.
M Centre diviſeur de la meridienne.
Q Centre diviſeur de l'Equinoxiale.
O Centre diviſeur de la ſouſtylaire.
I Centre diviſeur du vertical *AM*.
D Zenith du lieu.

Fin des Memoires de l'année 1707.

Fig. re

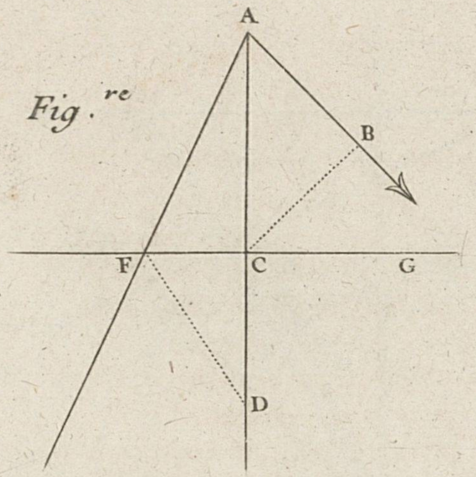


Fig. 2.

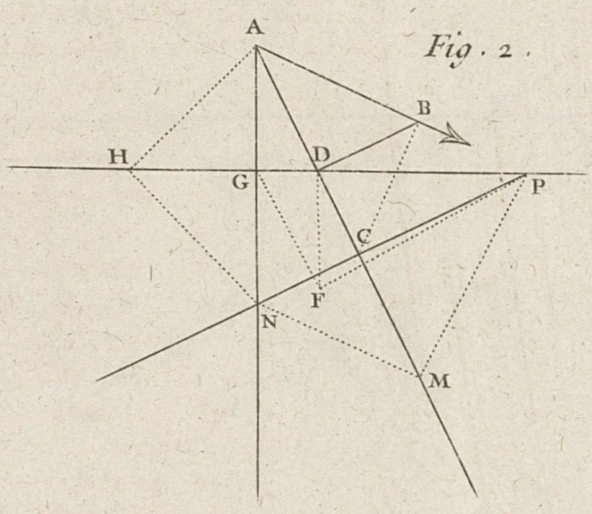
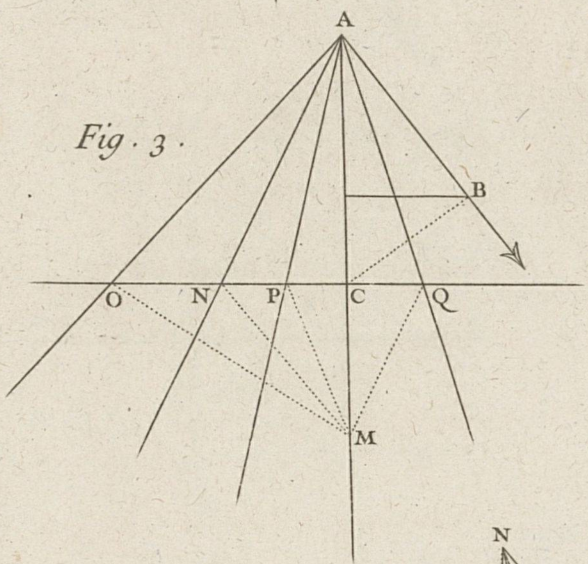


Fig. 3.



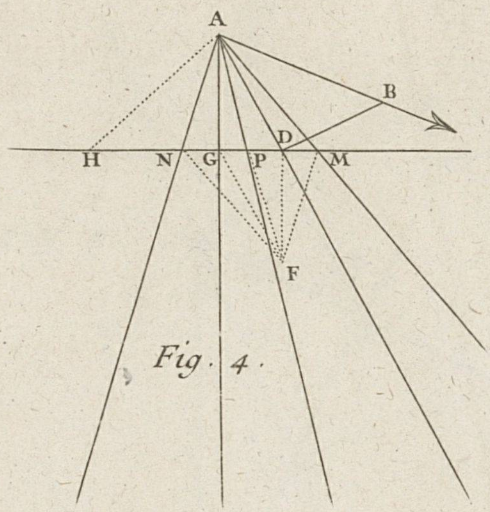
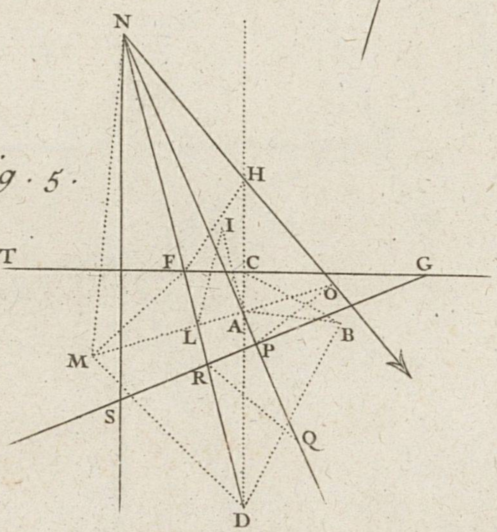


Fig. 4.

Fig. 5.



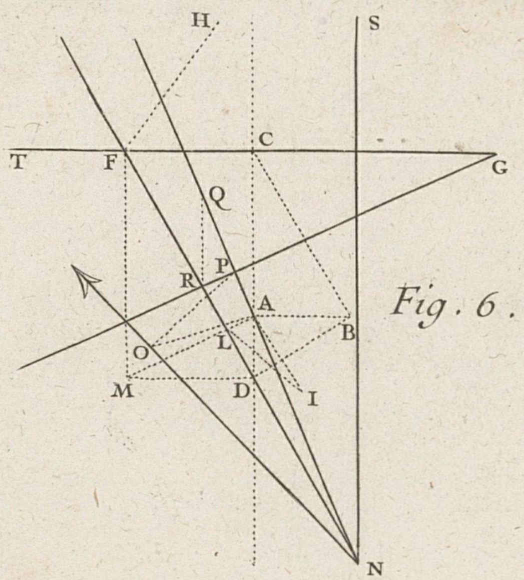


Fig. 6.

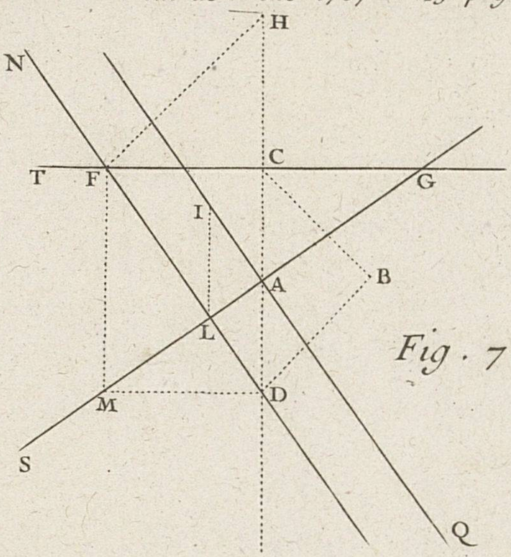


Fig. 7.

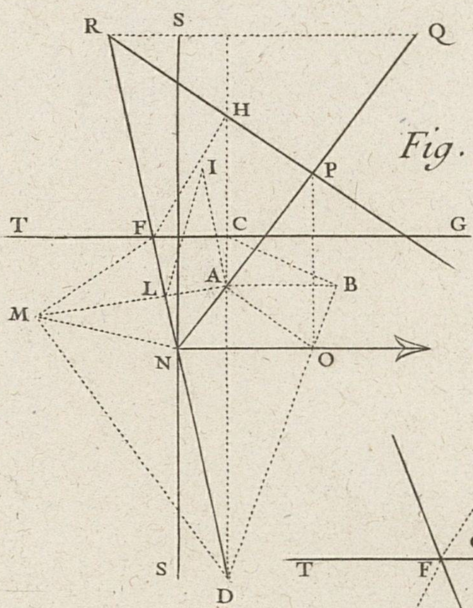


Fig. 8.

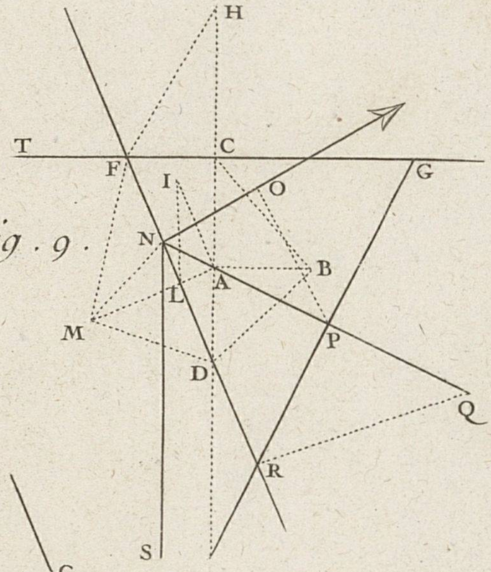


Fig. 9.

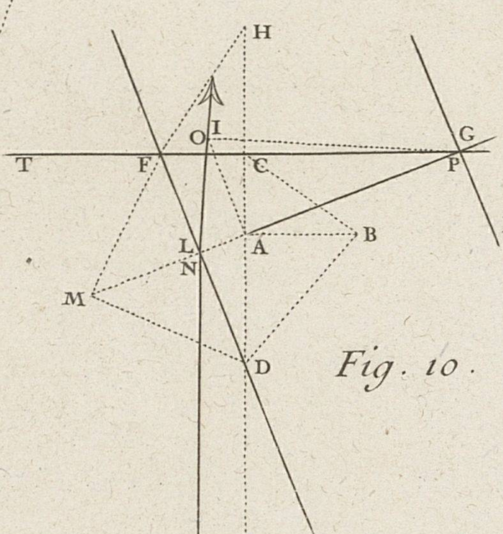
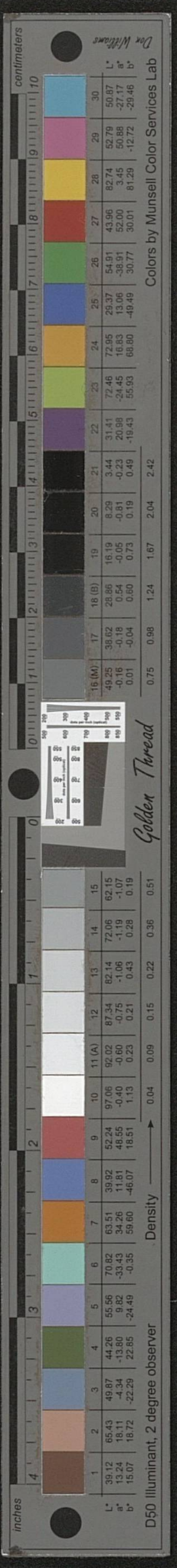


Fig. 10.

HISTOIRE
DE L'ACAD
DES SCIEN

AN. 1707.



Golden Thread
Colors by Munsell Color Services Lab
D50 Illuminant, 2 degree observer
Density
inches
centimeters